

Revista Cubana de
Ciencias Forestales

CFORES

Volumen 12, número 3; 2024

Artículo original

Ecuación para predecir el diámetro máximo de copa de Pinus cooperi Blanco en Durango, México

Equation to predict the maximum crown diameter of Pinus cooperi Blanco in Durango, México

Equação para prever o diâmetro máximo da copa de Pinus cooperi Blanco em Durango, México

José Guadalupe Colín*  , Oscar Alberto Aguirre Calderón²  , José Javier Corral Rivas³  ,
Tilo Gustavo Domínguez Gómez¹  , Francisco Javier Hernández¹  ,
Erik Orlando Luna Robles^{1*} 

¹Instituto Tecnológico de El Salto. México.

²Universidad Autónoma de Nuevo León. Facultad de Ciencias Forestales. México.

³Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales de la Universidad Juárez del Estado de Durango. México.

*Autor para la correspondencia: eranroka@hotmail.com

Recibido: 25/07/2024

Aprobado: 01/08/2024.



RESUMEN

El área máxima de copa es una variable importante en la estimación del nivel de competencia que afecta al potencial de crecimiento y productividad de las especies. Por lo tanto, el objetivo del presente estudio fue ajustar modelos de regresión para predecir el diámetro máximo de copa para *Pinus cooperi* Blanco en la región forestal de El Salto, en el estado de Durango. Particularmente se utilizaron 95 árboles de diferentes categorías diamétricas y creciendo libres de competencia. De manera independiente, se analizaron tres modelos de regresión, lineal simple, polinómico de segundo grado y potencial, para predecir el diámetro máximo de copa en función del diámetro normal, altura total, altura a la base de la copa, edad y longitud total de la copa. Los resultados evidenciaron que el modelo polinómico de segundo grado con la inclusión del diámetro normal como variable independiente presentó el mejor ajuste en la predicción del diámetro máximo de copa. En general el diámetro normal fue la variable más significativa para la predicción del diámetro máximo de copa en *Pinus cooperi*. Con base a los resultados se pueden identificar dos escenarios de productividad del bosque relacionados con factor de competencia de copa (FCC), cuando este es del 100 % o superior, la productividad maderable es óptima y cuando es menor al 100% la productividad no es óptima pudiendo estar atribuido a la poca o nula competencia y deficiencia en el uso del suelo.

Palabras clave: área máxima, competencia, modelos, productividad maderable.

ABSTRACT

The maximum crown area is an important variable in the estimation of the level of competition that affects the growth potential and productivity of species. Therefore, the objective of the present study was to adjust regression models to predict the maximum crown diameter for *Pinus cooperi* Blanco in the forest region of El Salto, in the state of Durango. In particular, 95 trees of different diameter categories and growing free of competition were used. Independently, three regression models were analyzed, simple



linear, second-degree polynomial and potential, to predict the maximum canopy diameter as a function of normal diameter, total height, height at the base of the crown, age and total length of the crown. The results showed that the second-degree polynomial model with the inclusion of normal diameter as an independent variable presented the best fit in the prediction of the maximum crown diameter. In general, normal diameter was the most significant variable for the prediction of maximum crown diameter in *Pinus cooperi*. Based on the results, two forest productivity scenarios related to crown competition factor (CCF) can be identified; when the CCF is 100 % or higher, timber productivity is optimal and when it is less than 100 %, productivity is not optimal, which can be attributed to little or no competition and deficiency in land use.

Keywords: maximum area, competition, models, timber productivity.

RESUMO

A área máxima do dossel é uma variável importante na estimativa do nível de competição que afeta o potencial de crescimento e produtividade das espécies. Portanto, o objetivo deste estudo foi ajustar modelos de regressão para prever o diâmetro máximo da copa de *Pinus cooperi* Blanco na região florestal de El Salto, no estado de Durango. Em particular, serão utilizadas 95 árvores de diferentes categorias de diâmetro, criando limites à concorrência. De forma independente, foram analisados três modelos de regressão, linear simples, polinomial de segundo grau e potencial, para determinação do diâmetro máximo da copa em função do diâmetro normal, altura total, altura na base da copa, idade e comprimento total da copa. Os resultados mostraram que o modelo polinomial de segundo grau com a inclusão do diâmetro normal como variável independente apresentou o melhor ajuste na predição do diâmetro máximo da coroa. De modo geral, o diâmetro normal foi a variável mais significativa para predizer o diâmetro máximo da copa em *Pinus cooperi*. A partir dos resultados podem ser identificados cenários de produtividade florestal relacionados ao FCC; Quando o FCC é 100% ou superior, a produtividade da produção é ótima e quando é inferior a 100%, a produtividade não é ótima e pode ser atribuída a esse tempo ou à falta de competição e à deficiência no uso da terra.



Palavras-chave: área máxima, concorrência, modelos, produtividade sustentável.

INTRODUCCIÓN

La producción maderable depende del nivel de la productividad existente dentro de un área forestal dada. En el periodo de 1990 a 2017 la producción maderable total nacional fue, en promedio, de 6, 86 millones de m³ de madera en rollo, y el pino contribuyó con 79, 38 % (SEMARNAT, 2019), pero la utilización efectiva del suelo y la calidad de los productos forestales que ahí se producen dependen del manejo de la densidad de los rodales a través del turno, en este sentido el manejo puede ser considerado como una herramienta cuantitativa de planeación, ejecución y evaluación fundamental que define las intervenciones silvícolas (Santiago-García *et al.*, 2013; Vospernik y Sterba, 2015; Tamarit *et al.*, 2020). Aunado a lo anterior el desarrollo del bosque está en función de los diferentes atributos morfológicos del arbolado tales como forma de los fustes, raíces y copas, componentes que habitualmente son evaluados para predecir el crecimiento y productividad de los bosques, no obstante, los estudios que consideran parámetros de copa son pocos (Nájera y Hernández, 2008), a pesar de que las variables relacionadas con las copas de los árboles ofrecen información interdimensional como la superficie que ocupa un individuo, nivel de competencia y vitalidad (Hess *et al.*, 2016; Cisneros *et al.*, 2019; Givnish, 2020). Por tanto, el manejo forestal define las relaciones morfométricas en las comunidades forestales por lo que su descripción y caracterización adecuadas puede ayudar en la evaluación de prácticas silvícolas (Soto *et al.*, 2016).

El tamaño, la estructura y forma de las copas de los árboles determinan el alcance y eficiencia de los procesos fisiológicos, tales como actividad fotosintética, transpiración y respiración los cuales a su vez determinan el crecimiento, desarrollo y productividad del bosque (Sharma *et al.* 2017; Cabon *et al.* 2018; Hernández *et al.*, 2022, Sporek y Sporek, 2023). El análisis, el monitoreo y el modelado de ecosistemas con técnicas más precisas, sofisticadas y detalladas que demandan menos trabajo para medir directamente el diámetro de copa (Pretzsch, 2022). Evaluar la densidad potencial del rodal de la población objetivo, ayuda aplicar los tratamientos silvícolas apropiados (Yang y Brandeis, 2022). De esta manera el



manejo oportuno de la densidad de esas áreas, puede ser determinante en la aceleración del crecimiento de los árboles residuales, por lo que se requiere de herramientas matemáticas que relacionen el tamaño de los árboles con la cantidad de ellos. En los últimos decenios se han desarrollado diferentes metodologías para determinar el nivel de densidad de un rodal tales como el índice de densidad de Reineke (Reineke, 1933; Curtis y Reukema, 1970), que se fundamenta en la máxima densidad que puede soportar un rodal y el factor de competencia de copas (FCC) (Krajicek *et al.*, 1961), que ayuda a determinar el número de árboles de cada categoría diamétricas que una hectárea puede soportar justamente en el umbral del inicio de la competencia y se estima a partir de la determinación del área de copa máxima proyectada por árboles creciendo libres de competencia.

El área máxima de proyección de la copa es una medida importante para el desarrollo de guías de densidad (Rodríguez, *et al.*, 2009; Hernández *et al.*, 2013; Bueno *et al.*, 2022)), para la proyección del crecimiento de árboles individuales en función de la densidad (Biging y Dobbertin, 1995; Hasenauer *et al.*, 1994; Pretzsch *et al.*, 2022), para la determinación de las condiciones de luz en el sotobosque que a su vez son importantes para el establecimiento y desarrollo de la regeneración (Crookston y Stage, 1999), y para evaluación del efecto de la competencia en árboles individuales (Smith *et al.*, 1992; Corral *et al.*, 2004; Colin *et al.*, 2018; Arnoni *et al.*, 2020). De hecho, las características de las copas también se utilizan a veces para atribuir rangos sociales a los árboles de una masa, lo que impulsa el mercado de los árboles para el aclareo (Bravo *et al.* 2020).

Para el desarrollo de modelos de diámetro máximo de copa normalmente se relaciona el diámetro de copa de una muestra de árboles creciendo en espacios abiertos y libres de competencia con su diámetro normal (Bechtold, 2003; Yang y Huang., 2017; Qiu *et al.*, 2023). Otras variables como la ubicación geográfica de los árboles, elevación, exposición y pendiente han proporcionado mejoras marginales en la estimación del diámetro máximo de copa (Paine y Hann, 1982; Hasenauer, 1997). Actualmente está aumentando el uso de indicadores y modelos estadísticos para apoyar las prácticas de gestión forestal (Marchi *et al.* 2020). A pesar de la importancia que tiene el factor de competencia de copas en el manejo los recursos naturales forestales, actualmente no se cuenta con ecuaciones para poder



estimar el tamaño máximo de copa de la mayoría de las especies forestales de importancia comercial en el estado de Durango. Por esta razón, el objetivo de este estudio fue comparar diferentes ecuaciones de regresión para predecir el diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi* Blanco en la región forestal de El Salto, Durango.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

El estudio se realizó en la Unidad de Manejo Forestal Regional 1008 (UMAFOR 1008) que comprende al municipio de Pueblo Nuevo y una parte del municipio de Durango. Dicha UMAFOR abarca aproximadamente 507 127 ha y se encuentra ubicada en el macizo montañoso de la Sierra Madre Occidental, al suroeste del estado de Durango (Figura 1). El tipo de vegetación predominante corresponde a bosques mezclados con especies de los géneros *Pinus* y *Quercus* principalmente. La altura sobre el nivel del mar varía desde los 2 400 m a 2 600 m. El clima que prevalece es templado semifrío con un régimen de precipitación anual que fluctúa de 900 a 1 200 mm y una temperatura media anual que varía de 8°C en las partes más altas a 24°C en las partes más bajas (Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática [INEGI], 2015).



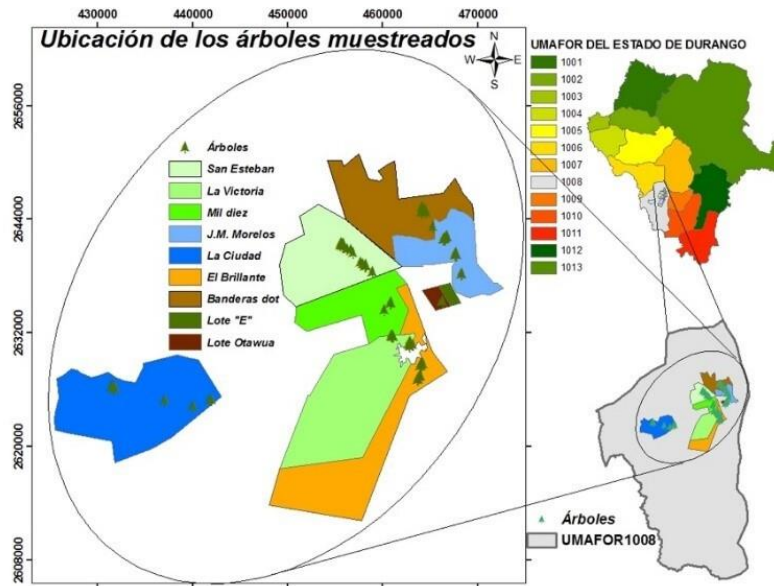


Figura 1.- Ubicación de puntos de muestreo de árboles muestra de *Pinus cooperi* Blanco

Muestreo

Los datos provienen de 95 árboles seleccionados al azar a través de muestreo dirigido. La característica principal para seleccionar el árbol muestra, fue que no se encontrará creciendo en competencia con otros árboles, ni que se observaran tocones cercanos al árbol objetivo en un radio de 30 metros, esto para asegurarse de que se desarrolló en un ambiente libre de competencia. A cada árbol seleccionado se le registro el diámetro normal (D), altura total (HT), altura de fuste limpio (ABLC) (inserción del primer verticilo con acículas vivas que forma parte de la copa como conjunto), altura de las primeras acículas vivas (ABLF), edad en años, radio de la copa en cuatro direcciones que coincidieran con los puntos cardinales (CR), longitud de la copa (CL) (Figura 2).



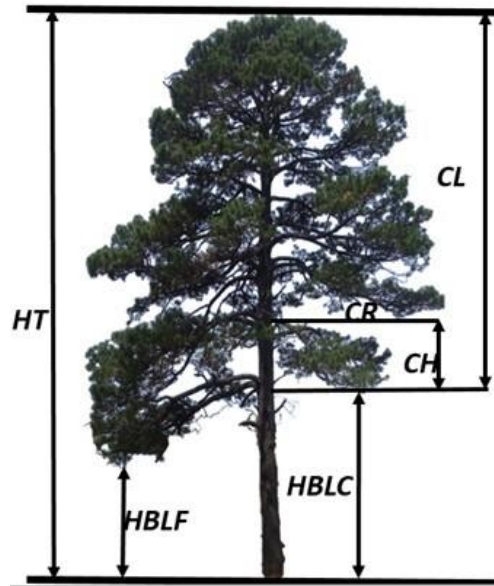


Figura 2.- Principales variables de copa, y relaciones geométricas utilizadas en el desarrollo de la ecuación del diámetro máximo de copa. HBLC: altura de la base de la copa (m); HBLF: altura de las primeras acículas vivas (m); CR: radio de la copa en cada punto de medición (m); CH: altura de la copa desde HBLC (m); CL: longitud total de la copa (m); HT: altura total del árbol (m).

De igual forma, se obtuvo como información de control de cada árbol el nombre del predio, coordenadas UTM Datum WGS 84, altura sobre el nivel del mar, exposición y pendiente. En la Tabla 1 se presentan los estadísticos descriptivos más importantes de los 95 árboles muestra.

Tabla 1. - Estadísticos descriptivos de los árboles muestra

Variable	Media	Máximo	Mínimo	Desviación estándar
D	44,97	83,5	23,50	14,56
HT	10,75	20,4	5,60	3,87
HBLC	2,55	8,8	0,07	1,89
HBLF	1,19	4,8	0,07	0,99
HCM	4,43	12,0	0,2	2,44
CL	8,21	14,3	4,2	2,43
DMC	8,99	15,1	4,78	2,58



D: diámetro normal (cm), HT: altura total (m), HBLC: altura de la base de la copa (inserción del primer verticilo con acículas vivas que forma parte de la copa como conjunto) (m), HBLF: altura de las primeras acículas vivas (m); HCM: altura máxima de copa, CL: longitud total de la copa (m), y DMC: diámetro máximo de copa.

Modelos

Se ajustaron tres modelos de regresión (lineal simple, polinomial de segundo grado y potencial) para predecir el diámetro máximo de copa de manera independiente a cada una de las variables predictoras D, HT, HBLC y la edad mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios (OLS), con el procedimiento MODEL del programa SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008). Las expresiones matemáticas de los modelos analizados son Ecuación 1, Ecuación 2 y Ecuación 3:

$$dmc = \beta_0 + \beta_1 * Vi \quad (1)$$

$$dmc = \beta_0 + \beta_1 * Vi + \beta_2 * Vi^2 \quad (2)$$

$$dmc = \beta_0 * Vi^{\beta_1} \quad (3)$$

Dónde: *dmc*: diámetro máximo de copa; *Vi*: Variable independiente; β_i : son los parámetros a estimar en el ajuste.

Utilizando el mejor modelo como base se estimó el área máxima de copa y porcentaje de cobertura por categoría diamétricas, así como el número de árboles y el área basal suficiente para cubrir una hectárea. La relación del número de árboles y el diámetro normal promedio permitió elaborar una gráfica de densidad a diferentes porcentajes de cobertura de copa.

Comparación y selección de modelos

El análisis de la capacidad de ajuste de las ecuaciones se basó en el análisis gráfico de los residuos y en los valores de dos estadísticos: el coeficiente de determinación (R^2) y la raíz del error medio cuadrático (REMC), cuyas expresiones matemáticas son las siguientes Ecuación 4 y Ecuación 5:



$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (4)$$

$$\text{REMC} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}} \quad (5)$$

Dónde: Y , \hat{Y} , \bar{Y} son respectivamente los valores observado, estimado y promedio de la variable dependiente, n es el número total de observaciones utilizado para ajustar el modelo y p es el número de parámetros a estimar.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estadísticos de ajuste indican que la variable independiente que mejor ajuste presentó en los tres modelos utilizados para estimar el diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi* fue el diámetro normal (R^2 de 0,81 a 0,83 y RCME de 1,07 a 1,10), seguido de la altura total y de la edad (Tabla 2). Resultados similares realizado por Coombes (2019) donde obtuvo un R^2 ajustado más alto (0,85) mediante regresión cuadrática. Las estimaciones del diámetro de copa suelen emplear modelos de regresión que utilizan el diámetro normal como su variable explicativa principal debido a su alta correlación con el diámetro de copa y de fácil medición en comparación con otras variables, como la altura y la longitud de la copa, entre otras (Quadri, 2019). Estudios realizados en una diversidad de especies maderables han demostrado que el diámetro normal ha sido una variable predictora fiable en la estimación del diámetro máximo de copa (Bechtold, 2003; Condes y Sterba, 2005; Rodríguez *et al.*, 2009; Martin *et al.*, 2012; Chen *et al.*, 2021; Qiu *et al.*, 2022; Qiu *et al.*, 2023). Aunque otros autores han utilizado el diámetro normal como variable predictora principal, a ésta variable se le ha anexado la altura total (Li, 2020; Pretzsch *et al.*, 2022), longitud de copa (Moeur, 1981), área de copa proyectada sobre el suelo (Jucker *et al.*, 2017; González-Benecke *et al.*, 2022), densidad (Bragg, 2001; Sporek y Sporek, 2023) exposición, pendiente y altitud (Curtis y Reukema 1970) y en la utilización de redes neuronales artificiales para mejorar el nivel de predicción (Bueno *et al.*, 2022; Ou y Quiñonez, 2023).



Tabla 2.- Estadísticos de ajuste de las variables para modelar el diámetro máximo de copa de Pinus cooperi.

Modelo	Variable predictora							
	DN		HT		HBLC		EDAD	
	R ²	REMC	R ²	REMC	R ²	REMC	R ²	REMC
[1]	0,81	1,10	0,57	1,70	0,27	2,21	0,50	1,82
[2]	0,83	1,07	0,66	1,50	0,38	2,05	0,55	1,73
[3]	0,82	1,09	0,59	1,64	0,33	2,11	0,54	1,75

DN: diámetro normal (cm), HT: altura total (m), HBLC: altura de la base de la copa (inserción del primer verticilo con acículas vivas que forma parte de la copa como conjunto) (m), R²: coeficiente de determinación, REMC: error cuadrático medio.

En la Tabla 3, se muestran los estimadores de los parámetros de los tres modelos y sus estadísticos de ajuste utilizando como variable predictiva el diámetro normal. En todos los casos los parámetros resultaron significativos al 5% de nivel de significación.

Tabla 3.- Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los modelos utilizados para modelar el diámetro máximo de copa de Pinus cooperi, en función del diámetro máximo de copa

Modelo	Parámetros	Error estándar	REMC	R ²
[1]	β_0	1,7574	0,4465	1,1092
	β_1	0,1608	0,0094	
[2]	β_0	-1,1081	1,2764	1,0700
	β_1	0,2889	0,0544	
	β_2	-0,00129	0,00054	
[3]	β_1	0,4342	0,0805	1,0906
	β_2	0,7986	0,0472	

R²: coeficiente de determinación, REMC: error cuadrático medio.

A su vez, la Figura 3 muestra una distribución homogénea de los errores de los modelos, indicando que hay homocedasticidad, por lo que se cumple los supuestos para el análisis de regresión.



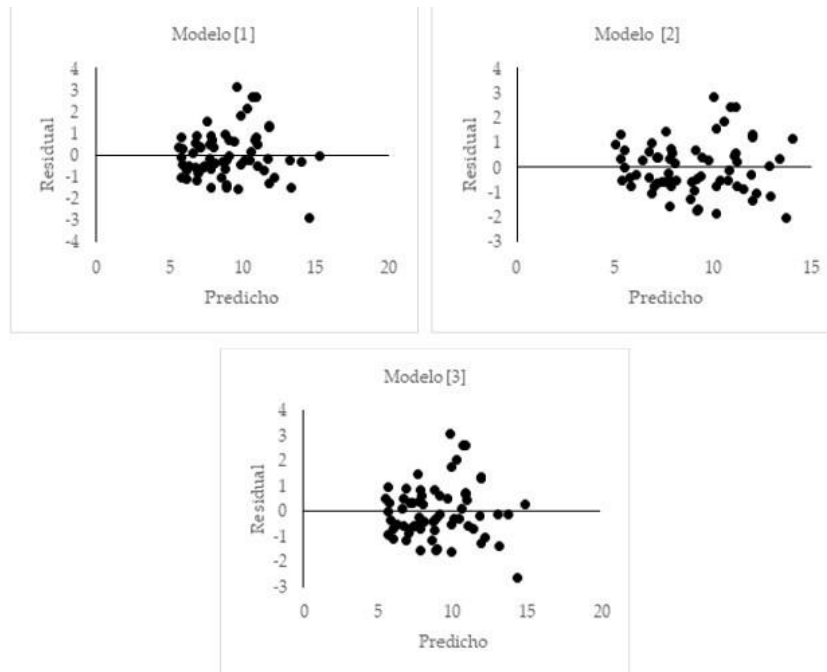


Figura 3.- Valores predichos contra residuales de los tres modelos analizados

Por otra parte, en la Figura 4 se muestran los gráficos de los valores predichos contra los valores observados, observándose que los tres modelos proporcionan una buena predicción del diámetro máximo de copa utilizando al diámetro normal como variable independiente.

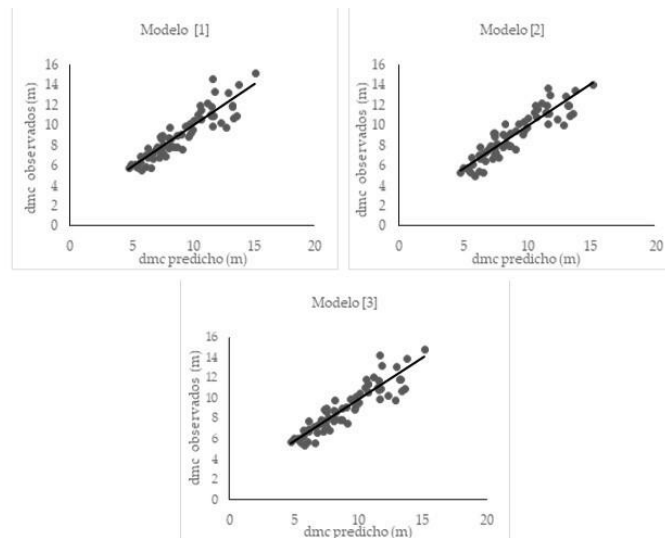


Figura 4. - Diámetros máximos de copa _ contra valores predichos obtenidos a través del uso de los tres modelos utilizando como variable predictiva al diámetro normal.



La línea continua representa un modelo lineal ajustado sobre el gráfico de dispersión. Aunque el ajuste de los tres modelos presenta muy poca variación en el coeficiente de determinación y en el estimador de la precisión (REMC), la ecuación de regresión derivada del modelo polinómico de segundo grado proporciona ligeramente mejores predicciones lo cual ya ha sido reportado en otras investigaciones (Sharma *et al.* 2017; Bera *et al.*, 2021), por tanto, se recomienda su uso para estimar el diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi* a través de la siguiente expresión Ecuación 6:

$$dmc = -1.1081 + 0.2889 * dn - 0.00129 * dn^2 \quad (6)$$

Donde:

dmc: diámetro máximo de copa (m)

dn: diámetro normal (m)

La inclusión del dn^2 en el modelo se justifica ya que gran parte de la literatura existente para predecir el diámetro de copa a través del diámetro normal (Bechtold, 2003; Hasenauer 1997; Lhotka y Loewenstein 2008; Martin *et al.*, 2012; Chen *et al.*, 2021), así como ecuaciones de máximo diámetro de copa anteriormente publicadas han utilizado término dn^2 (Paine y Hann 1982; Smith *et al.*, 1992; Sporek y Sporek, 2023).

Con los valores de los estimadores y al multiplicar por la razón $\frac{\pi}{4}$ se tiene la ecuación del área máxima de copa (A_{mc}) (Hutch *et al.*, 1993; Di Salvatore *et al.*, 2021) Ecuación 7:

$$A_{mc} = \frac{\pi}{4} (-1.1081 + 0.2889 * dn - 0.00129 * dn^2)^2 \quad (7)$$

Donde:

A_{mc} : área máxima de copa (m^2)

Utilizando la ecuación del A_{mc} para un rango de árboles con un diámetro de 20 a 80 cm, el área máxima de copa estimada para *Pinus cooperi* varía de 13,55 m^2 (0,136% de cobertura) a 156,77 m^2 (1,568%) de cobertura. A su vez, el número de árboles promedio mínimo necesario para cubrir el 100% de la superficie de una hectárea por categoría diamétricas dentro del



intervalo de 20 a 85 cm vario de 738 (23,18 m²ha⁻¹) a 64 (36,20 m²ha⁻¹), respectivamente (Tabla 4). Este número de árboles resulta ligeramente inferior a los que se estiman con la ecuación reportada por Quiñones y Ramírez (1998) para la misma especie que tiene presencia en una región vecina a la estudiada. Para *Pinus rudis* Endl. en Oaxaca se obtuvieron resultados similares en la categoría diamétricas de 20 con 740 árboles (Martínez *et al.*, 2021). Con dicha ecuación se estiman entre 627 y 80 árboles por hectárea dentro del intervalo de las categorías diamétricas estudiadas. Hernández *et al.* (2013) reportan que en *Pinus teocote* Schlecht. Et Cham. del estado de Hidalgo el número de árboles disminuye de 580 a 55 dentro del rango de 20 a 85 cm de diámetro normal, mientras que Rodríguez *et al.* (2009) menciona que en *Pinus Montezumae* Lamb., éstos disminuyen de 557 a 168 dentro de un rango de 20 a 40 cm de diámetro normal.

Tabla 4.- Atributos de densidad a partir de la estimación del área máxima de copa de *Pinus cooperi*.

Dn (cm)	AMC (m ²)	Arbha ⁻¹	ABha ⁻¹ (m ² ha ⁻¹)	ACi (%)
20	13,55	738	23,18	0,136
25	22,13	452	22,18	0,221
30	32,15	311	21,99	0,321
35	43,28	231	22,23	0,433
40	55,21	181	22,76	0,552
45	67,64	148	23,51	0,676
50	80,31	125	24,45	0,803
55	92,96	108	25,56	0,930
60	105,35	95	26,84	1,054
65	117,29	85	28,29	1,173
70	128,56	78	29,94	1,286
75	139,00	72	31,78	1,390
80	148,44	67	33,86	1,484
85	156,77	64	36,20	1,568

Dn: diámetro normal, AMC: área máxima de copa, Arbha⁻¹: arboles por hectárea, ABha⁻¹: área basal por hectárea, ACi: porcentaje de cobertura.



La gráfica de densidad elaborada a partir del FCC (Figura 5) indica el umbral del número de árboles mínimo por categoría diamétricas que es necesario para cubrir el 100% de la superficie. Desde el punto de vista del manejo de la densidad con fines de producción maderable, la línea del 100% del FCC es la base para estimar el nivel de competencia entre los individuos y de utilización óptima del suelo. Un FCC menor al 100% indica ausencia de competencia y deficiencia en el uso del suelo, por lo que para optimizar la calidad y cantidad de la producción maderable lo deseable es mantener la densidad de un bosque arriba del 100% de cobertura.

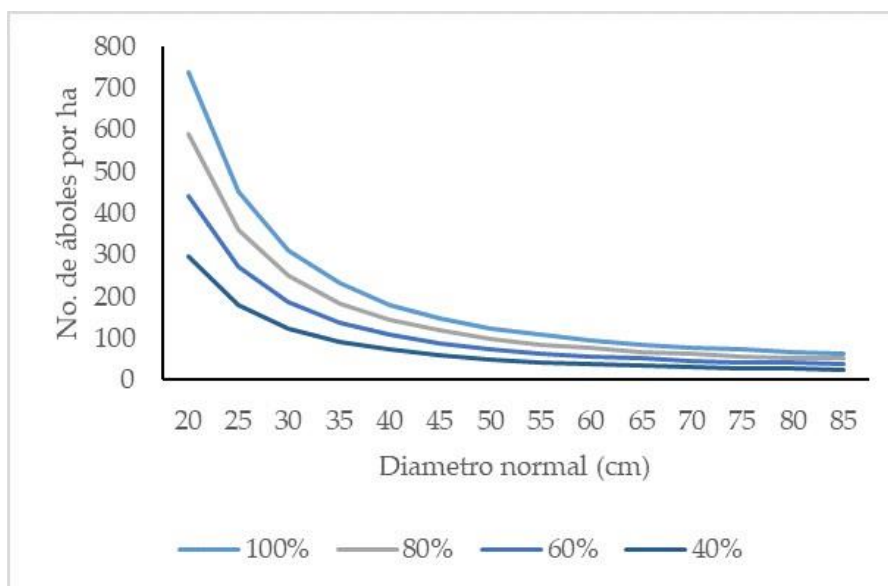


Figura 5.- Relación número de árboles por categoría diamétricas a diferentes niveles de factor de competencia de copa (FCC)

CONCLUSIONES

El diámetro normal es la variable más explicativa en un modelo lineal simple y uno cuadrático y mejor predictivo para el diámetro máximo de copa en *Pinus cooperi*.

El modelo polinomial cuadrático describe mejor la relación diámetro normal-diámetro máximo de copa, por lo que se recomienda para ser usado en el estudio del crecimiento y la competencia de esta especie en rodales coetáneos y en mixtos e irregulares en el estado de Durango.



Se pueden identificar dos escenarios de productividad del bosque relacionados con el factor de competencia de copa; cuando es de 100 % o superior: la productividad maderable es óptima; y si es menor al 100% la productividad no es óptima.

AGRADECIMIENTOS

Nuestro agradecimiento a la Unidad de Manejo Forestal Regional 1008 (UMAFOR 1008) del estado de Durango por las facilidades otorgadas en la realización de esta investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARNONI, E., GUIMARÃES, C.A., SCHNEIDER, P.R., HESS, A., LIESENBERG, V., y TAGLIAPIETRA, C., 2020. Modelado de índices de competencia para *Araucaria angustifolia* en dos sitios en el sur de Brasil. *Bosque (Valdivia)*, [En línea] Vol. 41, no. 1 [Consulta: 1 de septiembre de 2024]. ISSN 0717-9200. DOI: 10.4067/s0717-92002020000100065. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002020000100065>
- BERA, D., CHATTERJEE, N., y BERA, S., 2021. Comparative performance of linear regression, polynomial regression and generalized additive model for canopy cover estimation in the dry deciduous forest of West Bengal. *Remote Sensing Applications: Society and Environment* [En línea]. Vol. 22 [Consulta: 18 de agosto de 2024]. ISSN 2352-9385. DOI: 10.1016/j.rsase.2021.100502. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.rsase.2021.100502>.
- BECHTOLD, W.A., 2003. Crown-Diameter Prediction Models for 87 Species of Stand-Grown Trees in the Eastern United States. *Southern Journal of Applied Forestry*, [En línea]. Vol. 27, n.º 4 [Consulta: 8 septiembre de 2024]. ISSN 1938-3754. DOI: 10.1093/sjaf/27.4.269. Disponible en: <https://doi.org/10.1093/sjaf/27.4.269>.



- BIGING, G., y DOBBERTIN, M., 1995. Evaluation of competition indices in individual tree growth models. *Forest Science* [En línea]. Vol. 41, n.º 2 [Consulta: 18 de septiembre de 2024]. ISSN 1938-3738. DOI: 10.1093/forestscience/41.2.360. Disponible en: <https://doi.org/10.1093/forestscience/41.2.360>
- BRAGG, D. C., 2001. A local basal area adjustment for crown width prediction. *Northern Journal of Applied Forestry* [En Línea]. Vol. 18, n.º 1. [Consulta: 25 de Agosto de 2024]. ISSN 1938-3762. DOI: 10.1093/njaf/18.1.22. Disponible en: <https://doi.org/10.1093/njaf/18.1.22>
- BRAVO, A., MARCHI, M., TRAVAGLINI, D., PELLERI, F., MANETTI, M.C., CORONA, P., et al., 2020. Adoption of new silvicultural methods in Mediterranean forests: the influence of educational background and sociodemographic factors on marker decisions. *Annals of Forest Science* [En línea], vol. 77, n.º 2 [Consulta: el 21 de septiembre de 2024]. ISSN 1297-966X. DOI: 10.1007/s13595-020-00947-z. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/s13595-020-00947-z>.
- BUENO, G.F., COSTA, E.A., FINGER, C.A.G., LIESENBERG, V., y BISPO, P.D.C., 2022). Machine learning: crown diameter predictive modeling for open-grown trees in the cerrado biome, Brazil. *Forests* [En línea], Vol. 13, n.º 8 [Consulta: el 12 de agosto de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: 10.3390/f13081295. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/f13081295>
- CABON, A., MOUILLOT, F., LEMPEREUR, M., OURCIVAL, J.M., SIMIONI, G., y LIMOUSIN, J.M., 2018. Thinning increases tree growth by delaying drought-induced growth cessation in a Mediterranean evergreen oak coppice. *Forest Ecology and Management* [En línea]. Vol. 409 [Consulta: 9 de septiembre de 2024] ISSN 0378-1127. DOI: 10.1016/j.foreco.2017.11.030. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2017.11.030>.



- CHEN, Q., DUAN G., LIU Q., YE Q., SHARMA R.P., CHE Y, LIU H., y FU, L., 2021. Estimating crown width in degraded forest: A two-level nonlinear mixed-effects crown width model for *Dacrydium pierrei* and *Podocarpus imbricatus* in tropical China. *Forest Ecology and Management* [En línea]. Vol. 497 [Consulta: 20 de septiembre de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: 10.3390/f13081295. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/f13081295>
- CISNEROS, A.B., MOGLIA G., y ÁLVAREZ, J.A., 2019. Morfometría de copa en *Prosopis alba* Griseb. *Ciência Florestal* [En línea]. Vol. 29, n.º2. [Consulta: 29 de Agosto de 2024]. ISSN 1980-5098. DOI: 10.5902/1980509826846. Disponible en: <https://doi.org/10.5902/1980509826846>.
- COLÍN, J.G., AGUIRRE, O.A., CORRAL, J.J., VIVEROS, E., CORRAL, S., y CRECENTE, F., 2018. Influence of competition on the diametric growth of *Pinus durangensis* Martínez in Durango, Mexico. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* [En línea]. Vol. 9, n.º45 [Consulta: 10 de julio de 2024]. ISSN 2448-6671. DOI: 10.29298/rmcf.v9i45.145 Disponible en: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i45.145>
- CONDES, S., y STERBA, H., 2005. Derivation of compatible crown width equations for some important tree species of Spain. *Forest Ecology Management* [En línea]. Vol. 217 n.º2 [Consulta: 28 de julio de 2024]. ISSN 1999-4907. Disponible en: 203–218. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2005.06.002>
- COOMBES, A., MARTIN, J., y SLATER, D., 2019. Defining the allometry of stem and crown diameter of urban trees. *Urban Forestry & Urban Greening* [En línea]. Vol. 44. [Consulta: 17 de septiembre de 2024]. ISSN 1618-8667. DOI: 10.1016/j.ufug.2019.126421. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.ufug.2019.126421>
- CORRAL, J.J., ÁLVAREZ, J.G., RUÍZ, A.D., y GADOW, K., 2004. Compatible height and site index models for five pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management* [En línea]. Vol. 201. [Consulta: 8 de julio de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI:



10.1016/j.foreco.2004.05.060. Disponible en:
<https://doi.org/10.1016/j.foreco.2004.05.060>

CROOKSTON, N.L., y STAGE, A.R., 1999. Percent canopy cover and stand structure statistics from the Forest Vegetation Simulator. US Department of Agriculture, Forest Service, Rocky Mountain Research Station: Ogden, UT, USA, 1999. 63 p. Disponible en <https://www.fs.usda.gov/fmsc/ftp/fvs/docs/gtr/percancv.pdf>

CURTIS, R.O., y REUKEMA, L., 1970. Crown development and site estimates in a Douglas fir plantation spacing test. Forest Science [En línea]. Vol. 16, n.º3 [12 de julio de 2024]. ISSN 1938-3738. DOI: 10.1093/forestscience/16.3.287. DOI: 10.1093/forestscience/16.3.287. Disponible en: <https://doi.org/10.1093/forestscience/16.3.287>

DI SALVATORE, U., MARCHI, M., y CANTIANI, P., 2021. Single-tree crown shape and crown volume models for *Pinus nigra* JF Arnold in central Italy. Annals of Forest Science [En línea]. Vol. 78 [Consultado 3 de septiembre de 2024]. ISSN 1297-966X. DOI: 10.1007/s13595-021-01099-4. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/s13595-021-01099-4>

GIVNISH, T.J., 2020. The adaptive geometry of trees. The American Naturalist [En línea]. Vol. 195. N.º6 [Consulta: 11 de septiembre de 2024]. ISSN 1537-5323. DOI: 10.1086/708498. Disponible en: <https://doi.org/10.1086/708498>.

GONZALEZ-BENECKE C.A., FERNÁNDEZ, M.P., GAYOSO, J., PINCHEIRA, M., y WIGHTMAN, M., 2022. Using tree height, crown area and stand-level parameters to estimate tree diameter, volume, and biomass of *Pinus radiata*, *eucalyptus globulus* and *eucalyptus nitens*. Forests [En línea]. Vol. 13, n.º12 [Consulta: 29 de agosto de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: 10.3390/f13122043 Disponible en: <https://doi.org/10.3390/f13122043>



HASENAUER, H. (1997). Dimensional relationships of open-grown trees in Austria. *Forest Ecology and Management* [En línea]. Vol. 96, n.º 3 [Consulta: 18 de agosto de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: 10.1016/S0378-1127(97)00057-1. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(97\)00057-1](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(97)00057-1)

HASENAUER, H., MOSER, M., y ECKMULLNER, O., 1994. MOSES—a computer simulation program for modelling stand response. In: Pinto da Costa, M.E., Preuhsler, T. (Eds.), *Mixed Stands, Research Plots, Measurement and Results, Models*. Inst. Superior de Agronomia, University Technica de Lisboa, Lisboa Codex, Portugal (Appendix 1:1).

HERNÁNDEZ, J., GARCÍA, J.J., MUÑOS, H.J., GARCÍA, X., SÁENS, T., FLORES, C., y HERNÁNDEZ, A., 2013. Guía de densidad para manejo de bosques naturales de *Pinus teocote* Schlecht. Et Cham. En Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, [En línea]. Vol. 4, n.º 19 [Consulta: 19 de agosto de 2024]. ISSN 2448-6671. Disponible en: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2007-11322013000500006&script=sci_arttext

HERNÁNDEZ, J., REYES, V.J., y BELTRÁN, L., 2022. La copa como indicador fotosintético relevante en el manejo forestal de bosques templados. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* [En línea]. Vol 13, n.º 74 [Consulta: 10 de septiembre de 2024]. ISSN 2448-6671. DOI: 10.29298/rmcf.v13i74.1267. Disponible en: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v13i74.1267>

HESS, A.F., LOIOLA, T., ARRUDA DE SOUZA, I., y NASCIMENTO. B., 2016. Morfometría de la copa de *Araucaria angustifolia* en sitios naturales en el sur de Brasil. *Bosque* (Valdivia) [En línea]. Vol. 37, n.º 3 [Consulta 20 de Agosto de 2024]. ISSN 0717-9200. DOI: 10.4067/S0717-92002016000300017. Disponible en; <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002016000300017>



- HUSCH, B., MILLER, C., y BEERS, T., 1993. Forest mensuration. Krieger Publishing Co. Malabar, Florida, USA, 410 p. Disponible en: https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=p0v3m8Pau-kC&oi=fnd&pg=PR11&dq=Forest+mensuration&ots=LJFOmoHGvu&sig=6fep_KKHmxk2UCe_poUllw9-yDc#v=onepage&q=Forest%20mensuration&f=false
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA GEOGRAFÍA E INFORMÁTICA (INEGI), 2015. Anuario Estadístico Durango [En línea]. [consulta: 26 de agosto 2024]. Disponible en: http://www.datatur.sectur.gob.mx/ITxEF_Docs/DGO_ANUARIO_PDF15.pdf
- JUCKER, T., CASPERSEN, J., CHAVE, J., ANTIN, C., BARBIER, N., BONGERS, F., et al., 2017. Allometric equations for integrating remote sensing imagery into forest monitoring programmes. *Global change biology* [En línea]. Vol. 23, n.º 1 [Consulta: 19 de Agosto de 2024]. ISSN 1354-1013. DOI: 10.1111/gcb.13388 Disponible en: <https://doi.org/10.1111/gcb.13388>
- KRAJICEK, J., BRINKMAN, K., y GINGRICH, S., 1961. Crown competition – a measure of density. *Forest Science* [En línea]. Vol. 7 [Consulta: 8 de septiembre de 2024]. ISSN 1938-3738. DOI: 10.1093/forestscience/7.1.35. Disponible en: <https://doi.org/10.1093/forestscience/7.1.35>
- LHOTKA, J.M., y LOEWENSTEIN, E.F., 2008. An Examination of Species- Specific Growing Space Utilization. *Canadian Journal of Forest Research* [En línea]. Vol. 38, n.º 3 [Consulta: 11 de agosto de 2024]. ISSN 1208-6037. DOI: 10.1139/X07-147. Disponible en: <https://doi.org/10.1139/x07-147>.
- LI, Y., WANG, W., ZENG, W., WANG, J., y MENG, J., (2020). Development of Crown Ratio and Height to Crown Base Models for Masson Pine in Southern China. *Forests* [En línea]. Vol. 11, n.º 11 [Consulta 23 de agosto de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: 10.3390/f1111216. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/f1111216>



MARCHI, M., SCOTTI, R., RINALDINI, G., y CANTIANI, P., 2020. Taper Function for *Pinus nigra* in Central Italy: Is a More Complex Computational System Required? Forests [En línea]. Vol. 11, n.º 4 [Consulta: 18 de Agosto de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: 10.3390/f11040405. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/f11040405>.

MARTIN, N.A., CHAPPELKA, A., LOEWENSTEIN, E.F., KEEVER, G.J., y SOMERS, G., 2012. Predictive open-grown crown width equations for three oak species Planted in a Southern Urban Locale. Arboriculture & Urban Forestry [En línea]. Vol. 38, n.º 2 [Consulta: 29 de julio de 2024]. ISSN 2155-0778. DOI: 0.48044/jauf.2012.010. Disponible en: <https://doi.org/10.48044/jauf.2012.010>

MARTÍNEZ, D., CABALLERO, P., FILIO, E., GARZÓN, A., ORTIZ, R., CRUZ, O.L., APARICIO, C., y SANDOVAL, C., 2021. Guía de densidad para el manejo de rodales naturales de *Pinus rudis* Endl. en Oaxaca. Revista Mexicana de Ciencias Forestales [En línea]. Vol. 12, n.º 64 [Consulta 17 de septiembre de 2024]. ISSN 2448-6671. DOI: 10.29298/rmcf.v12i64.822. Disponible en línea: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v12i64.822>

MOEUR, M., 1981. Crown width and foliage weight of northern Rocky Mountain conifers. [En línea]. USDA Forest Service Research Paper, INT-283, 14p. [Consulta: 1 de agosto de 2024]. Disponible en: <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=PBGOcgtHiaYC&oi=fnd&pg=PA1&dq=Crown+width+and+foliage+weight+of+northern+Rocky+Mountain+conifers.+USDA+Forest+Service+Research+Paper,+&ots=CnUq0F6PM3&sig=tGdl2DwEN9Tx y3lQ2BxWQMUX2jQ#v=onepage&q=Crown%20width%20and%20foliage%20weight%20of%20northern%20Rocky%20Mountain%20conifers.%20USDA%20Forest%20Service%20Research%20Paper%2C&f=false>

OU, Y., y QUIÑÓNEZ, G., 2023. Modeling Height-Diameter Relationship Using Artificial Neural Networks for Durango Pine (*Pinus durangensis* Martínez) Species in Mexico. Forests [En línea]. Vol. 14, n.º 8 [Consulta: 12 de septiembre de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: 10.3390/f14081544. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/f14081544>



PAINE, D.P., y HANN, D.W., 1982. Maximum crown-width equations for southwestern Oregon tree species [En línea]. Forest Research Laboratory, Oregon State University, Corvallis. Research Paper. 46, 20 p. [Consulta: 12 de agosto de 2024]. Disponible en: <https://ir.library.oregonstate.edu/downloads/b2773w92s>

PRETZSCH, H., AHMED, S., JACOBS, M., SCHMIED, G., y HILMERS, T., 2022. Linking crown structure with tree ring pattern: methodological considerations and proof of concept. Trees [En línea]. Vol. 36, n.º 4 [Consulta: 9 de septiembre de 2024]. ISSN 1432-2285. DOI: 10.1007/s00468-022-02297-x. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/s00468-022-02297-x>

PRETZSCH, H., BIBER, P., y DURSKY, J., 2002. The single tree-based stand simulator SILVA: Construction, application and evaluation. Forest Ecology Management [En línea]. Vol. 162, n.º1 [Consulta: 13 de agosto de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: Disponible en: [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(02\)00047-6](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(02)00047-6)

QUADRI, O.A., 2019. Development and evaluation of linear and non-linear models for diameter at breast height and crown diameter of TriplochitonScleroxylon (K. Schum) Plantations in Oyo State, Nigeria. Journal of Agriculture and Veterinary Science [En línea]. Vol. 12, n.º 6 [Consulta: 12 de septiembre de 2024]. ISSN 2319-2380. DOI: 10.9790/2380-1206014752. Disponible en: <https://doi.org/10.9790/2380-1206014752>

QUIÑONES, A., y RAMÍREZ, H., 1998. Evaluación de la calidad de sitio y del efecto de la densidad en bosques de Pinus cooperi del estado de Durango. Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente. Vol. 4, n.º 2 [Consulta: 10 de agosto de 2024]. ISSN 2007-4018.

QIU, S., LIANG, R., WANG, Y., LUO, M., y SUN, Y., 2022. Comparative analysis of machine learning algorithms and statistical models for predicting crown width of Larix olgensis. Earth Science Informatics [En línea] Vol. 15 n.º 4 [Consulta: 10 de septiembre de 2024]. ISSN 1865-0481. DOI: Disponible en: 10.1007/s12145-022-00854-z <https://doi.org/10.1007/s12145-022-00854-z>



REINEKE, L.H., 1933. Perfecting a stand density index for even aged forest. Journal of Agricultura Research [En línea] Vol. 46, n.º [Consulta: 18 de Agosto de 2024]. ISSN 0095-9758. Disponible en: <https://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1N4TSLMJJK-JNTN9D-14QK/Perfecting%20a%20stand-density%20index%20for%20even-aged%20forests.PDF>

RODRÍGUEZ, L.R., RAZO, R., DÍAZ, H., y MEZA, J., 2009. Guía de densidad para Pinus montezumae en su área de distribución natural en el Estado de Hidalgo. [Consulta: 15 de septiembre de 2024]. Folleto Técnico No. 1. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Instituto de Ciencias Agropecuarias. Área Académica de Ingeniería Forestal. Tulancingo de Bravo, Hgo. México. 31 p. Disponible en: https://www.uaeh.edu.mx/investigacion/icap/LI_IntGenAmb/Rodri_Laguna/1.pdf

SANTIAGO-GARCÍA, W., DE LOS SANTOS, P.H.M., ÁNGELES G., VALDEZ J.R., DEL VALLE, D.H., y CORRAL, J.J. (2013). Auto-aclareo y guías de densidad para Pinus patula mediante el enfoque de regresión de frontera estocástica. Agrociencia [En línea]. Vol. 47, n.º 1 [Consulta: 29 de agosto de 2024]. ISSN 2521-9766. Disponible en: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1405-31952013000100007&script=sci_arttext

SECRETARÍA DEL MEDIO AMBIENTE Y RECURSOS NATURALES (SEMARNAT), 2019. Producción forestal maderable y no maderable. [En línea]. [consulta: 16 de agosto 2024]. Disponible en: https://apps1.semarnat.gob.mx:445/dgeia/indicadores17/conjuntob/indicador/07_forestales/7_2.html

SHARMA, R.P., BÍLEK, L., VACEK, Z., y VACEK, S., 2017. Modelling crown width-diameter relationship for Scots pine in the central Europe. Trees [En línea]. Vol. 31 [Consulta: 28 de agosto de 2024]. ISSN 1432-2285. DOI: 10.1007/s00468-017-1593-8, Disponible en; <https://doi.org/10.1007/s00468-017-1593-8>



- SPOREK, M., y SPOREK, K., 2023. Allometric Model of Crown Length for *Pinus sylvestris* L. Stands in South-Western Poland. *Forests* [En línea]. Vol. 14, n.º 9 [Consulta: 16 de agosto de 2024] ISSN 1999-4907. DOI: 10.3390/f14091779. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/f14091779>
- SMITH, W.R., FARRAR, J., y MURPHY, P.A., 1992. Crown and basal area relationships of open-grown southern pines for modelling competition and growth. *Canadian Journal of Forest Research* [En línea]. Vol. 22, n.º 3 [Consulta: 10 de septiembre de 2024]. ISSN 1208-6037, DOI: 10.1139/x92-044. Disponible en: <https://doi.org/10.1139/x92-044>
- SOTO, J.A., LÓPEZ, C.A., CORRAL, J.J., WEHENKEL, C., ÁLVAREZ, J.G., y CRECENTE, F. 2016. Desarrollo de un modelo de perfil de copa para *Pinus cooperi* Blanco en la UMAFOR 1008, Durango, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* [En línea]. Vol. 22, n.º 2 [Consulta: 6 de septiembre de 2024]. ISSN 2007-4018. DOI: 10.5154/r.rchscfa.2015.09.040. Disponible en: <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2015.09.040>
- TAMARIT, U.J.C., QUIÑONEZ, B.G., y HERNÁNDEZ, R.J., 2020. Aspectos metodológicos para generar diagramas de manejo de la densidad de rodales con base en el índice de Reineke. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* [En línea]. Vol 11, n.º 61 [Consulta: 10 de septiembre de 2024]. ISSN 2448-6671. DOI: 10.29298/rmcf.v11i61.728. Disponible en: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v11i61.728>
- VOSPERNIK, S., y STERBA, H., 2015. Do competition-density rule and self-thinning rule agree?. *Annals of Forest Science* [En línea]. Vol. 72 [Consulta: 10 de septiembre de 2024]. ISSN 1297-966X. DOI: 10.1007/s13595-014-0433-x Disponible en: <https://doi.org/10.1007/s13595-014-0433-x>
- YANG, S.I., y BRANDEIS, T.J., 2022. Estimating maximum stand density for mixed-hardwood forests among various phy siographic zones in the eastern US. *Forest Ecology and Management* [En línea]. Vol. 521 [Consulta: 18 de septiembre de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2022.120420>



YANG, Y., y HUANG, S. 2017. Allometric modelling of crown width for white spruce by fixed-and mixed-effects models. The Forestry Chronicle [En línea]. Vol. 93, n.º 2 [6 de septiembre de 2024]. ISSN 1499-9315. DOI: 10.5558/tfc2017-020. Disponible en: <https://doi.org/10.5558/tfc2017-020>

Conflictos de intereses:

Los autores declaran no tener conflictos de intereses.

Contribución de los autores:

Los autores han participado en la redacción del trabajo y análisis de los documentos.



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional.

