

Validation of a mathematical model developed for the solid state fermentation process of the sugar cane (*Saccharum officinarum*) with sweet potato (*Ipomoea batata* Lam)

Validación de un modelo matemático desarrollado para el proceso de fermentación en estado sólido de la caña de azúcar (*Saccharum officinarum*) con boniato (*Ipomoea batata* Lam)

Dailyn Sosa¹, J.C. Dustet², R. Boucourt¹ and Zoraya Rodríguez¹

¹Instituto de Ciencia Animal, Apartado Postal 24, San José de las Lajas, Mayabeque

²Grupo de Biotecnología Aplicada, Facultad de Ingeniería Química, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", La Habana.

Email: dsosa@ica.co.cu

The objective of this research was to validate the mathematical model developed by Sosa *et al.* (2012) with the experimental data of the solid state fermentation of the sugar cane with sweet potato. This model took into account the mass and energy balances, the logistic equation for microbial growth and an auxiliary equation for the specific growth rate in function of temperature. Sensitivity analysis of the model main variables responses was conducted. It was verify that the parameters which affect predictions in a range of $\pm 30\%$ variation were the substrate apparent density, the biomass/oxygen yield and the initial inoculum concentration. The heat capacity, thermal conductivity, porosity, biomass/substrate, biomass/water yields and higher biomass concentration did not cause variations in the results. The mathematical model allowed determining the total fermentation time and the time in which is necessary to turn the substrate to get a more efficient process.

Key words: *solid fermentation, mathematic modeling, animal feed*

In Cuba there is great interest in producing animal feed from agro-industrial waste. The Instituto de Ciencia Animal (ICA) has technologies for the obtaining of different products, among them: Saccharina, Sacchamaize, Sacchasorghum and Sacchasweet potato. The latter is obtained from the solid state fermentation (SSF) of sugar cane with sweet potato and can be used in the non-conventional feeding of monogastric animals (Rodríguez *et al.* 1998). The most acceptable technology for obtaining Sacchasweet potato was to perform fermentation in rustic conditions, which consist on a solids bed extended on a flat surface, exposed to the environment, without circulation of forced aeration.

The rustic fermentations can be an alternative for animal feed production, due to the bioreactors do not have application in this type of process because of its higher investment and operating costs. However, in the rustic SSF are some difficulties because the main environmental variables are not possible to control. Hence, it is necessary to develop mathematical models

El objetivo de este estudio fue validar el modelo matemático desarrollado por Sosa *et al.* (2012) con los datos experimentales de la fermentación en estado sólido de la caña de azúcar con boniato. Este modelo tuvo en cuenta los balances de masa y energía, la ecuación logística para el crecimiento microbiano y una ecuación auxiliar para la velocidad específica de crecimiento en función de la temperatura. Se realizó el análisis de sensibilidad de las principales variables respuestas del modelo. Se constató que los parámetros que afectaron las predicciones en un intervalo de $\pm 30\%$ de variación fueron la densidad aparente del sustrato, el rendimiento biomasa/oxígeno y la concentración inicial de inóculo. La capacidad calorífica, conductividad térmica, porosidad, rendimientos biomasa/sustrato, biomasa/agua y concentración máxima de biomasa no provocaron variaciones en los resultados. El modelo matemático permitió determinar el tiempo total de fermentación y el tiempo en que es necesario voltear el sustrato para lograr un proceso más eficiente.

Palabras clave: *fermentación sólida, modelación matemática, alimento animal*

En Cuba existe gran interés por producir alimento para animales a partir de desechos agroindustriales. El Instituto de Ciencia Animal (ICA) cuenta con tecnologías para la obtención de diferentes productos, entre los que se encuentran: la Saccharina, el Sacchamaíz, el Sacchasorgo y el Sacchaboniato. Este último se obtiene de la fermentación en estado sólido (FES) de la caña de azúcar con boniato y puede ser utilizado en la alimentación no convencional de animales monogástricos (Rodríguez *et al.* 1998). La tecnología más acertada para la obtención del Sacchaboniato fue realizar la fermentación en condiciones rústicas, que consiste en una cama de sólidos extendida sobre una superficie plana, expuesta al medio ambiente, sin circulación corriente de aireación forzada.

Las fermentaciones rústicas pueden ser una alternativa para la producción de alimento animal, debido a que los biorreactores no tienen aplicación en este tipo de proceso por sus altos costos de inversión y operación. No obstante, en las FES rústicas se presentan algunas dificultades, pues no se logran controlar las principales variables ambientales. De ahí que sea necesario

which allow to describe physical phenomena that take place and to establish operation conditions.

In the current scientific literature are available numerous papers on mathematical modeling for SSF, which are conducted under controlled bioreactors conditions, which is an important tool in the simulation of these processes (Valiño *et al.* 2011). This does not happen equally to the rustic SSF, since they have no models to characterize the process.

The most of models developed for bioreactors establish operating strategies that improve the SSF yield (Mitchell *et al.* 2010), although very few were validated, optimized and allowed to scale the process satisfactorily (Julian *et al.* 2014). Generally, these models allow solving the problems of heat and mass transfer, as well as significantly reducing the number of experiments, which in turn saves time and resources (Hasan *et al.* 2007, Singhania *et al.* 2009 and Mitchell *et al.* 2010).

From this perspective, Sosa *et al.* (2012) developed a mathematical model for rustic SSF that took into account the mass and energy balances. The objective of this research was to validate the mathematical model developed by these authors with experimental data from the fermentation of sugar cane with sweet potato under floor conditions.

Materials and Methods

Inoculum preparation. An activated culture from the LRO (Rhodotorula) strain was used, belonging to the microorganisms collection of the Departamento de Ciencias Biofisiológicas, of Instituto de Ciencia Animal. This yeast was culture in malt extract media (pH 8), it was incubated in orbital shaker at 110 rpm and 29 °C of temperature. Samples of 400 mL of this culture were taken and put into a fermenter containing 40 L of a mdeia (table 1) designed to guarantee the microorganisms conditions. A discontinuous fermentation at 26 °C during 20 h was carried out.

Solid state fermentation of sugar cane with sweet potato. Clean sugar cane was used, between 24 and 48 h after the cut and sweet potato after 24 h of the harvest. They were ground in a stationary Bolgar mill and mixed in the 50:50 (w/w) proportion. Minerals salts 0.5 % (w/w) and urea 1 % (w/w) was added. Plots of 1 m² were prepared, with solids bedding heights of

desarrollar modelos matemáticos que permitan describir los fenómenos físicos que tienen lugar y establecer las condiciones de operación.

En la literatura científica actual se dispone de numerosos trabajos de modelación matemática para las FES, que se realizan en condiciones controladas de biorreactores, lo que constituye una herramienta importante en la simulación de estos procesos (Valiño *et al.* 2011). Esto no sucede de igual forma para las FES rústicas, pues no cuentan con modelos que permitan caracterizar el proceso.

La mayoría de los modelos desarrollados para biorreactores establecen estrategias de operación que mejoran el rendimiento de las FES (Mitchell *et al.* 2010), aunque muy pocos se validaron, optimizaron y permitieron escalar el proceso de forma satisfactoria (Julián *et al.* 2014). De forma general, estos modelos permiten resolver los problemas de transferencia de calor y masa, así como reducir significativamente el número de experimentos, lo que a su vez ahorra tiempo y recursos (Hasan *et al.* 2007, Singhania *et al.* 2009 y Mitchell *et al.* 2010).

Desde esta perspectiva, Sosa *et al.* (2012) desarrollaron un modelo matemático para las FES rústicas que tuvo en cuenta los balances de masa y energía. El objetivo de este trabajo fue validar el modelo matemático desarrollado por estos autores con los datos experimentales de la fermentación de la caña de azúcar con boniato en condiciones de piso.

Materiales y Métodos

Preparación del inóculo. Se utilizó un cultivo activado de la cepa LRO (Rhodotorula), perteneciente a la colección de microorganismos del Departamento de Ciencias Biofisiológicas, del Instituto de Ciencia Animal. Esta levadura se cultivó en caldo extracto de malta (pH 8), se incubó en zaranda orbital a 110 rpm y temperatura de 29 °C. Se tomaron 400 mL de este cultivo y se inoculó un fermentador que contenía 40 L de un medio diseñado para garantizar las condiciones del microorganismo (tabla 1). Se realizó una fermentación discontinua a 26 °C durante 20 h.

Fermentación en estado sólido de la caña de azúcar con boniato. Se utilizó caña de azúcar limpia, entre 24 y 48 h de cortada, y boniato de 24 h de cosechado. Se molieron en molino Bolgar estacionario y se mezclaron en la proporción 50:50 (p/p). Se añadió 0.5 % (p/p) de

Table 1. Composition of the culture media

Components	g/L
Molasses	100
KH ₂ PO ₄	5
K ₂ HPO ₄	5
MgSO ₄ ·7H ₂ O	5
Urea	10

0.10 and 0.15 m (Rodríguez 2004), inoculated by sprinkling at 48h with a yeast culture at a concentration of $5.63 \cdot 10^6$ live cells \cdot mL⁻¹. The inoculum size represented 10 % of the substrate initial weight. The samplings were carried out at 0, 24, 48, 72 and 96 h in five points of the plot, to determine the dry matter according to AOAC (1995). The temperature was measured with digital sensor (Digi-Termo 10 °C-110 °C) previously to the sampling. Mean temperature was 26 °C. All experimental data taken at sampling points were averaged to form a single value of each parcel.

Mathematical model. The phenomenological model proposed by Sosa *et al.* (2012) was used, which took into account the description of the physical situation in mathematical terms. The model consists on the following equations:

Kinetic equation:

$$X = \frac{X_m}{1 + \left[\left(\frac{X_m}{X_0} \right) - 1 \right] e^{-\mu t}} \quad (1)$$

X - biomass concentration (kg of biomass/kg of substrate)

X_m - maximum concentration (kg of biomass/kg of substrate)

X_0 - initial concentration of biomass respectively (kg of biomass/kg of substrate),

μ - the specific growth rate (h⁻¹) and t is the time (h)

Energy balance:

$$\rho_b C_{p_b} \frac{\partial T}{\partial t} = k_b \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\Delta H_0 \rho_s (1-\varepsilon)}{Y_{X/O_2}} \frac{dX}{dt} \quad (2)$$

ρ_b - bedding density in the solids (kg/m³)

C_{p_b} - heat capacity of bedding in the solids (J/kg °C)

T - temperature (°C)

t - time (h)

k_b - thermal conductivity of bedding in the solids (J/mh°C),

x - bedding length in the solids (m)

z - bedding height in the solids (m)

ΔH_0 - standard combustion heat of organic molecules (J/kg of oxygen)

ρ_s - substrate density (kg/m³)

ε - bedding porosity in the solids (-)

X - biomass concentration (kg of biomass/kg of substrate)

Y_{X/O_2} - yield coefficient of biomass/oxygen (kg of biomass/kg of oxygen).

Mass balances:

Substrate:

$$(1 - \varepsilon) \frac{dC_s}{dt} = - \frac{\rho_s}{Y_{X/S}} \frac{dX}{dt} \quad (3)$$

oxygen:

$$\frac{dC_{O_2}}{dt} = - \frac{\rho_s}{Y_{X/O_2}} \frac{dX}{dt} \quad (4)$$

sales minerales y 1 % (p/p) de urea. Se conformaron parcelas de 1 m², con alturas de cama de sólidos de 0.10 y 0.15 m (Rodríguez 2004), inoculadas por aspersión a las 48 h con un cultivo de levadura a una concentración de $5.63 \cdot 10^6$ células vivas \cdot mL⁻¹. El tamaño del inóculo representó 10 % del peso inicial del sustrato. Los muestreos se realizaron a las 0, 24, 48, 72 y 96 h en cinco puntos de la parcela, para determinar la materia seca según AOAC (1995). La temperatura se midió con sensor digital (Digi-Termo 10 °C-110 °C) en los puntos previo a la toma de muestra. La temperatura ambiental fue de 26 °C. Todos los datos experimentales tomados en los puntos de muestreos se promediaron para conformar un único valor de cada parcela.

Modelo matemático. Se utilizó el modelo fenomenológico, propuesto por Sosa *et al.* (2012), que tuvo en cuenta la descripción de la situación física en términos matemáticos. El modelo consta de las siguientes ecuaciones:

Ecuación cinética:

$$X = \frac{X_m}{1 + \left[\left(\frac{X_m}{X_0} \right) - 1 \right] e^{-\mu t}} \quad (1)$$

X - concentración de biomasa (kg de biomasa/kg de sustrato)

X_m - concentración máxima (kg de biomasa/kg de sustrato)

X_0 - concentración inicial de biomasa respectivamente (kg de biomasa/kg de sustrato),

μ - la velocidad específica de crecimiento (h⁻¹) y t es el tiempo (h)

Balance de energía

$$\rho_b C_{p_b} \frac{\partial T}{\partial t} = k_b \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\Delta H_0 \rho_s (1-\varepsilon)}{Y_{X/O_2}} \frac{dX}{dt} \quad (2)$$

ρ_b - densidad de la cama de sólidos (kg/m³)

C_{p_b} - capacidad calorífica de la cama de sólidos (J/kg °C)

T - temperatura (°C)

t - tiempo (h)

k_b - conductividad térmica de la cama de sólidos (J/mh°C),

x - largo de la cama de sólidos (m)

z - altura de la cama de sólidos (m)

ΔH_0 - calor estándar de combustión de moléculas orgánicas (J/kg de oxígeno)

ρ_s - densidad del sustrato (kg/m³)

ε - porosidad de la cama de sólidos (-)

X - concentración de biomasa (kg de biomasa/kg de sustrato)

Y_{X/O_2} - coeficiente de rendimiento biomasa/oxígeno (kg de biomasa/kg de oxígeno).

Balances de masa:

Sustrato:

$$(1 - \varepsilon) \frac{dC_s}{dt} = - \frac{\rho_s}{Y_{X/S}} \frac{dX}{dt} \quad (3)$$

Water:

$$(1 - \varepsilon) \frac{dC_{H_2O}}{dt} = \frac{\rho_s}{Y_{X/H_2O}} \frac{dX}{dt} \quad (5)$$

Where:

C_s - solids concentration (kg/m³)

ε_{es} - bedding porosity in the solids (-)

t - time (h)

ρ_s - substrate density (kg/m³)

Y_{XS} - yield coefficient of biomass/substrate (kg of biomass/kg of substrate)

X - biomass concentration (kg of biomass/kg of substrate)

C_{O_2} - oxygen concentration (kg/m³)

Y_{X/O_2} - yield coefficient of biomass/oxygen (kg of biomass/kg of oxygen)

C_{H_2O} - water concentration (kg/m³)

Y_{X/H_2O} - yield coefficient of biomass/water (kg of biomass/kg of water)

Auxiliary equation:

$$\mu = \frac{Ae^{\left(\frac{-E_{a1}}{R(T+273)}\right)}}{1 + Be^{\left(\frac{-E_{a2}}{R(T+273)}\right)}} \quad (6)$$

Where:

μ - specific growth rate (h⁻¹)

A - empirical constant (h⁻¹)

B - empirical constant (-)

E_{a1} - activation energy (J/g mol)

E_{a2} - non -activation energy (J/g mol)

R - universal gas constant (J/g mol K)

T - temperature (°C)

The kinetics equation is used to determine the biomass production during the process. The energy balance allow to determine the temperature profiles, while mass balances allow to determine the rate of substrate and oxygen intake and the water production rate, respectively. The auxiliary equation represents the variations of the specific growth rate, depending on the temperature.

In this research the solution and validation of the mathematical model was developed, as well as its applications. All these aspects are in correspondence with the strategy described by Mitchell *et al.* (2006) for the development of mathematical models in the fermentative processes.

Estimation of physical properties. The determination of physical properties is an essential aspect for the mathematical modeling of these processes. In this article a compilation of the parameters taken into account to validate the mathematical model from the data reported in the literature (table 2) was performed.

To determine the density and thermal conductivity of the bedding in the solids, the equations of Ali and

Oxígeno:

$$\frac{dC_{O_2}}{dt} = -\frac{\rho_s}{Y_{X/O_2}} \frac{dX}{dt} \quad (4)$$

Agua:

$$(1 - \varepsilon) \frac{dC_{H_2O}}{dt} = \frac{\rho_s}{Y_{X/H_2O}} \frac{dX}{dt} \quad (5)$$

Donde:

C_s - concentración de sólidos (kg/m³)

ε_{es} - porosidad de la cama de sólidos (-)

t - tiempo (h)

ρ_s - densidad del sustrato (kg/m³)

Y_{XS} - coeficiente de rendimiento biomasa/sustrato (kg de biomasa/kg de sustrato)

X - concentración de biomasa (kg de biomasa/kg de sustrato)

C_{O_2} - concentración de oxígeno (kg/m³)

Y_{X/O_2} - coeficiente de rendimiento biomasa/oxígeno (kg de biomasa/kg de oxígeno)

C_{H_2O} - concentración de agua (kg/m³)

Y_{X/H_2O} - coeficiente de rendimiento biomasa/agua (kg de biomasa/kg de agua)

Ecuación auxiliar:

$$\mu = \frac{Ae^{\left(\frac{-E_{a1}}{R(T+273)}\right)}}{1 + Be^{\left(\frac{-E_{a2}}{R(T+273)}\right)}} \quad (6)$$

Donde:

μ - velocidad específica de crecimiento (h⁻¹)

A - constante empírica (h⁻¹)

B - constante empírica (-)

E_{a1} - energía de activación (J/g mol)

E_{a2} - energía de inactivación (J/g mol)

R - constante universal de los gases (J/g mol K)

T - temperatura (°C)

La ecuación cinética se utiliza para determinar la producción de biomasa durante el proceso. El balance de energía permite determinar los perfiles de temperatura, mientras que los balances de masas permiten determinar la velocidad de consumo de sustrato y oxígeno y la velocidad de producción de agua, respectivamente. La ecuación auxiliar representa las variaciones de la velocidad específica de crecimiento, en función de la temperatura.

En este trabajo se desarrolló la solución y validación del modelo matemático, así como sus aplicaciones. Todos estos aspectos están en correspondencia con la estrategia descrita por Mitchell *et al.* (2006) para el desarrollo de modelos matemáticos en los procesos fermentativos.

Estimación de las propiedades físicas. La determinación de las propiedades físicas es un aspecto indispensable para la modelación matemática de estos procesos. En este artículo se realizó una recopilación de los parámetros que se tuvieron en cuenta para la validación del modelo matemático a partir de los datos informados en la literatura (tabla 2).

Para determinar la densidad y conductividad térmica

Table 2. Parameters used in the mathematical model validation for the rustics SSF

Parameter	Value	Unit	Reference
ρ_b	500	kg/m ³	Equation calculated (7)
ρ_s	700	kg/m ³	Saucedo-Castañeda <i>et al.</i> (1990)
ρ_a	1.14	kg/m ³	Himmelblau (1982)
Cp_b	2500	J/kg°C	Equation calculated (9)
Cp_s	3140	J/kg°C	Hasan <i>et al.</i> (1998)
Cp_a	1005	J/kg°C	Sangsurasak and Mitchell (1995)
k_b	780	J/hm°C	Equation calculated (8)
k_s	1080	J/hm°C	Ali and Mahmoodzadeh (2009)
k_a	74.16	J/hm°C	Perry <i>et al.</i> (1984)
ΔH_0	1.4.107	J/kg oxygen	Weber <i>et al.</i> (1999)
ε	0.3	(-)	Hasan <i>et al.</i> (1998)
Y_{x/O_2}	0.85	kg biomass/ kg oxygen	Weber <i>et al.</i> (1999)
$Y_{x/s}$	0.55	kg biomass/ kg substrate	Saucedo-Castañeda <i>et al.</i> (1990)
Y_{x/H_2O}	1.1	kg biomass/ kg water	Weber <i>et al.</i> (1999)
X_m	0.125	kg biomass/ kg substrate	Mitchell and von Meien (2000)
X_0	0.0001	kg biomass/ kg substrate	Sangsurasak and Mitchell (1998)
A	2.694.1011	h ⁻¹	Saucedo-Castañeda <i>et al.</i> (1990)
B	1.3.1047	(-)	Saucedo-Castañeda <i>et al.</i> (1990)
R	8.314	J/mol°C	Himmelblau (1982)
E_{a1}	70225	J/mol	Saucedo-Castañeda <i>et al.</i> (1990)
E_{a2}	283356	J/mol	Saucedo-Castañeda <i>et al.</i> (1990)
x	1	m	Experimental data
z	0.15	m	Experimental data
t	96	h	Experimental data
T_a	26	°C	Experimental data

Mahmoodzadeh (2009) were used, which allowed treat the system as pseudo-homogeneous:

$$\rho_b = \varepsilon \rho_a + (1 - \varepsilon) \rho_s \quad (7)$$

$$k_b = \varepsilon k_a + (1 - \varepsilon) k_s \quad (8)$$

ρ_a - air density (kg/m³)

k_a - termical conductivity of the air (J/mh°C)

k_s - termical conductivity of the substrate (J/mh°C).

While for the heat capacity it was worked with the equation reported by Sangsurasak and Mitchell (1995):

$$Cp_b = \varepsilon Cp_a + (1 - \varepsilon) Cp_s \quad (9) \text{ where:}$$

Cp_a - heat capacity of the air (J/kg°C)

Cp_s -heat capacity of the substrate (J/kg°C)

The sensitivity analysis of the response variables (temperature, substrate intake rate and water production rate) was performed depending on the physical properties, kinetic and transport, for what it was worked in a range of $\pm 30\%$ of the reference value of each parameter. The fermentation time was 24 h.

Model solution. The solution of the partial differential equation, which represents the energy balance, was obtained by the finite differences method, while for mass balances were not required the use of numerical

de la cama de sólidos, se utilizaron las ecuaciones de Ali y Mahmoodzadeh (2009), que permitieron tratar el sistema como pseudo-homogéneo:

$$\rho_b = \varepsilon \rho_a + (1 - \varepsilon) \rho_s \quad (7)$$

$$k_b = \varepsilon k_a + (1 - \varepsilon) k_s \quad (8)$$

ρ_a -densidad del aire (kg/m³)

k_a - conductividad térmica del aire (J/mh°C)

k_s - conductividad térmica del sustrato (J/mh°C).

Mientras que para la capacidad calorífica se trabajó con la ecuación informada por Sangsurasak y Mitchell (1995):

$$Cp_b = \varepsilon Cp_a + (1 - \varepsilon) Cp_s \quad (9)$$

Cp_a - capacidad calorífica del aire (J/kg°C)

Cp_s -capacidad calorífica del sustrato (J/kg°C)

Se realizó el análisis de sensibilidad de las variables respuestas (temperatura, velocidad de consumo de sustrato y velocidad de producción de agua) en función de las propiedades físicas, cinéticas y de transporte, para lo que se trabajó en un intervalo de $\pm 30\%$ del valor de referencia de cada parámetro. El tiempo de fermentación fue de 24 h.

Solución del modelo. La solución de la ecuación diferencial parcial, que representa el balance de energía, se obtuvo por el método de diferencias finitas, mientras que para los balances de masa no se requirió del uso de

methods, because there were determined intake rates and main compounds production. All equations were programmed in MATLAB software, version 7.8.0.347 (2009), which provides results in matrix form. In addition, the following initial and contour conditions for the solution of the model were taken into account:

Initial condition:

$$t=0 \quad T=T_a$$

Boundary conditions:

$$x=0 \quad T=T_a$$

$$x=1 \text{ m} \quad T=T_a$$

$$z=0 \quad T=T_a$$

$$z=0.15 \text{ m} \quad T=T_a \quad \text{where:}$$

T_a - mean temperature

Model validation was made from the same initial conditions of the experimental work. Values of temperature and humidity content were also taken in five points of the matrix, which were averaged to obtain a single value. These results were compared with the experimental study.

Results and Discussion

Validation of the mathematical model efficiency. Energy balance. Figure 1 shows the temperature profile obtained by the model and the experimental results of the rustic SSF of sugar cane with sweet potatoes. In addition it provides that the proposed model predicted, satisfactorily, the experimental data. The observed differences could be given by the variations in the variables that affect the models predictions.

Figure 2 shows the modeling results, for 10 and 15 cm of bedding height in the solids. For 15 cm higher temperature values were reached, which coincides with Rodriguez *et al.* (2006) studies for this type of fermentation process.

The bedding height in the solids is one of the main factors to control in fermentations performed under rustic conditions. As the height is higher, higher

métodos numéricos, pues se determinaron velocidades de consumo y producción de los principales compuestos. Todas las ecuaciones se programaron en el software MATLAB, versión 7.8.0.347 (2009), que ofrece los resultados de forma matricial. Además, se tuvieron en cuenta las siguientes condiciones iniciales y de contorno para la solución del modelo:

Condición inicial:

$$t=0 \quad T=T_a$$

Condiciones de contorno:

$$x=0 \quad T=T_a$$

$$x=1 \text{ m} \quad T=T_a$$

$$z=0 \quad T=T_a$$

$$z=0.15 \text{ m} \quad T=T_a \quad \text{donde:}$$

T_a - temperatura ambiental

La validación del modelo se realizó a partir de las mismas condiciones iniciales del trabajo experimental. También se tomaron valores de temperatura y contenido de humedad en cinco puntos de la matriz, que fueron promediados para obtener un único valor. Estos resultados se compararon con el estudio experimental.

Resultados y Discusión

Validación de la eficacia del modelo. Balance de energía. La figura 1 muestra el perfil de temperatura obtenido por el modelo y con los resultados experimentales de la FES rústica de la caña de azúcar con boniato. Además evidencia que el modelo propuesto predijo, de forma satisfactoria, los datos experimentales. Las diferencias que se observan pudieran estar dadas por las variaciones en las variables que afectan las predicciones del modelo.

La figura 2 presenta los resultados de la modelación, para 10 y 15 cm de altura de la cama de sólidos. Para 15 cm se alcanzaron mayores valores de temperatura, lo que coincide con estudios de Rodríguez *et al.* (2006) para este tipo de proceso fermentativo. La altura de la cama de sólidos es uno de los principales factores a controlar en las fermentaciones que se realizan en

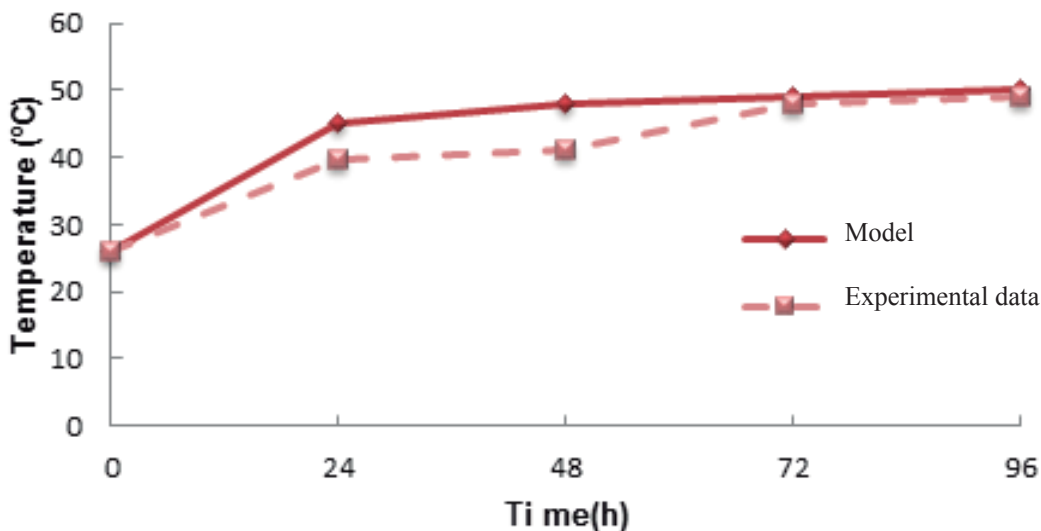


Figure 1. Comparison between the temperature profile which is obtained by the model and the experimental data of the rustic SSF of sugar cane with sweet potato for a bedding height in the solids of 0.15 m.

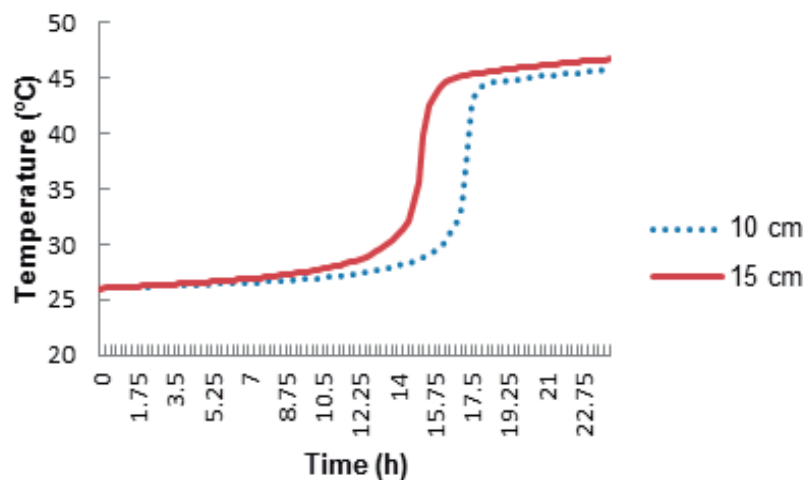


Figure 2. Comparison of the temperature profile estimated by the model for two bedding height in the solids (10 and 15 cm) in fermentation time of 24 h. The results are shown for the center of the bedding in the solids ($x=0.5$ m and $z=0.075$ m).

temperatures will be found, mainly, due, to the high thermal isolation capacity of the substrate, which prevents the metabolic heat dissipation generated during fermentation (Rodríguez *et al.* 2006)

In the SSF processes, mainly in those performed under rustic conditions, in which the main parameters are not controlled, important amounts of metabolic heat are generated. This produces higher temperature gradients that may favor by the non-inclusion of forced aeration in the processes with bioreactors or because the substrate cannot turn, as happen under rustic conditions (Carrasco *et al.* 1997). Other aspects which can affect are the low thermal conductivity of biological materials and the humidity content of the substrate (Rodríguez *et al.* 2006). The temperature profiles are directly related to the microbial kinetics, because as the cells population grows the metabolic heat is generated. In figure 2 is observed that these maintained a similar performance to the microbial growth which the logistic equation describes.

Figure 3 shows the estimated performance of the specific growth rate, biomass formation, the rate of substrate and oxygen intake as well as the water production rate for 24 h of fermentation. During the first 13 h of the process, the specific growth rate remained, approximately, constant. From this moment increased, and then decreased (figure 3a). The decrease in microbial growth should be understood, mainly, to the high temperatures reached during the fermentation process (figure 2). In the area where the highest values of specific growth rate were recorded, the appropriate interval temperature for microorganisms growth was obtained, which in this case ranged between 30-40 °C, approximately.

Figure 3b shows that during the first hours of fermentation there is biomass formation, although in lower proportion because of the low growth rates that were showed. The same occurs with the substrate and

condiciones rústicas. En la medida que la altura es mayor, se encontrarán temperaturas más elevadas, debido, fundamentalmente, a la alta capacidad de aislamiento térmico del sustrato, que impide la disipación del calor metabólico generado durante la fermentación (Rodríguez *et al.* 2006).

En los procesos de FES, principalmente en aquellos que se realizan en condiciones rústicas, en las que no se controlan los principales parámetros, se generan importantes cantidades de calor metabólico. Esto produce elevados gradientes de temperatura que se pueden favorecer por la no inclusión de aireación forzada en los procesos con biorreactores o porque no se volteo el sustrato, como ocurre en las condiciones rústicas (Carrasco *et al.* 1997). Otros aspectos que pueden afectar son la baja conductividad térmica de los materiales biológicos y el contenido de humedad del sustrato (Rodríguez *et al.* 2006). Los perfiles de temperatura se relacionan directamente con la cinética microbiana, ya que al crecer la población de células se genera calor metabólico. En la figura 2 se observa que estos mantuvieron un comportamiento similar al crecimiento microbiano que describe la ecuación logística.

La figura 3 presenta el comportamiento estimado de la velocidad específica de crecimiento, la formación de biomasa, la velocidad de consumo de sustrato y oxígeno, así como la velocidad de producción de agua para 24 h de fermentación. Durante las primeras 13 h del proceso, la velocidad específica de crecimiento permaneció, aproximadamente, constante. A partir de este momento aumentó, para luego disminuir (ver figura 3a). La disminución en el crecimiento microbiano se debe entender, fundamentalmente, a las altas temperaturas que se alcanzaron durante el proceso fermentativo (figura 2). En la zona donde se registraron los mayores valores de velocidad específica de crecimiento se obtuvo el intervalo de temperatura adecuada para el crecimiento de los microorganismos, que en este caso osciló entre 30-40 °C, aproximadamente.

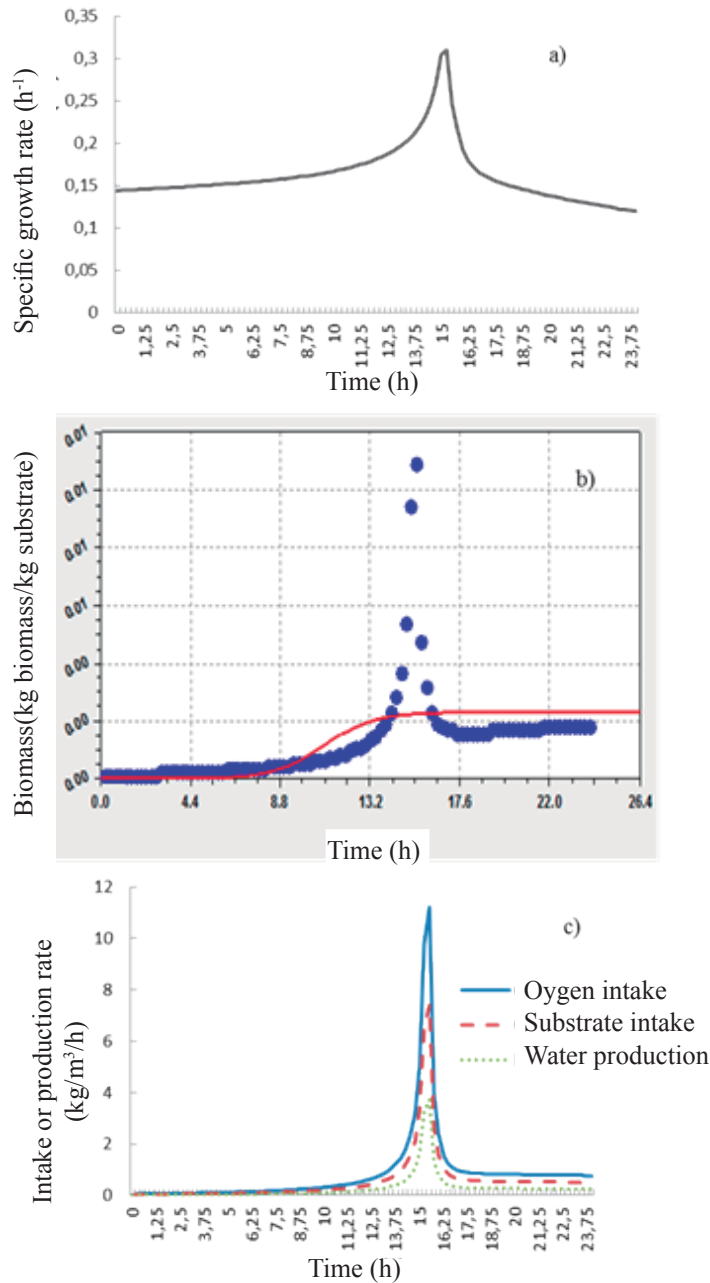


Figure 3. (a) Specific growth rate in function of time; (b) Growth curve of cells population obtained from the fermentation model of sugar cane with sweet potato and (c) Substrate and oxygen intake rate and water production rate. The values are shown for the center of the bedding in the solids ($x=0,5$ m and $z=0,075$ m) during the first 24 h of fermentation.

oxygen intake rates, as well as with the water production rate that, in this range were very low (figure 3c). As increased the specific growth rate of the microorganisms from 13h, the highest nutrients intake were obtained, as well as higher biomass concentrations and water production (figure 3).

In the processes of solid state fermentation (SSF), biomass formation and oxygen intake represent the most convenient way to verify the microbial growth. In these aerobic systems, the heat metabolic generation rate is proportional to the oxygen intake rate (Mitchell *et al.* 2006), while the aeration in the rustic SSF is related to the bedding height. As the latter is smaller, better aeration in the system is achieved.

La figura 3b muestra que durante las primeras horas de fermentación existe formación de biomasa, aunque en menor proporción por las bajas velocidades de crecimiento que se presentaron. De igual forma ocurre con las velocidades de consumo de sustrato y oxígeno, así como con la velocidad de producción de agua que, en este intervalo, fueron muy bajas (ver figura 3c). En la medida que aumentó la velocidad específica de crecimiento de los microorganismos a partir de las 13 h, se obtuvieron los mayores consumos de nutrientes, así como elevadas concentraciones de biomasa y producción de agua (figura 3).

En los procesos de fermentación en estado sólido (FES), la formación de biomasa y el consumo de oxígeno representan las vías más convenientes para

For higher bedding heights, aeration does not satisfy the metabolic heat extraction and then it is needed to turn the substrate.

A comparison between the dry matter values offered by the model and those obtained from the experimental procedure are shown in figure 4. As seen, the results are in function of the bedding height in the solids. It was found that the highest differences are 10 cm. This is due to variations which may exist in those parameters that affect the mathematical model. Moreover, the dry matter was higher when the bedding height in the solids was increased, because in this case the fermentation process is not as efficient, because there is lower oxygenation, higher metabolic heat accumulation and then, higher temperatures which limit microbial growth are reached. These results coincide with studies carried out by Carrasco *et al.* (1997) for fermentations with sugar cane, in which was also demonstrated that, when turning the substrate, the dry matter increased due to the loss of solid humidity.

Sensitivity analysis. The sensitivity analysis showed that the variables which affect the predictions of the mathematical model were the substrate apparent density, the biomass/oxygen yield and the initial inoculum concentration. While the heat capacity, thermal conductivity, porosity, biomass/substrate and biomass/water yields and the higher biomass concentration did not cause variations in the results.

The results of the variables which affect the model

verificar el crecimiento microbiano. En estos sistemas aerobios, la velocidad de generación de calor metabólico es proporcional a la velocidad de consumo de oxígeno (Mitchell *et al.* 2006), mientras que la aireación en las FES rústicas está relacionada con la altura de la cama. En la medida que esta última es más pequeña, mejor aireación se logra en el sistema. Para alturas de cama mayores, la aireación no satisface la extracción de calor metabólico y se necesita entonces voltear el sustrato.

En la figura 4 se muestra una comparación entre los valores de materia seca que ofrece el modelo y los que se obtuvieron del procedimiento experimental. Como se observa, los resultados están en función de la altura de la cama de sólidos. Se encontró que las mayores diferencias se presentan para 10 cm. Esto se debe a las variaciones que pueden existir en aquellos parámetros que afectan el modelo matemático. Por otra parte, la materia seca fue mayor cuando se aumentó la altura de la cama de sólidos, porque en este caso el proceso fermentativo no es tan eficiente, ya que existe menor oxigenación, mayor acumulación de calor metabólico y se alcanzan entonces, elevadas temperaturas que limitan el crecimiento microbiano. Estos resultados coinciden con estudios realizados por Carrasco *et al.* (1997) para fermentaciones con caña de azúcar, en los que se demostró además que, al voltear el sustrato, la materia seca aumenta debido a la pérdida de humedad del sólido.

Análisis de sensibilidad. El análisis de sensibilidad demostró que las variables que afectaron las predicciones del modelo matemático fueron la densidad aparente del sustrato, el rendimiento biomasa/oxígeno y la

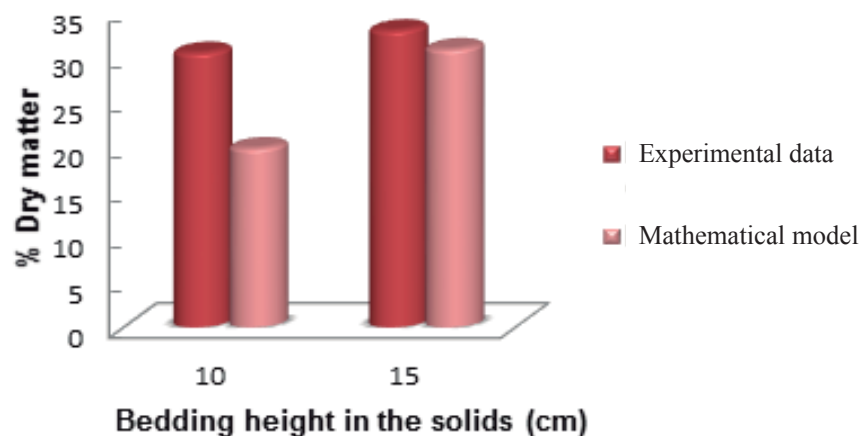


Figure 4. Comparison of the model results and the experimental data of the rustic SSF of sugar cane with sweet potato for the dry matter.

predictions are shown in figure 5. In all cases, there were no affectations in the value of maximum temperature reached during the process. Differences resided in the time needed to reach and were up to 10 °C approximately with respect to the reference value for the same period of fermentation, which is of great interest because this is one of the factors that most influences

concentración inicial de inóculo. Mientras que la capacidad calorífica, la conductividad térmica, la porosidad, los rendimientos biomasa/sustrato y biomasa/agua y la concentración máxima de biomasa no provocaron variaciones en los resultados.

En la figura 5 se muestran los resultados de las variables que afectaron las predicciones del modelo. En todos los

on the microbial growth. From the practical point of view, these differences are the most important, they offer an idea of the need to experimentally measure the variables that affect the rustic SSF. In addition, they bring problems in selecting the appropriate time to turn the substrate.

In previous studies, Sangsurasak and Mitchell (1998) developed a mathematical model in two-dimensional space for a packed-bed bioreactor. They found that one of the variables that affect the model predictions was the initial inoculum concentration, while with respect to the substrate apparent density, they explain that there was not much clarity on how it can affect microbial growth, because if this is limited by the available surface area of the substrate, then this variable would have little effect.

When the biomass/oxygen yield decreases, the metabolic heat increases and variations in the

casos, no existieron afectaciones en el valor de temperatura máxima alcanzada durante el proceso. Las diferencias radicaron en el tiempo necesario para alcanzarla y fueron de hasta 10 °C aproximadamente con respecto al valor de referencia para un mismo tiempo de fermentación, lo que resulta de gran interés debido a que éste es uno de los factores que más influye en el crecimiento microbiano. Desde el punto de vista práctico, estas diferencias son las más importantes, pues ofrecen una idea de la necesidad de medir experimentalmente las variables que afectan la FES rústica. Además, traen consigo problemas en la selección del momento apropiado para voltear el sustrato.

En estudios anteriores, Sangsurasak y Mitchell (1998) desarrollaron un modelo matemático en dos dimensiones del espacio para un biorreactor de cama empacada. Estos autores encontraron que una de las variables que afectó las predicciones del modelo fue la concentración inicial de inóculo, mientras que con

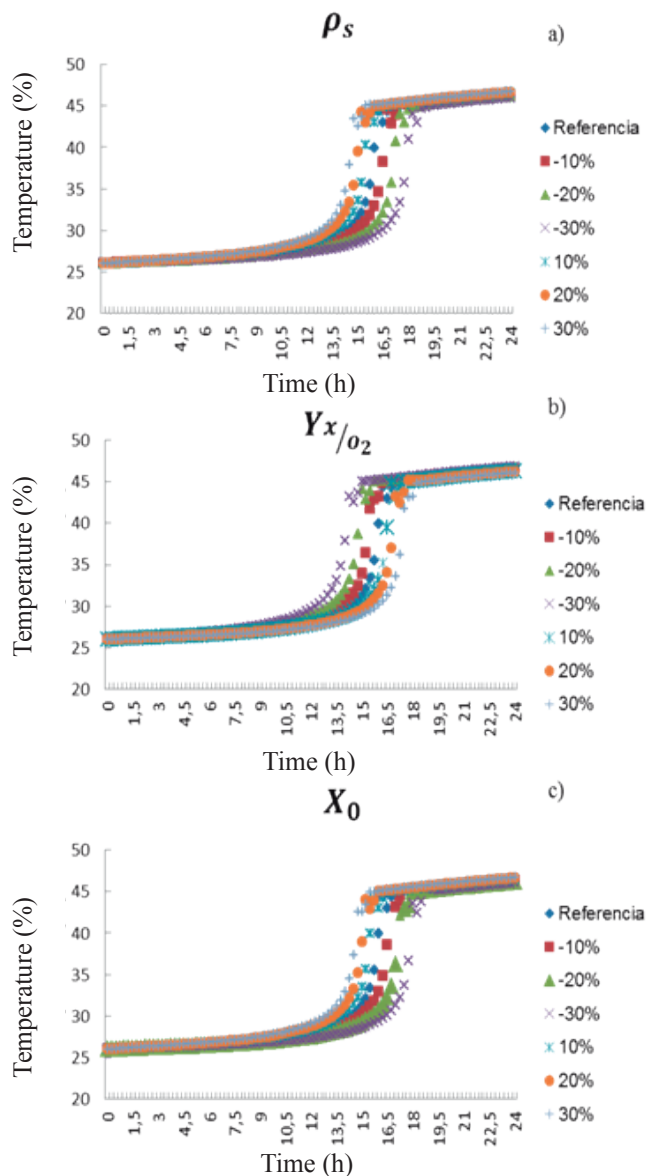


Figure 5. Temperature sensitivity predicted by the model in the center of the bedding in the solids ($x=0.5$ m and $z=0.075$ m) to variations in: (a) apparent substrate density ($490-910$ kg/m³), reference value $\rho_s=700$ kg/m³; (b) yield coefficient biomass/oxygen ($0.595-1.105$ kg biomass/kg oxygen), reference value $Y_{x/o_2}=0.85$ kg biomass/kg oxygen and (c) initial inoculum concentration ($0,00007-0,00013$ kg biomass/kg substrate), reference value $X_0=0,0001$ kg biomass/kg substrate

temperature profile are obtained (figure 5c). The yields depend on the biomass reduction degree and energy yields of the process (Erickson *et al.* 1978). Generally, the stoichiometric parameters considerably vary, due to the substrates diversity used in the SSF and therefore, also change the reduction degrees. This means that the yields may be different from a fermentation process to another.

Table 3 shows the results of the sensitivity analysis for variables that did not affect the mathematical model predictions. This was carried out for a time of 15 h because it was when there was a higher difference. In this regard, Smits *et al.* (1999) offered similar results for the heat capacity. In addition, the fact that the thermal conductivity did not cause changes in the results indicates that the conduction mechanism was not affected by the changes in this transport parameter. In the case of the porosity, the few variations constitute an advantage for rustic SSF, since there were not affectations in the development of the process after turn the bedding in the solids, which is essential, since this is the only way in which it is achieve to control the temperature in these processes.

One of the main practical applications of the mathematical model in study is to determine the time in which the substrate should be move due to high temperatures. From the results of the equations of mass and energy balances, it can state that between 13-15 h of fermentation higher microorganisms growth rate occur, thereby the rate of substrate and oxygen intake increase, as well as the water production rate. This demonstrates an important metabolic activity in the optimum temperature range for growth

respecto a la densidad aparente del sustrato, plantearon que no existía mucha claridad en cómo puede afectar el crecimiento microbiano, pues si este es limitado por el área superficial disponible del sustrato, entonces esta variable tendría poco efecto.

Cuando el rendimiento biomasa/oxígeno disminuye, el calor metabólico aumenta y se obtienen variaciones en el perfil de temperatura (figura 5c). Los rendimientos dependen del grado de reducción de la biomasa y de los rendimientos energéticos del proceso (Erickson *et al.* 1978). De forma general, los parámetros estequiométricos varían notablemente, debido a la diversidad de sustratos utilizados en las FES y por tanto, también cambian los grados de reducción. Esto implica que los rendimientos pueden ser diferentes de un proceso de fermentación a otro.

En la tabla 3 se muestran los resultados del análisis de sensibilidad para las variables que no afectaron las predicciones del modelo matemático. Éste se realizó para un tiempo de 15 h porque fue cuando hubo mayor diferencia. En este sentido, Smits *et al.* (1999) ofrecieron resultados similares para la capacidad calorífica. Además, el hecho de que la conductividad térmica no provocara cambios en los resultados indica que el mecanismo de conducción no se afectó por los cambios en este parámetro de transporte. En el caso de la porosidad, las pocas variaciones constituyen una ventaja para las FES rústicas, puesto que no se tendrán afectaciones en el desarrollo del proceso después que se voltee la cama de sólidos, lo que resulta indispensable, ya que esta es la única forma en que se logra controlar la temperatura en estos procesos.

Una de las principales aplicaciones prácticas del modelo matemático en estudio es determinar el tiempo en que se debe mover el sustrato debido a las altas temperaturas. A partir de los resultados de las ecuaciones de balances de

Table 3. Differences in temperature values for 15 h of fermentation in function of the variables which not affect the model predictions

	Temperature values (°C)						
	Reference (°C)	-30%	-20%	-10%	10%	20%	30%
Heat capacity	31.32	39.66	34.32	32.36	30.64	30.15	29.78
Difference(°C)	-	8.34	3	1.04	0.68	1.17	1.54
Thermal Conductivity	31.32	36.13	33.66	32.25	30.64	30.13	29.73
Difference(°C)	-	4.81	2.34	0.93	0.68	1.19	1.59
Porosity	31.32	34.62	33.13	32.09	30.70	30.20	29.77
Difference(°C)	-	3.3	1.81	0.77	0.62	1.12	1.55
Maximum biomass concentration	31.32	31.21	31.25	31.29	31.34	31.36	31.38
Difference(°C)	-	0.11	0.07	0.03	0.02	0.04	0.06
	Values of substrate consumption and water production (kg/m ³ h)						
Biomass/substrate yield	1.06	1.51	1.32	1.17	0.96	0.88	0.81
Difference, (kg/m ³ h)	-	0.45	0.26	0.11	0.1	0.18	0.25
Biomass/Water yield	0.53	0.75	0.66	0.59	0.48	0.44	0.41
Difference, (kg/m ³ h)	-	0.22	0.13	0.06	0.05	0.09	0.12

(30 - 40 °C).

When values over this range were reached, it is necessary to turn the substrate, since the growth specific rate begins to decrease because of the high temperatures that occur in the system, due to the low metabolic heat dissipation generated. A study of the fermentation time performance for various bedding heights in the solids and different biomass/oxygen yields is show in figure 6. As can be seen, as the bedding height in the solids increases, the time in which the substrate should turn decreases up to a value that remained constant, despite height continue increasing. The time was reduced when decreasing the biomass/oxygen yield. The arrow on the graph indicates the fermentation time in which the optimum temperature range (30 - 40 °C) for growth was reached, from which the substrate must be moved in this study.

From the practical point of view, these results are indispensable for the fermentations performed under rustic conditions, then turning the substrate is the most effective way to control the temperature in this type of process. From the graph it can also determine, the time required for fermentation, which will depend on whether or not reach the protein and fiber percentages suitable for animal feed.

It is concluded that the mathematical model developed by Sosa *et al.* (2012) was able to predict the experimental results from the fermentation of sugar cane with sweet potato.

In addition, an adequate description of the rustic SSF process in two dimensions of space and time was achieved. With the model it can predict important operating variables, such as the time at which to turn the substrate and the maximum height of the bedding in the solids to maintain an appropriate temperature value in the process.

The parameters that affect the predictions of the mathematical model were the substrate apparent density, the biomass/oxygen yield and the initial inoculum concentration. The remaining variables did not cause changes in the results. Generally, the model can be applied in studies of solid state rustic fermentations used

masa y energía, se puede plantear que entre las 13-15 h de fermentación se producen las mayores velocidades de crecimiento de los microorganismos, por lo que aumentan las velocidades de consumo de sustrato y oxígeno, así como la velocidad de producción de agua. Esto evidencia una actividad metabólica importante en el intervalo de temperatura óptima para el crecimiento (30 - 40 °C).

Cuando se alcancen valores por encima de este intervalo, es necesario voltear el sustrato, ya que la velocidad específica de crecimiento comienza a disminuir por las altas temperaturas que se producen en el sistema, debido a la baja disipación del calor metabólico generado. En la figura 6 se muestra un estudio del comportamiento del tiempo de fermentación para varias alturas de la cama de sólidos y diferentes rendimientos biomasa/oxígeno. Como se puede apreciar, en la medida que aumenta la altura de la cama de sólidos el tiempo en que se debe voltear el sustrato disminuye hasta un valor en el que se mantuvo constante, a pesar de que continua aumentando la altura. El tiempo se redujo al disminuir el rendimiento biomasa/oxígeno. La flecha en el gráfico indica el tiempo de fermentación en que se alcanzó el intervalo de temperatura óptima (30 - 40°C) para el crecimiento, a partir del que se debe mover el sustrato en este estudio.

Desde el punto de vista práctico, estos resultados son indispensables para las fermentaciones que se realizan en condiciones rústicas, pues voltear el sustrato es la forma más eficaz de controlar la temperatura en este tipo de proceso. A partir del gráfico se puede determinar además, el tiempo necesario de fermentación, lo que estará en función de si se alcanzan o no los porcentajes de proteína y fibra adecuados para la alimentación animal.

Se concluye que el modelo matemático desarrollado por Sosa *et al.* (2012) fue capaz de predecir los resultados experimentales de la fermentación de la caña de azúcar con boniato. Además, se logró una descripción adecuada del proceso de FES rústica en dos dimensiones del espacio y el tiempo. Con el modelo se pueden predecir variables importantes de operación, como el tiempo en que se debe voltear el sustrato y la altura máxima de la cama de sólidos para mantener un valor de temperatura adecuada en el proceso.

Los parámetros que afectaron las predicciones

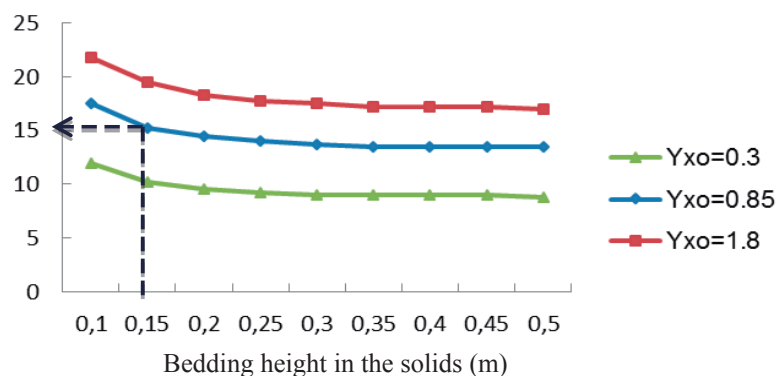


Figure 6. Necessary fermentation time to turn the substrate in function of the bedding height in the solids and biomass/ oxygen yield

in animal feed production.

del modelo matemático fueron la densidad aparente del sustrato, el rendimiento biomasa/oxígeno y la concentración inicial de inóculo. El resto de las variables no provocaron cambios en los resultados. De forma general, el modelo se puede aplicar en estudios de fermentaciones rústicas en estado sólido que se utilizan en la producción de alimento animal.

References

- Ali, F. M. & Mahmoodzadeh, V. B. 2009. "Modeling of temperature gradients in packed-bed solid-state bioreactors". *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 48 (1): 446–451, ISSN: 0255-2701, DOI: 10.1016/j.cep.2008.06.001.
- AOAC. 1995. *Official methods of analysis of AOAC*. 16th ed., vol. 1, Washington, D.C.: AOAC International, ISBN: 978-0-935584-54-7, Available: <<http://www.cabdirect.org/abstracts/19951414840.html>>, [Consulted: February 16, 2016].
- Carrasco, E., Bocourt, R. & Elías, A. 1997. "Layer height and tumbling on sugar cane fermentation with bovine faeces". *Cuban Journal of Agricultural Science*, 31 (1): 43, ISSN: 2079-3480.
- Erickson, L. E., Selga, S. E. & Viesturs, U. E. 1978. "Application of mass and energy balance regularities to product formation". *Biotechnology and Bioengineering*, 20 (10): 1623–1638, ISSN: 1097-0290, DOI: 10.1002/bit.260201009.
- Hasan, S. A., Kumar, S. & Kumar, S. 2007. "Modelling of a packed bed solid-state fermentation bioreactor using the N-tanks in series approach". *Biochemical Engineering Journal*, 35 (1): 20–28, ISSN: 1369-703X, DOI: 10.1016/j.bej.2006.12.016.
- Hasan, S. D. M., Costa, J. A. V. & Sanzo, A. V. L. 1998. "Heat transfer simulation of solid state fermentation in a packed-bed bioreactor". *Biotechnology Techniques*, 12 (10): 787–791, ISSN: 0951-208X, 1573-6784, DOI: 10.1023/A:1008887828569.
- Himmelblau, D. M. 1982. *Basic principles and calculations in chemical engineering*. Englewood Cliffs, NJ, United States: Prentice-Hall, Inc., Available: <<http://www.osti.gov/scitech/biblio/5410794>>, [Consulted: February 16, 2016].
- Julián, R. M. C., Ramos, S. L. B. & Gómez, A. A. O. 2014. "Modelación matemática del proceso de enriquecimiento proteico del bagazo de caña de azúcar en un biorreactor de lecho fijo". *Tecnología Química*, 34 (3): 207–216, ISSN: 2224-6185.
- MathWorks, Inc. 2009. MATLAB®. version 7.8.0.347, [Microsoft Windows], Available: <<https://www.mathworks.com>>.
- Mitchell, D. D. A., Berovič, P. M. & Krieger, D. N. 2006. "Solid-State Fermentation Bioreactor Fundamentals: Introduction and Overview". In: Mitchell, D. D. A., Berovič, D. M. & Krieger, D. N. (eds.), *Solid-State Fermentation Bioreactors*, Springer Berlin Heidelberg: 1–12, ISBN: 978-3-540-31285-7, Available: <http://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-31286-2_1>, [Consulted: February 16, 2016].
- Mitchell, D. A., Cunha, L. E. N., Machado, A. V. L., de Lima Luz Jr., L. F. & Krieger, N. 2010. "A model-based investigation of the potential advantages of multi-layer packed beds in solid-state fermentation". *Biochemical Engineering Journal*, 48 (2): 195–203, ISSN: 1369-703X, DOI: 10.1016/j.bej.2009.10.008.
- Mitchell, D. A. & von Meien, O. F. 2000. "Mathematical modeling as a tool to investigate the design and operation of the zymotis packed-bed bioreactor for solid-state fermentation". *Biotechnology and Bioengineering*, 68 (2): 127–135, ISSN: 1097-0290, DOI: 10.1002/(SICI)1097-0290(20000420)68:2<127::AID-BIT1>3.0.CO;2-K.
- Perry, R. H., Green, D. W. & Maloney, J. O. 1984. *Perry's Chemical engineers' handbook*. 6th ed., New York: McGraw-Hill, ISBN: 978-0-07-049479-4.
- Rodríguez, Z. 2004. *Uso del boniato en la tecnología de fermentación en estado sólido de la caña de azúcar*. Ph. D. thesis, Universidad Agraria de La Habana 'Fructuoso Rodríguez Pérez', La Habana, Cuba.
- Rodríguez, Z., Boucourt, R., Elías, A., Herrera, F. R. & Nuñez, O. 2006. "Effect of layer height on the fermentation dynamics of sugarcane (*Saccharum officinarum*) and sweet potato (*Ipomoea batata* Lam) mixtures". *Cuban Journal of Agricultural Science*, 40 (2): 161–170, ISSN: 2079-3480.
- Rodríguez, Z., Elías, A. & Riverí, Z. 1998. "Studies on the utilization of sweet potato (*Ipomoea batata* Lam) in solid state fermentation of sugar cane". *Cuban Journal of Agricultural Science*, 32 (3): 285–290, ISSN: 2079-3480.
- Sangsurasak, P. & Mitchell, D. A. 1995. "Incorporation of death kinetics into a 2-dimensional dynamic heat transfer model for solid state fermentation". *Journal of Chemical Technology & Biotechnology*, 64 (3): 253–260, ISSN: 1097-4660, DOI: 10.1002/jctb.280640307.
- Sangsurasak, P. & Mitchell, D. A. 1998. "Validation of a model describing two-dimensional heat transfer during solid-state fermentation in packed bed bioreactors". *Biotechnology and Bioengineering*, 60 (6): 739–749, ISSN: 1097-0290, DOI: 10.1002/(SICI)1097-0290(19981220)60:6<739::AID-BIT10>3.0.CO;2-U.
- Saucedo, C. G., Gutiérrez, R. M., Bacquet, G., Raimbault, M. & Viniegra, G. G. 1990. "Heat transfer simulation in solid substrate fermentation". *Biotechnology and Bioengineering*, 35 (8): 802–808, ISSN: 1097-0290, DOI: 10.1002/bit.260350808.
- Singhania, R. R., Patel, A. K., Soccol, C. R. & Pandey, A. 2009. "Recent advances in solid-state fermentation". *Biochemical Engineering Journal*, 44 (1): 13–18, ISSN: 1369-703X, DOI: 10.1016/j.bej.2008.10.019.
- Smits, J. P., Sonsbeek, H. M. van, Tramper, J., Knol, W., Geelhoed, W., Peeters, M. & Rinzema, A. 1999. "Modelling fungal solid-state fermentation: the role of inactivation kinetics". *Bioprocess Engineering*, 20 (5): 391–404, ISSN: 0178-515X, 1615-7605, DOI: 10.1007/s004490050607.
- Sosa, D., Boucourt, R. & Dustet, J. C. 2012. "Use of mathematical modeling on the solid-state fermentation processes of fibrous substrates for animal feeding". *Cuban Journal of Agricultural Science*, 46 (2): 119–126, ISSN: 2079-3480.
- Valiño, E. C., Ibarra, A., García, Y., Izquierdo, E. & Dustet, J. C. 2011. "Descripción de la fermentación del bagazo de caña por *Trichoderma viride* M5-2 en un biorreactor estático mediante un modelo fenomenológico". *Cuban Journal of Agricultural*

Science, 45 (3), p. 267, ISSN: 2079-3480.

Weber, F. J., Tramper, J. & Rinzema, A. 1999. "A simplified material and energy balance approach for process development and scale-up of *Coniothyrium minitans* conidia production by solid-state cultivation in a packed-bed reactor". *Biotechnology and Bioengineering*, 65 (4): 447–458, ISSN: 1097-0290, DOI: 10.1002/(SICI)1097-0290(19991120)65:4<447::AID-BIT9>3.0.CO;2-K.

Received: June 16, 2015