



Optimización de la Estimación de DOA en Sistemas de Antenas Inteligentes usando criterios de Redes Neuronales

S. G. Fernández¹, Y. L. Padilla², O. A. G. Obregón³, Y. P. Arbella⁴

RESUMEN / ABSTRACT

La estimación DOA es uno de los principales problemas a resolver en las comunicaciones modernas. En el presente trabajo, se realiza un acercamiento a los sistemas de Antenas Inteligentes y los elementos teóricos referidos a la estimación de DOA, ecuaciones y modelos. Se estudian los métodos clásicos de estimación y las nuevas técnicas basadas en Redes Neuronales. Se traza una metodología para la obtención de resultados, a partir de parámetros medibles, en cada uno de los algoritmos de estimación sometidos a comparación. Finalmente, se analizan los resultados y se propone utilizar técnicas basadas en Redes Neuronales a fin de mejorar la estimación de DOA en Antenas Inteligentes.

Palabras claves: Antenas Inteligentes, Estimación de Dirección de Arribo, Redes Neuronales

DOA estimation is one of the main problems to solve in modern communications. This article exhibits an approach to Smart Antenna Systems and the theoretical elements referred to the DOA estimation, its models and equations. It makes a study the classical methods, and it deepens in a novel methods based on Neural Networks. Then it traces a methodology for obtaining the results, from measurable parameters in each of the estimation algorithms under comparison. Finally, it analyzes the results and intends to apply techniques based in Neural Network to improve the estimation of DOA in Smart Antennas.

Key words: Direction-of-Arrival estimation, Neural Networks, Smart Antennas

Optimization of the DOA Estimation in Smart Antenna Systems using Neural Networks approaches

INTRODUCCION

Este artículo enmarca la estimación de Dirección de Arribo —*Direction of Arrival* (DOA)— en el contexto de las Antenas Inteligentes —*Smart Antennas* (SA)—, concepto que se ubica en algún punto de la década de los cincuenta y halla sus primeras aplicaciones en el sector militar. Las SA surgen como una tecnología destinada a mitigar el desvanecimiento multitrayecto, el consumo de potencia, e incrementar la capacidad de los sistemas inalámbricos. En los últimos años las SA han ganado popularidad, convirtiéndose en uno de los sistemas de mayor demanda en el área comercial.

La inteligencia, (basado en la definición del diccionario Webster's), es la capacidad de aplicar conocimientos para manipular su entorno, los cuales son medidos por criterios objetivos. En consecuencia, la inteligencia de un sistema depende de la información recopilada, de cómo se alcanza el conocimiento de la información procesada, y su capacidad para aplicar este conocimiento. En las SA este conocimiento se adquiere y aplica a través de algoritmos que finalmente serán procesados¹.

Así, surgen una gran variedad de algoritmos para la estimación de DOA, con el fin de aumentar el rendimiento de los sistemas inalámbricos, dando lugar a los métodos convencionales de estimación. Aunque funcionan, la práctica ha demostrado que aún son lentos, por lo que es necesario utilizar algoritmos más eficientes. Debe acotarse, que ningún algoritmo es capaz de optimizar por completo los disímiles problemas en el diseño de antenas, y la aplicación de uno u otro obedece a un sinnúmero de variables a considerar en esta investigación.

En las últimas décadas, las Ciencias Computacionales han marcado pautas en el desarrollo de nuevas aplicaciones que dan solución a muchos problemas prácticos en la ingeniería de las antenas. Uno de los aportes más importantes en materia de optimización lo constituye el uso de criterios de Inteligencia Artificial —*Artificial Intelligence* (AI)—, que describe conductas inteligentes, aprendizaje, y adaptabilidad en los sistemas. En este escenario emergen un número importante de algoritmos para la estimación de DOA, que se apoyan en las Redes Neuronales —*Neural Networks* (NNs)—. El éxito de las experiencias basadas en NNs está dado por la propia naturaleza de este subcampo de la AI. Su capacidad para realizar cálculos a gran velocidad, paralelismo inherente, aprendizaje y rápida adaptabilidad ante cambios en los datos, la hace un candidato serio para estas aplicaciones. Entre las NNs donde más se ha trabajado el fenómeno de DOA, se encuentra las Redes Neuronales de Función de Base Radial —*Radial Basis Function Neural Networks* (RBFNN)—, y se caracterizan por su velocidad y precisión en tiempo real.

El rápido avance en las comunicaciones inalámbricas impone nuevos paradigmas en el diseño de antenas, y las exigencias para la estimación de DOA son cada vez mayores. Los algoritmos convencionales no cumplen con los requisitos de tiempo real, adaptabilidad, rápida convergencia, y bajo costo computacional, por lo que es necesario recurrir a algoritmos mucho más eficaces. A fin de mejorar la estimación de DOA, la presente investigación propone el estudio de nuevos algoritmos basados en criterios de NN que resuelvan los problemas referidos. Si se plantea la siguiente pregunta: ¿Cómo contribuir a mejorar la estimación de DOA en los sistemas de SA? , el objetivo de este trabajo se enmarca, en realizar una propuesta para mejorar los resultados de estimación de DOA en las SA mediante el uso de criterios de NN, para su posterior introducción en un sistema Radio Móvil Celular de Banda Estrecha —*Narrowband* (NB)—.

ACERCAMIENTO A LOS SISTEMAS DE ANTENAS INTELIGENTES

Es usual que el término de SA sea malinterpretado, pues como tal no existe, lo correcto es tratarlo como Sistemas de SA, los cuales combinan arreglos de antenas (*arrays*), con algoritmos que luego son procesados por un Procesador Digital de Señales —*Digital Signal Processor* (DSP)—; el objetivo de este último consiste en realizar la estimación de DOA y la conformación del haz (*beamforming*). Las SA no definen un diagrama de radiación fijo, sino que se concentra sobre las Señales de Interés —*Signal of Interest* (SOI)— dirigiendo el haz de máxima radiación hacia estas y anulando las interferentes —*Signal Not of Interest* (SNOI)—, además posee la capacidad de adaptarse a las condiciones radioeléctricas dinámicamente^{2,3}.

Arquitectura de un Sistema de Antenas Inteligentes

Lo que proporciona la “Inteligencia” a estos sistemas, es la combinación de todos los elementos que describe su arquitectura, tal como se observa en la figura 1.

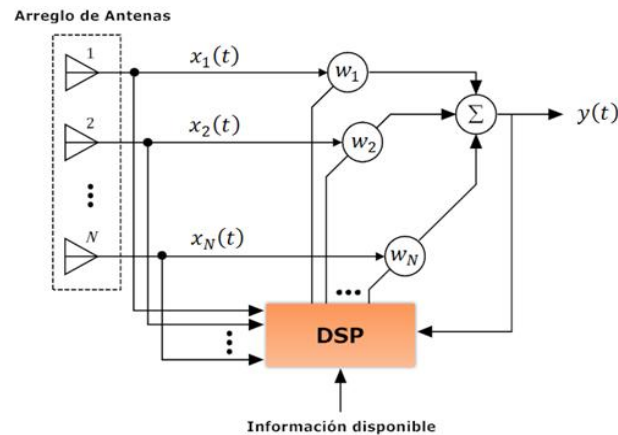


Figura 1. Arquitectura de un Sistema de SA.

Arreglo de antenas

Un *array* es un conjunto de antenas simples, por lo general iguales y orientadas en una misma dirección, que poseen una disposición física determinada, relativamente cercanas una respecto a otra. Cada antena se maneja por un mismo sistema de separación de la señal, que permiten modificar el patrón de radiación y aumentar la ganancia. El campo electromagnético producido por un *array* está determinado por su geometría y excitación. Geométricamente se clasifican en: Lineal, planar, o volumétrico; por su excitación en: Uniforme, binomial, coseno-pedestal, *Fourier*, o *Tchevichev*.

Procesador Digital de Señales

La unidad DSP se compone por un procesador con instrucciones, optimizado para aplicaciones que requieran operaciones numéricas complejas a muy alta velocidad. Las funciones del DSP en un sistema de SA se describen a continuación:

- *Estimación de Dirección de Arribo (DOA)*: Un sistema de SA necesita determinar las características de las señales incidentes y las direcciones de arribo, tanto de los usuarios de interés como de los interferentes. El objetivo es excluir en lo posible, los no deseados en el diagrama de radiación. La estimación de DOA implica un análisis de las señales en una matriz de correlación, seguido de un análisis *eigen* (vocablo alemán, que en español significa propio) de la relación señal/interferencia más razón de ruido —*Signal to Interference plus Noise Ratio (SINR)*—. El principio de DOA se basa en el cálculo de los retardos de tiempo en el que la señal arriba a cada elemento del *array*, dependiendo de su ángulo de llegada y el tiempo. Si la fuente de la señal arribante está en movimiento, los vectores del *array* variarán en el tiempo al igual que los ángulos de llegada correspondientes. Así, los esfuerzos para optimizar DOA se centran en minimizar tanto como sea posible los instantes de tiempo en el que arriba la señal, así como en la capacidad de adaptarse rápida y dinámicamente al desplazamiento de sus fuentes de origen.
- *Conformación de Haz (Beamforming)*: En síntesis, el *beamforming* es la capacidad del *array* para direccionar el lóbulo principal de energía hacia una dirección específica en el espacio. Al mismo tiempo anula su proyección en las direcciones no deseadas o usuarios interferentes. La conformación del haz es también conocida por filtrado de espacialización.

Modos de trabajo

- *Modo omnidireccional*: funciona igual que las antenas comunes, o sea, emite una señal con la misma intensidad hacia todas direcciones.
- *Modo direccional*: la antena emite una señal en una sola dirección y con un cierto ángulo de apertura. La consecuencia de transmitir en este modo se traduce en un mayor alcance hacia la dirección donde emite la antena, debido a que ésta concentra todo su espectro de potencia en un rango de apertura mucho menor⁴. Véase la figura 2.

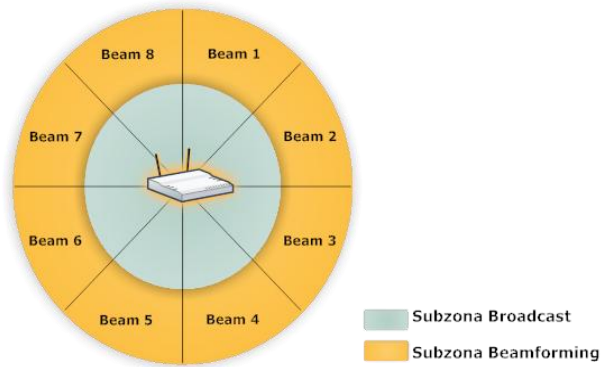


Figura 2. Subzonas de acuerdo a la configuración de Antenas.

La figura 3 muestra la cobertura de un lóbulo redondeado donde existe una distancia máxima.

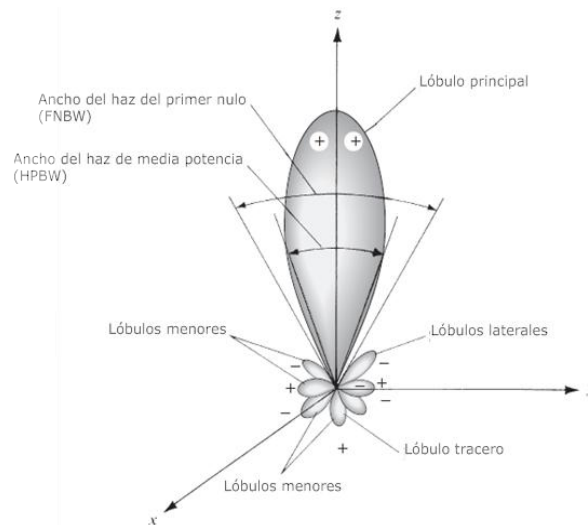


Figura 3. Patrón de radiación en 3D⁴.

Implementación de un sistema de Antenas Inteligentes

Los sistemas de SA, se clasifican en: Haz Conmutado —*Switched Beam* (SwBeam)—, Haz de Seguimiento —*Scanning Beam* (ScBeam)—, y Haz Adaptativo —*Adaptive Beam* (AdBeam)—. De estas técnicas, sólo las de Haz de Seguimiento y Haz Adaptativo demandan el uso de DOA, tanto para la detección de las señales de interés e interferentes, como para la optimización de los pesos que conforman el haz; más detalle en la fuente ⁵.

APROXIMACIÓN A LA TEORÍA DE LA ESTIMACIÓN DE DIRECCIÓN DE ARRIBO

Este acápite trata elementos teóricos esenciales, ecuaciones, y modelos de datos para *arrays* de NB. Se brinda un resumen sobre los retardos de propagación de una señal electromagnética a través de un *array*, la matriz de covarianza, y las estructuras propias (*Eigenstructures*).

Teoría básica, principales ecuaciones y modelos

Se considera un Arreglo Lineal Uniforme —*Uniform Linear Array (ULA)*—, con N elementos numerados $0, 1, \dots, N - 1$, donde sus elementos están equiespaciados. Para evitar solapamiento espacial, se asume que los elementos del *array* tienen media longitud de onda o menos espaciamento (d) entre ellos. Como los elementos están cercanamente espaciados, se asume que las señales recibidas están correlacionadas. Una onda de propagación transporta una señal en banda base $s(t)$, que se recibe por cada elemento de *array* en instantes de tiempo diferentes. Se asume que la fase de $s(t)$ en el elemento 0 es cero. La fase de $s(t)$ recibida en cada elemento se mide con respecto a la fase de la señal recibida en el elemento 0. Para medir la diferencia de fase, es necesario medir la diferencia de tiempo en que $s(t)$ arriba al elemento 0 y en el que arriba al elemento k . En la figura 4 se observa la geometría del *array*.

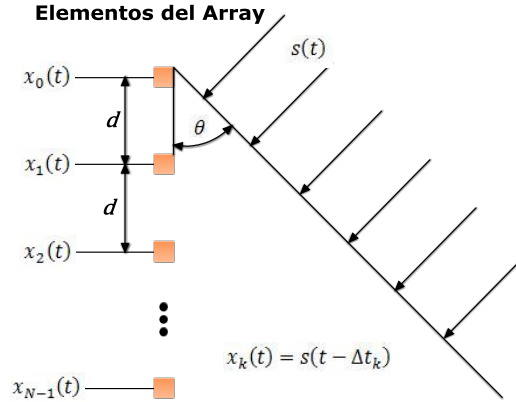


Figura 4. Propagación de la señal $s(t)$ recibida por cada elemento del *array*.

El retardo de tiempo de arribo se obtiene por la expresión:

$$\Delta t_k = \frac{kd \sin \theta}{c} \quad (1)$$

Donde, k es el elemento k -ésimo en segundos (s), d es el espaciamento entre elementos del *array* en metros (m), y c es la velocidad de la luz en milisegundos (m/s).

Si se supone $s(t)$ una señal de NB modulada digitalmente con equivalente pasabajo $s_l(t)$, con frecuencia de portadora f_c , y período de símbolo T .

$$s(t) = \text{Re}\{s_l(t)e^{j2\pi f_c t}\} \quad (2)$$

La señal recibida por el elemento k -ésimo está dada por:

$$x_k(t) = \text{Re}\{s_l(t - \Delta t_k)e^{j2\pi f_c(t - \Delta t_k)}\} \quad (3)$$

La n -ésima muestra de la señal en banda base en el k -ésimo elemento, se denota como $x_k[n]$. Cuando hay r señales presentes, el n -ésimo símbolo de la i -ésima señal se denota $s_i[n]$ por $i = 0, 1, \dots, r - 1$. La señal en banda base, muestreada en el elemento k se denota como:

$$x_k[n] \approx \sum_{i=0}^{r-1} s_i[n] \cdot a(\theta_i) \quad (4)$$

Si la señal no es modulada digitalmente y es de NB, la aproximación anterior es todavía válida.

Matriz ecuación para datos del Array

Al considerar k elementos de *array* $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$, la ecuación obtenida se expresa en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} x_0[n] \\ x_1[n] \\ \vdots \\ x_{N-1}[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0[\theta_0] & a_0[\theta_1] & \dots & a_0[\theta_{r-1}] \\ a_1[\theta_0] & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{N-1}[\theta_0] & \cdot & \dots & a_{N-1}[\theta_{r-1}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0[n] \\ s_1[n] \\ \cdot \\ \cdot \\ s_{r-1}[n] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_0[n] \\ v_1[n] \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{N-1}[n] \end{bmatrix}$$

Donde el ruido aditivo $v_k[n]$ se considera en cada uno de los elementos. El vector X_n de $N \times 1$, la matriz A de $N \times r$ a lo largo de los vectores de señal, y el ruido s_n y v_n , se usan para escribir la expresión en notación de matriz compacta:

$$x_n = [a(\theta_0) a(\theta_1) \dots a(\theta_{r-1})]s_n + v_n = As_n + v_n \quad (5)$$

Las columnas de la matriz A , denotada por $a(\theta_i)$, se conocen como los vectores de *steering* de las señales $s_i(t)$. Estas forman un grupo linealmente independiente y se asume que el ángulo de arribo de cada una de las r señales es diferente. El vector v_n es el ruido no correlacionado presente en cada elemento del *array*. Dado que los vectores de *steering* representan una función de los ángulos de arribo de las señales, estos pueden ser calculados si los vectores son conocidos o, si una base del sub-espacio extendido por estos vectores es conocida. El conjunto de los posibles vectores de *steering* se conoce por *colector de array*. En ausencia de ruido, la señal recibida en cada elemento se escribe como:

$$X_n = As_n \quad (6)$$

El vector de datos X_n , es una combinación lineal de las columnas de A . Estos elementos se extienden sobre el *sub-espacio de señal*. En ausencia de ruido, pueden obtenerse muestras de muchos vectores X_n , y una vez que los r vectores linealmente independientes son estimados, puede calcularse una base para el sub-espacio de señal.

Estructuras Propias de la Matriz de Covarianza Espacial

Se asume que s_n y v_n son no correlacionados, y v_n es un vector de muestras de ruido blanco gaussiano con media cero y matriz de correlación igual a $\sigma^2 I$. Si $R_{ss} = E[s_n \cdot s_n^H]$, entonces la matriz de covarianza espacial del *array* se expresa por:

$$R_{xx} = E[x_n \cdot x_n^H] = AR_{ss}A^H + \sigma^2 I_{N \times N} \quad (7)$$

Como R_{xx} es Hermítica, puede descomponerse y tiene valores propios (*Eigenvalues*) reales. Se asume que N ha sido escogido lo suficiente grande tal que $N > r$. Cualquier vector q_n que sea ortogonal a las columnas de A es un vector propio (*Eigenvector*) de R_{xx} , como muestra la ecuación:

$$R_{xx}q_n = (AR_{ss}A^H + \sigma^2 I)q_n = \sigma^2 q_n \quad (8)$$

El *eigenvalue* de q_n es igual a σ^2 , dado que A tiene dimensión $N \times r$ habrá $N - r$ vectores linealmente independientes, cuyos *eigenvalues* son igual a σ^2 . El espacio extendido por estos $N - r$ *reigenvectors* es llamado *sub-espacio de ruido*. Si q_s es un *eigenvector* de $AR_{ss}A^H$, entonces:

$$R_{xx}q_s = (AR_{ss}A^H + \sigma^2 I)q_s = (\sigma_s^2 + \sigma^2)q_s \quad (9)$$

Donde q_s es un *eigenvector* de R_{xx} , con su *eigenvalue* $(\sigma_s^2 + \sigma^2)$, donde σ_s^2 es el *eigenvalue* de $AR_{ss}A^H$. Dado que $AR_{ss}A^H q_s$ es una combinación lineal de las columnas de A , el *eigenvector* q_s yace en la columna espacio de A . Existen *reigenvectors* linealmente independientes de R_{xx} , y el espacio extendido por estos r vectores es el sub-espacio de señal. Estos sub-espacios de señal y el ruido son mutuamente ortogonales. Si los *eigenvalues* de R_{xx} se ordenan descendientemente $\sigma_1^2, \dots, \sigma_r^2, \sigma_{r+1}^2, \dots, \sigma_N^2$, entonces $\sigma_i^2 \geq \sigma_{i+1}^2$ para $i = 1, 2, \dots, r - 1$ y $\sigma_r^2 \geq \sigma_{r+1}^2 = \sigma_{r+2}^2 = \dots = \sigma_N^2 = \sigma^2$. La descomposición en vectores y *eigenvalues* expresa:

$$R_{xx} = QDQ^H = [Q_s Q_n] \begin{bmatrix} D_s & 0 \\ 0 & \sigma^2 I \end{bmatrix} [Q_s Q_n]^H \quad (10)$$

La matriz Q es particionada en una matriz Q_s de $N \times r$, cuyas columnas son los *reigenvectors* del sub-espacio de señal, y una matriz Q_n de $N \times (N - r)$, cuyas columnas son los *eigenvectors* de ruido. D es una matriz diagonal cuyos elementos son los *eigenvalues* de R_{xx} . D , es particionada en una matriz diagonal D_s de $r \times r$, cuyos elementos diagonales son los *eigenvalues* de

señal, y una matriz identidad escalada $\sigma^2 I_{N \times N}$ de $(N - r) \times (N - r)$, cuyos elementos diagonales son los *eigenvalues* de ruido. Para hallar los *eigenvectors* de la matriz de autocorrelación, se usa la matriz de datos X , donde sus filas son la transpuesta compleja conjugada de los vectores de datos obtenidos en el *array* de sensores. Se supone que X contiene K muestras (*snapshots*) de datos obtenidos en los N sensores en un *array* lineal. Entonces X es una matriz de $K \times N$ que puede ser descrita como el producto de tres matrices:

$$X = UDV^H \quad (11)$$

Donde U , es una matriz de $K \times K$ elementos cuyas columnas son ortonormales, D es una matriz diagonal de $K \times N$ y V es una matriz de $N \times N$ cuyas columnas son también ortonormales. Esto es conocido como Descomposición de Valor Singular —*Singular Value Decomposition* (SVD)—. La SVD de X se relaciona a la *descomposición espectral* (*Eigendecomposition*) de la matriz de covarianza espacial R_{xx} . Un estimador común para la matriz de covarianza espacial es la matriz de covarianza espacial de muestra, la cual se obtiene al promediar las matrices de datos de un rango en la forma $(x_n x_n^H)$, la cual se expresa por:

$$R_{xx} = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} x_n x_n^H \quad (12)$$

Donde K es el número total de *snapshots* de los datos disponibles en los sensores.

Aun cuando la discusión se enfoca en el ULA, los principios de sub-espacios de señal y ruido también se aplican a otras geometrías de *array*⁶.

MÉTODOS PARA LA ESTIMACIÓN DE DIRECCIÓN DE ARRIBO

Los métodos más populares de estimación de DOA son los llamados convencionales, y se catalogan en: clásicos, de sub-espacios, y Máxima Verosimilitud —*Maximum Likelihood* (ML)—. En este acápite se brinda un breve panorama a dichos métodos.

Métodos Clásicos

Los métodos clásicos tienen una ganancia pobre dada la complejidad matemática de su diseño. Su esencia reside en escanear el espacio a través de un haz y medir la potencia recibida en cada dirección, así las que mayor potencia reciban son tomadas como sus DOA. Las técnicas más conocidas son: Retardo y Suma —*delay-and-sum*— y Respuesta de Varianza Mínima sin Distorsión —*Minimum Variance Distortionless Response* (MVDR)—⁷.

Retardo y Suma (*delay-and-sum*)

Este método aplica la medición de la potencia de señal vista en todos los posibles ángulos de arribo, y realiza su elección a partir de la estimación de ángulo en la dirección de máxima potencia. La potencia en una dirección particular se mide a través de la conformación de un haz en esa trayectoria, donde se configuran los pesos del conformador (w), igual al vector de *steering* correspondiente a esa dirección. La desventaja está en que para mejorar la resolución de DOA debe incrementarse el número de elementos del *array*⁸.

Respuesta de Varianza Mínima sin Distorsión (MVDR)

Se le conoce también como método de Varianza Mínima de Capón, y es similar a la técnica descrita anteriormente. En este caso, la potencia de la señal se mide forzando la ganancia del conformador de haz a la unidad en esa dirección. Además, se usan los restantes grados de libertad para minimizar las contribuciones en la potencia de salida de las señales entrantes desde las otras direcciones. En resumen, el problema se plantea matemáticamente como un proceso de minimización forzada, donde la idea es que para cada ángulo posible, la potencia de la señal en la siguiente expresión sea minimizada con respecto a su peso. La desventaja de este reside, en que se requiere calcular una matriz inversa, la cual puede arrojar resultados insatisfactorios si existen señales altamente correlacionadas. Sin embargo, este brinda una mayor resolución que el método *delay-and-sum*⁷.

Métodos basados en Sub-Espacios

Estos tienen una capacidad de alta resolución (*high-resolution*), y realizan la estimación espectral de la autocorrelación (autocovarianza) a partir de un modelo de señal que incluye el ruido. Al punto se usa para conformar una matriz, cuya *Eigenstructure* da lugar a los sub-espacios de la señal y sus componentes de ruido. En la figura 5 se plasma la descomposición espectral de señales, donde se aplica esta técnica para estimar la DOA en un *array* que opera sobre una matriz de covarianza espacial.

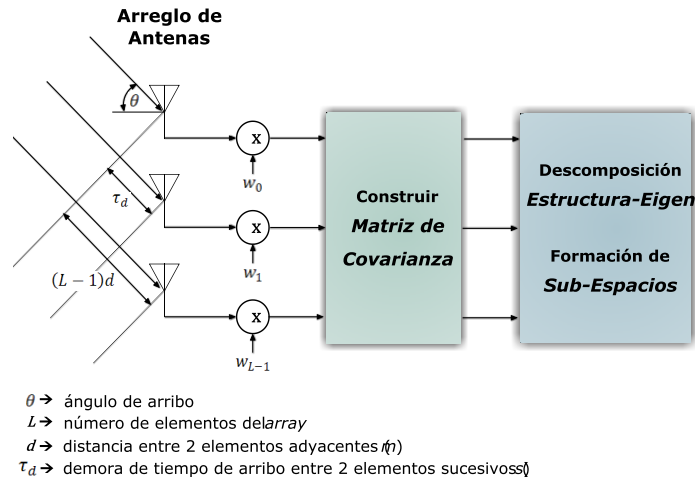


Figura 5. Estimación de DOA en los métodos basados en Sub-Espacios.

Estos se caracterizan por su buen desempeño y la diversidad de algoritmos. En esa gran variedad se destacan: Clasificación Múltiple de Señales —*Multiple Signal Classification (MUSIC)*— y Estimación de Parámetros de Señales a través de Técnicas de Invariancia Rotacional —*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique (ESPRIT)*—.

Clasificación Múltiple de Señales (MUSIC)

Para estimar las DOA se busca en el conjunto de todos los posibles vectores de *steering* para hallar los sean ortogonales al sub-espacio de ruido. Si $a(\theta)$ es el vector de *steering* propio de una señal entrante, entonces $a^H(\theta)Q_n = 0$. En la práctica $a(\theta)$ no es ciertamente ortogonal al sub-espacio de ruido, y se debe a errores en la estimación de Q_n .

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)Q_nQ_n^H a(\theta)} \quad (13)$$

Esta función arroja un valor muy grande cuando él θ es igual a la DOA de una de las señales. El MUSIC Spectrum primero estima una base para el sub-espacio de ruido Q_n y luego determina los r picos en esa expresión; los θ asociados dan la estimación de las DOA, véase en la figura 6.

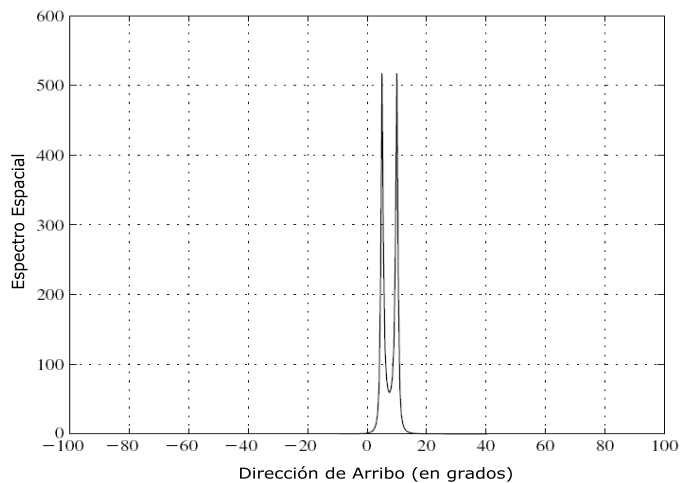


Figura 6. Espectro de MUSIC de un ULA con 8 elementos, $SNR = 10dB$ y $d = \lambda/2$.

MUSIC tiene buen rendimiento y se utiliza en una amplia variedad de geometrías de *array*. Ofrece alta resolución, pero muestra problemas referidos a: la estimación del número real de fuentes y la separación de los *eigenvectors* de ruido de la señal, la alta correlación de las señales por el efecto de multitrayecto, la calibración de los elementos del *array*, así como la degradación de la resolución frente a una cifra baja de muestras y SNR. Así, surgen algunas variantes como: *Root MUSIC*, *Cyclic MUSIC*, y *BeamSpace MUSIC*, para mejorar su desempeño y restar el costo computacional^{5, 10}.

Estimación de Parámetros de Señales a través de Técnicas de Invariancia Rotacional (ESPRIT)

ESPRIT recurre al concepto de aperturas gemelas, donde se asume que un *array* de N sensores tiene dos *sub-arrays* idénticos de $N/2$ sensores cada uno. O sea, posee dos aperturas gemelas formadas por un *array* en el que cada elemento es una apertura de dos elementos, donde el vector de desplazamiento entre estos es idéntico para todas las aperturas. Los vectores x e y , son los vectores de datos correspondientes a cada uno de los *subarrays*. Este método fue propuesto por primera vez para la estimación de DOA por Roy y Kailath¹¹. La salida de los *subarrays* x e y se expresa por:

$$x_k[n] = \sum_{i=0}^{r-1} s_i[n] a_k(\theta_i) + v_k^{(x)}[n] \quad (14. a)$$

$$y_k[n] = \sum_{i=1}^{r-1} s_i[n] e^{j2\pi\Delta \sin \theta_k} a_k(\theta_i) + v_k^{(y)}[n] \quad (14. b)$$

Donde, Δ es la magnitud del desplazamiento en longitudes de onda entre los miembros de cada apertura y su par. El ángulo de arribo estimado por será con respecto al vector de desplazamiento. Las salidas de los dos *subarray*, x e y , se escriben de forma matricial como sigue:

$$x_n = A s_n + v_n^{(x)} \quad (15. a)$$

$$y_n = A \Phi s_n + v_n^{(y)} \quad (15. b)$$

La matriz Φ es diagonal de $r \times r$, cuyos elementos son exponenciales complejos que representan el retardo de fase de cada una de las r señales entre los dos elementos por apertura.

$$\{ \exp(j2\pi\Delta \sin \theta_0), \dots, \exp(j2\pi\Delta \sin \theta_{r-1}) \}$$

Los vectores de datos en los dos *subarrays* se concatenan para formar un simple vector de datos:

$$z_n = \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = A_b s_n + v_n \quad (16)$$

$$A_b = \begin{bmatrix} A \\ A\Phi \end{bmatrix} v_n = \begin{bmatrix} v_n^{(x)} \\ v_n^{(y)} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Las columnas de A_b se extienden sobre el subespacio de señal de los *subarrays* concatenados.

Sí V_s es una matriz cuyas columnas son una base para el sub-espacio de señal del vector de datos z_n , entonces A_b y V_s pueden ser relacionados a través de una transformación T .

$$V_s = A_b T \quad (18)$$

Sí $AT\Psi = A\Phi T \rightarrow AT\Psi T^{-1} = A\Phi$, así:

$$T\Psi T^{-1} = \Phi \quad (19)$$

La ecuación anterior implica que los *eigenvalues* de Ψ son iguales a los elementos diagonales de Φ . Una vez que los *eigenvalues* λ de Φ se calculan, entonces pueden hallarse los ángulos de arribo:

$$\lambda_k = e^{j2\pi\Delta \sin \theta_k} \quad (20)$$

$$\theta_k = \arcsin \left(\frac{\arg(\lambda_k)}{2\pi\Delta} \right) \quad (21)$$

Si A es una matriz de rango completo, entonces los *eigenvalues* de la matriz Ψ son los elementos diagonales de Φ , y los *eigenvectors* de Ψ son las columnas de T . La práctica demuestra otra cosa, dado que no se conoce exactamente el sub-espacio de señal, pues solo se tiene un estimado de la matriz de covarianza de muestra (R_{xx}) ó un algoritmo de rastreo de sub-espacio¹².

Métodos de Máxima Verosimilitud (ML)

El método ML es el de mejor desempeño, y se evidencia cuando, la relación SNR es baja, el número de muestras es reducido, y las fuentes están correlacionadas. ML resulta de gran interés práctico, pero implica un mayor costo computacional. Debe señalarse que no se tuvo en cuenta esta técnica en el desarrollo de esta investigación, aun así, se referencia en^{5, 13, 14}.

LAS REDES NEURONALES Y SU APLICACIÓN EN LA ESTIMACIÓN DE DIRECCIÓN DE ARRIBO

A continuación se describe el modelo de una neurona artificial, se trata el funcionamiento de las NN y posibles arquitecturas, tipos de funciones de activación, procesos de aprendizaje, así como su campo de aplicación en la estimación de DOA.

Modelo de una Neurona Artificial

Una neurona biológica recibe estímulos mediante las dendritas, luego estos estímulos son procesados por el cuerpo de la neurona, y finalmente se emite un estímulo de salida a través axón hacia las dendritas de las neuronas adyacentes. Este último estímulo utiliza diferencias de potencial eléctrico que dependen del potencial de la neurona. Así, la neurona utiliza la función de escalón y de activación para fijar la salida que debe emitir de acuerdo a los estímulos recibidos. Al ver este comportamiento, se puede establecer un nexo entre las neuronas biológicas y las artificiales como se observa en la figura 7.

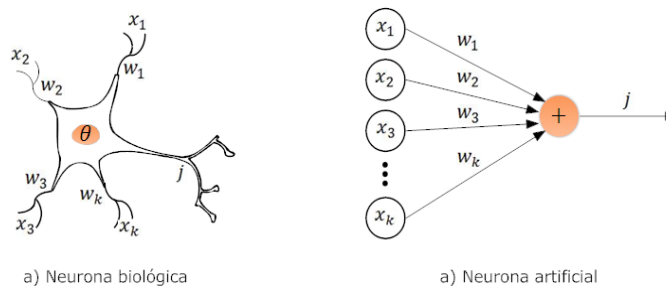


Figura 7. Neurona biológica versus artificial.

Una neurona artificial es una unidad de procesamiento de información esencial para el funcionamiento de las NNs. En la figura 8 se pueden identificar los tres elementos fundamentales en el modelo de una neurona artificial, los cuales son:

- Un conjunto conexiones (*sinapsis*) caracterizadas por un peso. Una neurona k es conectada a otra j con su respectivo peso w_{jk} .
- Un *sumador* para las señales de entrada.
- Una *función* de activación para limitar la amplitud de la señal de salida de una neurona.

El modelo de una neurona incluye un umbral (*Threshold*), que es un peso más (con valor 1 ó -1) que será modificado a través el proceso de aprendizaje de la red.

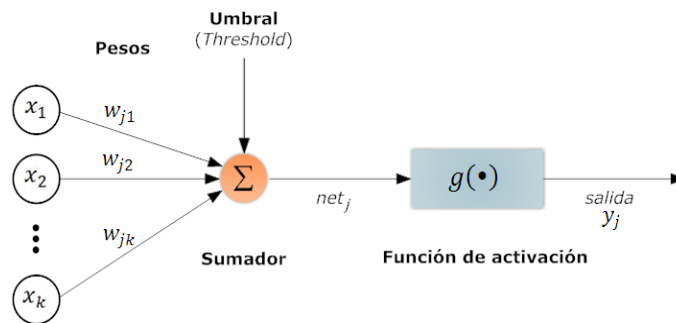


Figura 8. Modelo de una neurona artificial.

Arquitecturas de una Red Neuronal

La arquitectura de una NN se define por los elementos de procesado que la conforman, y por la forma como se encuentran interconectados. Estos elementos se distribuyen por capas que se encuentran en el mismo nivel en la estructura. Según el camino que sigue la información en la NN, se tienen las siguientes estructuras de conexión.

- Conexión hacia delante —*Feed-forward*—, donde las salidas de las neuronas de una capa se propagan sólo hacia las neuronas que pertenecen a la siguiente capa.
- Conexión hacia atrás —*Feed-back*—, donde las salidas logran conectarse como entradas de neuronas de niveles previos, el mismo nivel, o incluso las mismas.
- Conexión lateral —*Feed-lateral*—, donde las salidas de las neuronas de una capa son entradas a las neuronas de la misma capa.

Tipos de Funciones de Activación

La referida función de activación $g(\bullet)$ define la salida de una neurona, y existen una amplia variedad estas. Las más conocidas son:

Función Threshold

$$g(net) = \begin{cases} 1: si \ net \geq 0 \\ 0: si \ net < 0 \end{cases} \quad (22)$$

Función Piecewise- lineal

$$g(net) = \begin{cases} 1: si \ net \geq 1/2 \\ net: si \ 1/2 > net \geq -1/2 \\ 0: si \ net \leq -1/2 \end{cases} \quad (23)$$

Función Sigmoidal

$$g(net) = \frac{1}{1 + \exp(-a \cdot net)} \quad (24)$$

Función Gaussiana: utilizada en las RBFNN

$$\varphi(x) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\|x - c\|^2)\right) \quad (25)$$

Donde, c es el centro *Gaussiano*, y σ^2 la varianza.

Función de Hermite

$$\varphi g(\text{net}) = \sum_{r=1}^R C_r h_r(\text{net}) \quad (26)$$

Donde, h_r es polinomio de *Hermite* de orden r . **Procesos de Aprendizaje**

La arquitectura de una NN se define por los elementos de procesado que la conforman, y por la forma como se encuentran interconectados. Estos elementos se distribuyen por capas que se encuentran en el mismo nivel en la estructura. Según el camino que sigue la información en la NN, se tienen las siguientes estructuras de conexión:

- Aprendizaje supervisado:* posee unos pares (entrada/salida) conocidos que se usa para el aprendizaje de la red. Si al presentar uno de los datos de entrada de la red, la salida calculada no coincide con la deseada, entonces los pesos de las conexiones de red y el resto de los parámetros se modifican para acercarse más a la salida conocida. Las iteraciones se repiten para todos los pares de entrenamiento, y así se obtiene una función de error que permite realizar los reajustes necesarios, hasta que la salida de la red para cada entrada se aproxime a la deseada.
- Aprendizaje no supervisado:* se auto-organizan, pues no requieren influencia externa para ajustar los pesos de las conexiones entre sus neuronas. En este caso los parámetros de la red modifican únicamente los datos de entrada. De este modo los datos de salida no son tomados en cuenta para calcular los parámetros de la red.

PROPUESTA, ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

A la postre se brinda una breve explicación del esquema propuesto para la estimación de DOA, basado en RBFNN. Además, se describe la metodología para la obtención de los resultados, concluyendo con el análisis de los mismos.

Fundamentación de la propuesta

Tal y como se muestra en la figura 9, el método RBFNN consta de dos etapas: detección y estimación de DOA.

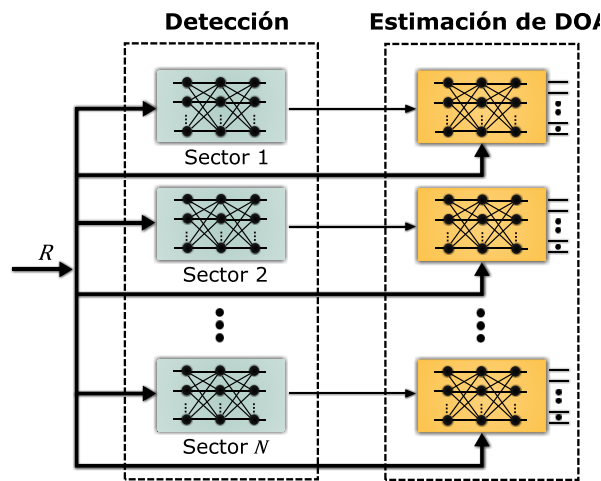


Figura 9. Esquema de RBFNN para la estimación de DOA.

Etapas de Detección

Consiste en P RBFNN, cada una de un ancho angular θ_w , donde su espectro se divide en P sectores. La p -ésima ($1 \leq p \leq P$) RBFNN, se entrena para determinar las señales presentes en su sector $[(p-1)\theta_w, p\theta_w]$. Si existe alguna señal en ese sector, la NN da el valor '1' como respuesta, de otra manera registra un '0' como valor de salida. Así esta información pasa a la segunda etapa. Cada P NN de esta etapa, tiene $N(N+1)$ nodos de entrada que representan los elementos de la matriz de correlación R , y un nodo de salida. El número de nodos ocultos en la segunda capa es como mínimo también $N(N+1)$. El procedimiento para entrenar la NN en esta etapa se manifiesta a continuación:

Fase de entrenamiento para la Detección

- 1) Obtener R del m -ésimo vector de salida del $\text{array}\{R^m, m = 1, 2, \dots, M\}$.
- 2) Formar los vectores $\{\theta^m, m = 1, 2, \dots, M\}$.
- 3) Obtener los vectores de entrada z normalizando los vectores extraídos de R .
- 4) Generar pares entrada/salida, $\{z^m, 1\}$ para fuentes dentro del sector, y $\{z^m, 0\}$ y fuera de este, donde $m = 1, 2, \dots, M$.
- 5) Emplear la RBFNN adecuada para el aprendizaje según el conjunto de entrenamiento generado.

Fase de prueba para la Detección

- 1) Obtener R del cálculo en la salida del array .
- 2) Formar el vector b .
- 3) Generar los vectores z , normalizando b .
- 4) Presentar los vectores z a las RBFNN de la etapa de detección y obtener una salida $\{0 \text{ ó } 1\}$

Etapas de estimación de DOA

En esta se entrenan las NN para la estimación de DOA, y las redes se asignan a los mismos sectores espaciales de la etapa anterior. Cuando la salida de alguna de las redes de la primera etapa es '1', las redes de la segunda etapa son activadas. La entrada a cada red es R , mientras la salida es la DOA actual de las fuentes. El número de nodos ocultos es $N(N+1)$, y aun cuando la cifra exacta de estos no es fácil de determinar, se recomienda que la selección sea igual o mayor que el número de nodos de entrada en la red. Estos algoritmos requieren conocer el número de fuentes, pero este diseño solo necesita especificar la mínima resolución angular $\Delta\theta_{min}$ del sistema. Para θ_w y $\Delta\theta_{min}$, el número de nodos de salida J está dado por:

$$J = \left\lceil \frac{\theta_w}{\Delta\theta_{min}} \right\rceil \quad (27)$$

La DOA estimada se obtiene de un bloque de post-procesamiento en las salidas de las NN de la segunda etapa. Los J nodos de salida, forman bloques en una región espacial angular discreta centrada en $\Delta\theta_{min}$. Estos se entrenan para suscitar valores entre '0' y '1', donde '1' indica presencia de señal en ese bloque y '0' ausencia de la misma. El procedimiento se refleja a continuación:

Fase de entrenamiento para la Estimación de DOA

- 1) Obtener R del m -ésimo vector de salida del $\text{array}\{R^m, m = 1, 2, \dots, M\}$.
- 2) Formar los vectores $\{b^m, m = 1, 2, \dots, M\}$.
- 3) Generar los vectores z , normalizando b .
- 4) Generar pares entrada/salida $\{z^m, \theta^m, m = 1, 2, \dots, M\}$.
- 5) Emplear la RBFNN adecuada para el aprendizaje según el conjunto de entrenamiento generado.

Fase de prueba para la Estimación de DOA

- 1) Obtener R de las mediciones recogidas en la salida del array .
- 2) Formar el vector b .
- 3) Generar los vectores de entrada z .
- 4) Presentar z a la RBFNN y obtener un vector de valores $\{0 \text{ ó } 1\}$, al que se le aplicará un procesamiento adicional que arrojará un estimado θ .

El tratamiento de los datos y la implementación del algoritmo basado en RBFNN, puede revisarse en: Capítulo 3 y Anexo C de la fuente ⁵.

Metodología para la obtención de los resultados

Se parte de la idea de comparar los métodos MUSIC y ESPRIT con un algoritmo de estimación de DOA basado en RBFNN. Antes debe señalarse, que los algoritmos MUSIC y ESPRIT se encuentran implementados en la fuente ⁵, para la cual se tomó como referencia las experiencias realizadas en ¹⁷. Para programar la RBFNN se usó el *Toolbox* de Redes Neuronales del software *Mathwork Matlab/Simulink*^{®18}, y se describe como sigue:

- Utiliza funciones *Gaussianas*, como base radial.
- Utiliza el algoritmo del Mínimo Cuadrado Ortogonal —*Orthogonal Least Square (OLS)*— para el cálculo de los centros.
- Utiliza el método de los mínimos cuadrados para el cálculo de los pesos.
- Se fija la varianza al inicio del algoritmo.

Metodología para la obtención de los datos

Se asume un conjunto de parámetros fijos y variables relacionados en la tabla 1. Los parámetros a medir en la ejecución de estos algoritmos, son:

- Tiempo de demora (T_d)*: se ejecuta 5 veces para cada juego de datos donde se estima un valor promedio, en segundos. Esto es dado porque los resultados de la simulación introducen pequeñas variaciones, considerando que son ejecutados en una computadora y no en un procesador dedicado.
- Error Cuadrático Medio—Mean Square Error (MSE)*—: en el cálculo se toma un intervalo de ángulos comprendido entre -30° y 30° , y se hace una secuencia de barrido con paso de 1° donde se asume una separación angular constante de 10° .

Tabla 1. Parámetros fijos y variables.

Parámetros fijos	Parámetros variables
ULA	Presencia y ausencia de ruido
2 señales de arribo <i>array</i>	d entre $\lambda/8$ y $\lambda/2$
$K=50$	N en un rango de 4 a 8
K símbolos aleatorios BPSK para cada una de las señales	
AGWN no correlacionado con varianza de ruido de 0.1 en cada uno de los elementos del <i>array</i>	
Señales de potencia unitaria	

Donde, ULA es el tipo de *array* (Arreglo Lineal Uniforme), K el número de muestras (*snapshots*), AGWN el ruido considerado en cada uno de los elementos del *array* (Ruido Blanco Gaussiano Aditivo —*Additive Gaussian White Noise*—), d la separación entre los elementos del *array*, y N la cantidad de elementos del *array*.

Resultados obtenidos

Las tablas 2 y 3 reflejan los resultados arrojados en la simulación de MUSIC, ESPRIT, y RBFNN, en la que se consideraron los parámetros referidos anteriormente bajo condiciones de ausencia y presencia de ruido:

Tabla 2. Resultados obtenidos con ausencia de ruido.

$\lambda/$	N	MUSIC		ESPRIT		RBFNN	
		T_d	MSE	T_d	MSE	T_d	MSE
2	4	.38548	.01000	.00209	386.73	.07998	2.1279
	6	.39624	.01000	.00309	1036.4	.08263	3.4380
	8	.40130	.01000	.00215	2022.4	.08956	17.073
4	4	.35323	.01000	.00195	699.97	.08068	.61200
	6	.37525	.01000	.00213	60.803	.08108	.90940
	8	.39568	.01000	.00214	188.36	.08234	1.7199
8	4	.33220	.01000	.00206	895.63	.08289	.30180
	6	.34525	.01000	.00209	171.10	.08339	.44760
	8	.37514	.01000	.00214	92.464	.08434	.60260

Tabla 3. Resultados obtenidos con presencia de ruido.

$\lambda/$	N	MUSIC		ESPRIT		RBFNN	
		T_d	MSE	T_d	MSE	T_d	MSE
2	4	.39223	.63750	.00225	1.1289	.08230	2.3808
	6	.41360	.34570	.00245	1031.3	.08310	2.3532
	8	.43264	.05390	.00278	1985.3	.08427	4.2736
4	4	.39968	11.835	.00228	85.805	.08268	1.2002
	6	.40606	3.4375	.00236	2.5207	.08495	1.1700
	8	.43476	.64410	.00254	134.61	.08446	1.4446
8	4	.39901	20.971	.00229	247.89	.08306	1.0606
	6	.40781	13.292	.00235	67.709	.08478	1.2446
	8	.42411	17.139	.00256	32.470	.08246	1.3926

Análisis de los resultados y conclusiones parciales

El comportamiento de los parámetros medidos evidencia claramente que se decantan a favor del algoritmo RBFNN, referente a tiempo de estimación y exactitud. La tabla 4 manifiesta esta supremacía en relación a MUSIC y ESPRIT, donde de manera general arrojó tiempos de estimación muy estables y excelentes niveles de exactitud, contribuyendo a un mejor desempeño frente a todas las condiciones asumidas:

Tabla 4. Resultados obtenidos con presencia de ruido.

	MUSIC	ESPRIT	RBFNN
	Elevado	T_d Bajos	Relativamente bajos pero constantes, superior a ESPRIT
MSE	En ausencia de ruido se mantiene constante. En presencia de ruido es inversamente proporcional a la distancia entre los elementos	Relativamente elevado	Estable y sus valores son bajos

CONCLUSIONES

El uso de NNs en los sistemas de SA aún exhibe un desarrollo incipiente en el mundo, de ahí la necesidad de profundizar en novedosos algoritmos que mejoren el rendimiento de las antenas. La hipótesis planteada se cumple, al arrojar que las RBFNN resuelven de forma práctica y viable el problema de estimación de DOA en las SA. Sin magnas pretensiones, esta investigación constituye un modesto aporte a la ingeniería de las antenas. Asimismo con la aplicación de las SA, como pieza esencial de las tecnologías limpias —*Greentech*—, se contribuiría sobremanera al desarrollo sostenible y la avenencia entre tecnología, medioambiente y sociedad.

REFERENCIAS

1. **BALANIS, C. A.:** *Antenna Theory Analysis and Design*, 3ed. New Jersey, EUA: John Wiley & Sons, 2005, pp. 692.
2. **ORTEGA, C. P.; ENRIQUE, P. O.; MORALES, A. J.:** “Estudio de Antenas Inteligentes y principales aplicaciones en los sistemas de telefonía móvil”. *JIEE*, Vol.19, 2005.
3. **GUITAL, C. A.:** “Arquitectura de un Modelo de Redes Wireless aplicando Antenas Smart”, E. E. Universidad Austral de Chile, 2006.
4. **BALANIS, C. A.:** *Modern Antenna Handbook*. New Jersey, EUA: John Wiley & Sons, 2008, pp. 6.
5. **LOMAÑA, Y.:** “Optimización de la Estimación de DOA en Sistemas de Antenas Inteligentes mediante el uso de criterios de Redes Neuronales” Tesis de pregrado, Depto. de Telecomunicaciones, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Ciudad de La Habana, Cuba, 2010.
6. **BARABELL, A. J.:** “Improving the Resolution Performance of Eigenstructure-Based Direction Finding Algorithms,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2007, pp. 336-339.
7. **FOUTZ, J.; SPANIAS, A.; BANAVAR, M. K.:** “Classical Methods for Direction of Arrival Estimation,” en *Narrowband Direction of Arrival Estimation for Antenna Arrays*. Arizona, EUA: Morgan & Claypool, 2008, pp. 17-22.
8. **GODARA, L. C.:** “Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam Forming and Direction-of-Arrival Considerations,” in *Proceedings of the IEEE*, Vol. 85, (8), pp. 1195–1245, 1997.
9. **ZHIZHANG, C.; GOPAL, G.; YIQIANG, Y.:** *Introduction to Direction-of-Arrival Estimation*. Norwood, MA, EUA: Artech House, Inc., 2010, pp. 57-60.
10. **TUNCER, E.; FRIEDLANDER, B.:** *Classical and Modern Direction of Arrival Estimation*. Burlington, MA, EUA: Elsevier Inc., 2009, pp. 77–80, 165–169, 186, 196–199.
11. **ROY, R.; T. KAILATH.:** “Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques,” in *Proceedings of the IEEE Transactions on ASSP*, Vol. 37, (7), pp. 984–995, 1989.
12. **ZHIZHANG, C.; GOPAL, G.; YIQIANG, Y.:** *Introduction to Direction-of-Arrival Estimation*. Norwood, MA, EUA: Artech House, Inc., 2010, pp. 62-63, 81-174.
13. **TUNCER, E.; FRIEDLANDER, B.:** *Classical and Modern Direction of Arrival Estimation*. Burlington, MA, EUA: Elsevier Inc., 2009, pp. 356–361.
14. **CHANDRAN, S.:** *Advances in Direction-of-Arrival Estimation*. Norwood, MA, EUA: Artech House, Inc., 2006, pp. 327.
15. **CHRISTODOULOU, C.; GEORGIPOULOS, M.:** *Applications of Neural Networks in Electromagnetics*. Norwood, MA, EUA: Artech House, Inc., 2001, pp. 39-162.
16. **HAYKIN, S.:** *Neural Networks and Learning Machines*, 3ed. New Jersey, EUA: Prentice Hall, 2009, pp. 122-267.
17. **GROSS, F.:** *Smart Antennas for Wireless Communications with MATLAB*. New York, EUA: McGraw-Hill, Inc., 2005, pp. 169-200.
18. *Matlab Neural Network toolbox*. MA, USA: Math Works, MATLAB/Simulink®, versión: 7.9.0.529 (R2009b).

AUTORES

Serguei Guerra Fernández, Ing. Telecomunicaciones y Electrónica, Instructor, Facultad 2, Universidad de las Ciencias Informáticas, Carretera San Antonio de los Baños Km 2½, Comunidad Torrens, Boyeros, Ciudad Habana, Cuba, (Teléfono: 835-8880), sgfernandez@uci.cu, Profesor de Teleinformática I y II.

Yasser Lomaña Padilla, Ing. Telecomunicaciones y Electrónica, Adiestrado, Empresa Eléctrica, Ciudad de la Habana, Calle O No.259, entre 25 y 27, Plaza de la Revolución, Ciudad Habana, Cuba, (Teléfono: 831-8018).

Omar A. Guzmán Obregón, Ing. Telecomunicaciones y Electrónica, Instructor, Facultad 8, Universidad de las Ciencias Informáticas, Carretera San Antonio de los Baños Km 2½, Comunidad Torrens, Boyeros, Ciudad Habana, Cuba, (Teléfono: 835-8795), omaralexander@uci.cu, Profesor de Teleinformática I y II.

Yudel Pérez Arbella, Ing. Telecomunicaciones y Electrónica, Instructor, Facultad 3, Universidad de las Ciencias Informáticas, Carretera San Antonio de los Baños Km 2½, Comunidad Torrens, Boyeros, Ciudad Habana, Cuba, (Teléfono: 835-8884), yudel@uci.cu, Profesor de Teleinformática I y II.