



## **Análisis de la influencia de la razón de transmisión en la velocidad específica de deslizamiento**

**Orestes González-Quintero**

Recibido el 2 de noviembre de 2009; aceptado el 25 de febrero de 2010

### **Resumen**

Las transmisiones por engranajes pueden sufrir múltiples deterioros durante su funcionamiento y entre las fallas más comunes, propia de las transmisiones no lubricadas, se encuentra el desgaste, que se caracteriza por la disminución del espesor del diente en la zona de la cabeza y del pie, que es donde mayor velocidad de deslizamiento existe. En este trabajo se exponen las ecuaciones básicas para el cálculo de las velocidades de deslizamiento, de desplazamiento y específica de deslizamiento, finalmente, utilizando un programa elaborado en una Hoja de Cálculo de Excel y con el auxilio del software AutoCAD fueron evaluados cuatro casos de transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos, para determinar la influencia de la relación de transmisión en la velocidad específica de deslizamiento en ruedas dentadas cilíndricas de dientes rectos.

**Palabras claves:** Engranajes, velocidad de deslizamiento, velocidad de desplazamiento, velocidad específica de deslizamiento, desgaste.

### **Analysis of the influence of the transmission reason in the specific speed of slip.**

#### **Abstract**

Gear transmissions can suffer multiple fails during their operation, being wear one of the most common, this fail is characteristic of the not lubricated transmissions, and it is characterized by the decrease of the thickness of the tooth up and down the tooth height that is where main sliding velocity exists. In this work the essential equations for the calculation of the sliding, displacement and specific sliding velocity, are exposed, finally, using a program elaborated in a EXCEL spreadsheet and with the employment of the software AutoCAD, four cases of spur gear transmissions were evaluated, to determine the influence of the velocity ratio in the specific sliding velocity.

**Key words:** Gearing, sliding velocity, displacement velocity, specific sliding velocity, wear.

## 1. Introducción.

Las ruedas dentadas son componentes de mecanismos considerablemente usados, en general, su función es transmitir el movimiento de rotación de un árbol a otro. En adición a la simple transmisión del movimiento, las ruedas dentadas son utilizadas a menudo para incrementar o reducir la velocidad o cambiar la dirección del movimiento desde un árbol al otro, siendo las cilíndricas de dientes rectos las más simples y, por lo tanto, el tipo de rueda dentada más común.

Entre los múltiples deterioros que pueden sufrir las transmisiones por engranajes durante su funcionamiento se encuentra el desgaste, una de las fallas más comunes, esta falla es propia de las transmisiones no lubricadas, se caracteriza por la disminución del espesor del diente en la zona de la cabeza y del pie, que es donde mayor velocidad de deslizamiento existe. El objetivo de este estudio es determinar la influencia de la razón de transmisión en la velocidad específica de deslizamiento en ruedas dentadas cilíndricas de dientes rectos normales.

### Materiales y Métodos.

Rodadura y velocidad de deslizamiento. El rodamiento puro ocurre si dos discos de fricción rotan en contacto sin deslizamiento. Sin embargo, para dos dientes de perfil evolvente engranados, la acción del engranaje es, como se sabe, una combinación de rodadura y deslizamiento. Bajo esta condición, la velocidad de deslizamiento del diente de una rueda sobre el diente de la otra en cualquier punto puede ser calculada como:

$$Vk = \left[ \frac{V(r_{p1} + r_{p2})}{r_{p1}r_{p2}} \right] \left( \sqrt{r_1^2 - r_{o1}^2} - r_{p1} \operatorname{sen} \alpha \right) \quad (1)$$

siendo:

$r_{p1}$ ,  $r_{p2}$ : radios de las circunferencias primitivas del piñón y la rueda, m.

$r_{o1}$ ,  $r_{o2}$ : radios de las circunferencias básicas del piñón y la rueda, m.

$r_1$ ,  $r_2$ : radios cualquiera de los perfiles de los dientes del piñón y la rueda, m.

$V$ : velocidad lineal en el polo de engrane, m/s

$Vk$ : velocidad de deslizamiento, m/s

$\alpha$ : ángulo de presión.

Velocidad específica de deslizamiento. Además del deslizamiento de un diente sobre otro, durante el proceso de engrane y desengrane el punto de contacto se desplaza por el perfil del diente del piñón. Designando esta velocidad como  $Vk_1$  encontramos:

$$Vk_1 = r_{p1} \frac{\rho_1}{\rho_1 - l} \omega_1 \operatorname{sen} \alpha \quad (2)$$

Por su parte, el desgaste del perfil del diente es directamente proporcional a la velocidad específica de deslizamiento, que es el cociente entre la velocidad de deslizamiento  $Vk$  y la velocidad de desplazamiento del punto de contacto  $Vk_1$ , por este perfil, es decir:

$$c_1 = \frac{Vk}{Vk_1} = \frac{l(\rho_1 - l)(u_{21} - 1)}{\rho_1 r_{p1} \operatorname{sen} \alpha} \quad (3)$$

donde:

$\rho$ : radios de curvatura del punto de contacto en  $r_1$ , m.

$\omega_1$ : velocidades angulares del piñón, rad/s

$l$ : distancia entre el punto de contacto y el polo de engrane.

La magnitud  $c_1$  es uno de los parámetros principales que deberá determinarse al analizar y diseñar mecanismos con ruedas dentadas. De manera análoga se determinan  $Vk_2$  y  $c_2$ , usando los subíndices correspondientes. El desgaste del perfil del diente además de ser proporcional a la magnitud  $c_1$ , es también directamente proporcional a la velocidad angular de las ruedas engranadas, por lo que el desgaste de los dientes es proporcional al producto:

$$c_1 \omega_1 = \frac{l}{\rho_1} (u_{21} - 1) \omega_1 = \frac{l}{\rho_1} (\omega_2 - \omega_1) \quad (4)$$

Con las ecuaciones anteriores, entre otras de uso más general, se elaboró un programa de computación en una Hoja de Cálculo de Excel, donde a partir de la entrada de un conjunto de datos, como se ilustra en la figura 1, el programa determina la magnitud, entre otros, de la velocidad de deslizamiento, las velocidades de desplazamiento y específica de deslizamiento para el piñón y la rueda.

En la tabla No. 1 se muestran los parámetros geométricos de las ruedas dentadas que intervinieron en el estudio

Entrada de datos							
módulo, m, mm	3				relación de transmisión, $u_{12}$	4	
No. De dientes, Z1	24				distancia interaxial, $a_w$ , mm	180	
No. De dientes, Z2	96				No. de rpm, $n_1$ , r/min	180	
ángulo de presión	20				No. de rpm, $n_2$ , r/min	45	
$a_w$ m	$rp_1$ m	$rp_2$ m	$ro_1$ m	$ro_2$ m	$V$ m/s	$re_1$ m	$re_2$ m
0,18	0,036	0,144	0,034	0,135	0,68	0,039	0,147
radio menor de la línea práctica de engrane en el piñón, ( $r_1$ (1)), m						0,03408	
radio menor de la línea práctica de engrane en la rueda, ( $r_2$ (9)), m						0,14173	

**Figura 1.** En torno a los datos de partida para el cálculo de la velocidad específica de deslizamiento,  $c_1$  y  $c_2$

Con el empleo de dicha Hoja de Cálculo fueron evaluados cuatro casos de transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos, para determinar la influencia de la relación de transmisión ( $u_{12}$ ) en la velocidad específica de deslizamiento en ruedas dentadas normales, ver tabla No. 2. Se requirió también el empleo del AutoCAD, para la representación de las transmisiones analizadas, necesaria para el establecimiento de la línea práctica de engrane y la correspondiente determinación gráfica del radio menor de la línea práctica de engrane en el piñón

y en la rueda, como se ilustra en la figura 2, datos estos, que se introducen en el programa.

Para el cálculo de la velocidad específica de deslizamiento en el perfil de trabajo del diente de la rueda dentada, se dividió la línea práctica de engrane en dos: la primera mitad desde el comienzo de dicha línea hasta el polo de engranaje, lugar donde se hace cero la velocidad específica de deslizamiento, y la segunda mitad desde el polo hasta el final de la línea práctica de engrane. Cada una de estas partes se dividió entre cuatro de la forma que se muestra a continuación:

Para el piñón

$$-\text{incremento1} = (rp_1 - r_1) / 4$$

$$-\text{incremento2} = (re_1 - rp_1) / 4$$

Para la rueda

$$-\text{incremento2} = (re_2 - rp_2) / 4$$

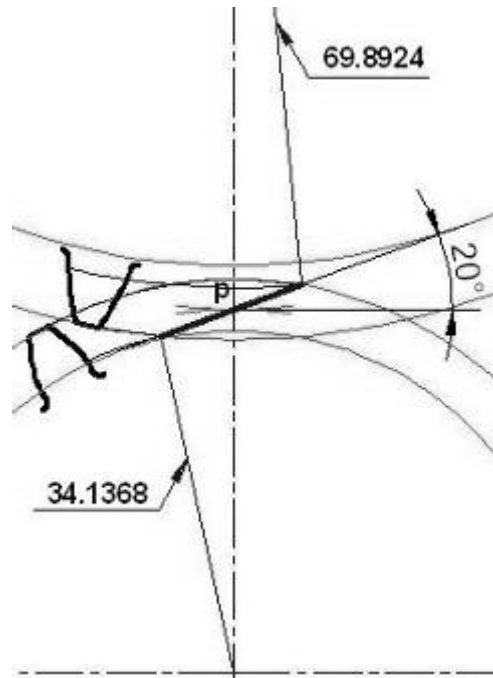
$$-\text{incremento1} = (rp_2 - r_2) / 4$$

donde:

- $r_1$  es el radio menor de la línea práctica de engrane en el piñón, (punto 1), m.

- $r_2$  es el radio menor de la línea práctica de engrane en la rueda, (punto 9), m

Por lo que se determina la velocidad específica de deslizamiento en nueve puntos incluyendo el polo de engranaje. De esta forma el radio del punto de contacto en ambas ruedas ( $r_1$  y  $r_2$ ), crece a intervalos regulares a cada lado del polo de engranaje.



**Figura 2** En torno a la determinación del radio menor de la línea práctica de engrane en el piñón y en la rueda.

**Tabla No. 1** Parámetros geométricos de las ruedas dentadas que intervinieron en el estudio.

Parámetros	Piñón	Rueda	Rueda	Rueda	Rueda
diámetro de la circunferencia exterior, mm	78.00	78.00	150.00	222.00	294.00
diámetro de la circunferencia primitiva, mm	72.00	72.00	144.00	216.00	288.00
diámetro de la circunferencia interior, mm	64.5	64.5	136.50	208.5	280.5
diámetro de la circunferencia básica, mm	67.66	67.66	135.32	202..97	270.63
número de dientes	24	24	48	72	96
módulo, mm	3				

**Tabla No. 2** Razones de transmisión analizadas en el estudio:

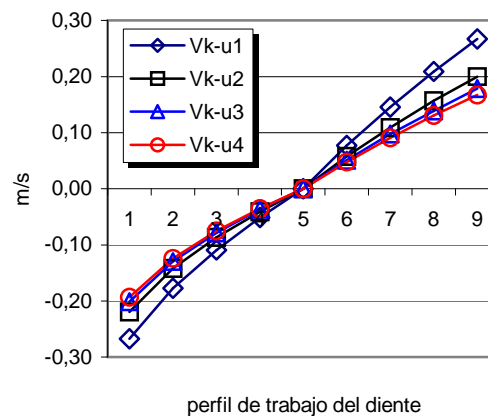
Razón de transmisión, $u_{12}$	1	2	3	4
Distancia entre centros, $a_w$ , mm	72.00	108.00	144.00	180.00
Frecuencia de rotación, $n_2$ , r/min	180	90	60	45

## 2. Resultados y discusión

En la tabla No. 3 se muestran los resultados numéricos de la aplicación del programa para la cuarta variante, razón de transmisión,  $u_{12}= 4$ , mientras que los resultados del cálculo de la velocidad de deslizamiento,  $V_k$ , para todas las variantes se ilustran en la figura 3 y los de la acción combinada de la velocidad específica de deslizamiento con la velocidad angular,  $c_1\omega_1$  y  $c_2\omega_2$ , objetivo de este trabajo, son mostrados en la figura 4.

**Tabla No. 3.** Resultados obtenidos para la razón de transmisión,  $u_{12}= 4$

$V_k$ , m/s	$V_{k_1}$ m/s	$V_{k_2}$ m/s	$c_1$	$c_2$	$c_1\omega_1$ rad/s	$c_2\omega_2$ rad/s
-0,19	0,08	0,27	2,48	-0,71	46,68	-3,36
-0,12	0,13	0,26	0,93	-0,48	17,47	-2,27
-0,07	0,17	0,25	0,44	-0,30	8,20	-1,43
-0,03	0,20	0,24	0,17	-0,15	3,23	-0,69
0,00	0,23	0,23	0,00	0,00	0,00	0,00
0,05	0,27	0,22	-0,18	0,22	-3,36	1,02
0,09	0,31	0,21	-0,30	0,43	-5,63	2,01
0,13	0,34	0,21	-0,39	0,63	-7,31	2,99
0,17	0,37	0,20	-0,46	0,84	-8,61	3,96



**Figura 3** Resultados del cálculo de la velocidad de deslizamiento,  $V_k$ .

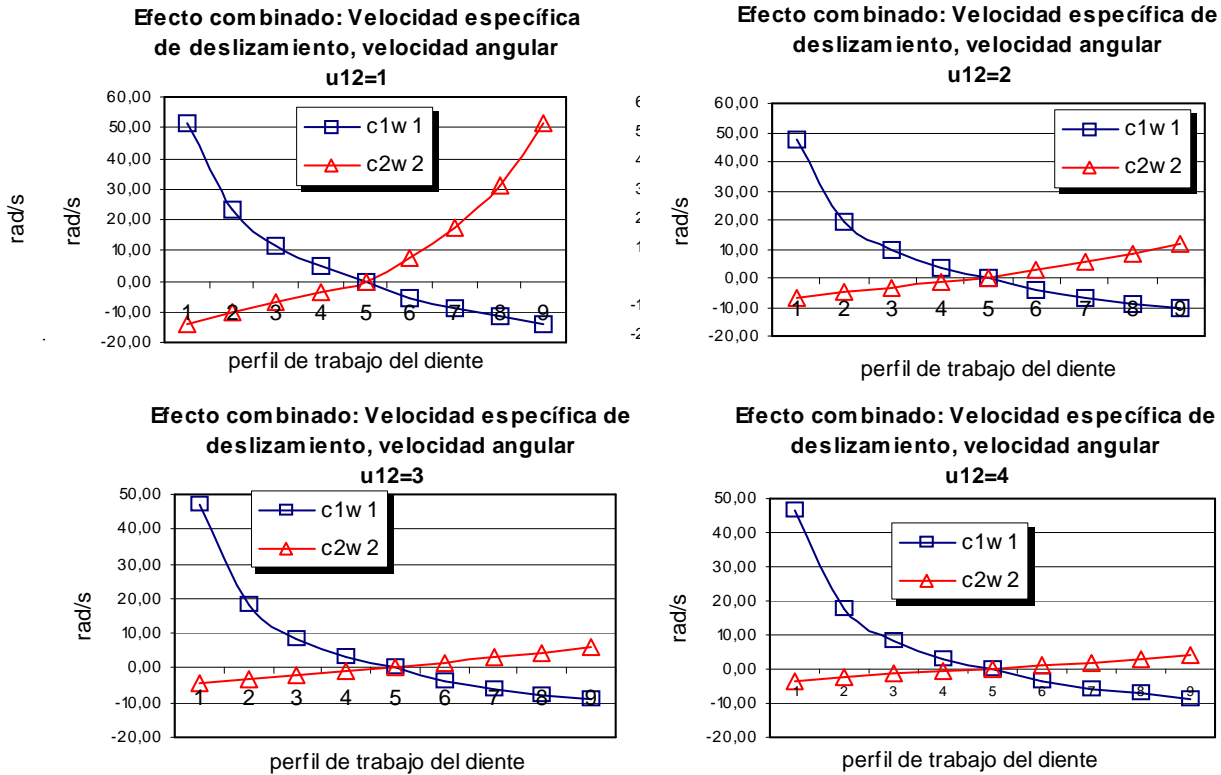


Figura 4 Acción combinada  $c1\omega_1$  y  $c2\omega_2$  para todas las variantes

Así mismo en la figura 5, se muestran las curvas de desgaste para la primera variante,  $u_{12}= 1$ , obtenidas mediante el traslado de cada punto de contacto por la circunferencia correspondiente sobre el perfil de trabajo del piñón y de la rueda, trazando luego, desde los puntos obtenidos, en dirección normal al perfil, las magnitudes  $c_1 \omega_1$  y  $c_2 \omega_2$  calculadas.

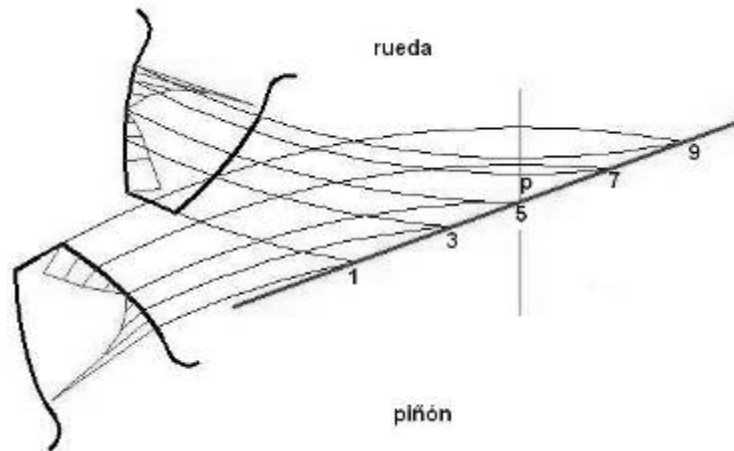


Figura 5 Curvas de desgaste obtenidas para la primera variante,  $u_{12}=1$ , a partir de las  $c1\omega_1$  y  $c2\omega_2$  calculadas

### 3. Conclusiones.

1. Las curvas de desgaste que se exponen en la figura 5, muestran que en el engranaje con perfil evolvente, el desgaste de los dientes es irregular debido a que la velocidad de deslizamiento depende de la distancia entre el punto de contacto y el polo de engrane. El desgaste mayor de los dientes resulta en el comienzo y final de la línea práctica de engrane, en los puntos 1 y 9, ya que los radios de curvatura en ambos puntos llegan a ser mínimos.
2. En las ruedas normales, el desgaste del diente en la rueda pequeña siempre es mayor que el desgaste del diente en la rueda grande por su relación con la frecuencia con que engranan y desengranan los dientes al tener una velocidad angular mayor.
3. El cambio de dirección del movimiento relativo, cambio de dirección de la velocidad de deslizamiento de un diente respecto al otro, que se repite con frecuencia, en el polo de engrane conduce a una deformación constante del perfil del diente.
4. En las transmisiones con ruedas cilíndricas con dientes rectos y perfil evolvente, normales, el desgaste de los dientes del piñón prácticamente no tiene variación con las relaciones de transmisión analizadas, relaciones de transmisión mayores que cuatro no son recomendables para las mismas.
5. En el caso de los dientes de las ruedas, ocurre una disminución considerable del desgaste con el aumento de la relación de transmisión, resultando, prácticamente similar la magnitud de los deslizamientos específicos,  $c_2 \square 2$ , al comienzo y al final del engrane cuando la razón de transmisión,  $u_{12} = 4$ , como se muestra en la tabla 2. En este caso se logra el desgaste mínimo de la transmisión.

### 4. Referencias.

1. **BARANOV, G. G.** *Curso de la Teoría de Mecanismos y Máquinas*. Moscú: MIR, 1979.
2. *Gearing*. **COY, J.; P. TOWSEND, D. y V. ZARETSKY, E.** December 1985. NASA RP-1152 AVSCOM TR 84-C-15.
3. **GOLUBEV, Yuri.** *Teoría de máquinas y mecanismos*. La Habana: Pueblo y Educación, 1978.
4. *A Parametric Study of Spur Gear Dynamics. Final Contractor Report*. **HSIANG HSI, L. y CHUEN-HUEI, L.** January 1998. NASA CR--1998-206598. ARL--CR-419.
5. **MOYA RODRÍGUEZ, J. L. y GOYTISOLO ESPINOSA, R.** Correcciones en las Transmisiones por Engranajes. *Monografías.com*. [En línea] 2000. [www.monografias.com](http://www.monografias.com).
6. **MYSZKA, D. H.** *Machines and mechanisms: Applied kinematic Analysis*. s.l.: Prentice Hall, Inc, 1999. ISBN: 0-13-597915-3.

Autores: Inicial de los nombres seguidas de apellidos, separados por comas

**Lic. Orestes González-Quintero, Profesor Auxiliar**

Departamento de Ingeniería Mecánica. Facultad de Ingenierías Química y Mecánica.

Universidad de Matanzas. Cuba

Teléfono: 295733. E-mail: [orestes.gonzalez@umcc.cu](mailto:orestes.gonzalez@umcc.cu)

Dirección particular: Plácido 7106 entre San Antonio y Ánimas. Versalles. Matanzas. Cuba

Código postal: 40100