

## **Enfoques del análisis de envolvente al procesamiento de vibraciones para el diagnóstico de maquinarias**

**Fidel Ernesto Hernández-Montero, Michel Gutiérrez-García**

Recibido el 4 de enero de 2010; aceptado el 19 de marzo de 2010

### **Resumen**

El análisis de la envolvente de las vibraciones para detectar fallos complejos de maquinarias rotatorias, tales como fallos en cojinetes de rodamientos y engranajes, se ha venido imponiendo por su elevada efectividad y bajo costo computacional.

Esta técnica de análisis puede ser implementada a través de dos enfoques, los cuales nunca han sido estudiados de manera conjunta buscando una comparación de la aplicación de los mismos. En este trabajo se plasma un esfuerzo matemático que justifica la posibilidad de aplicar estos enfoques para detectar fallos en cojinetes de rodamientos en particular, así como una comparación entre la utilización de los mismos.

Se pudo comprobar que la técnica basada en la transformada de Hilbert constituyó de mayor efectividad para el análisis.

**Palabras claves:** diagnóstico, rodamientos, envolvente, vibraciones.

## **Analysis of encircling to the prosecution of vibrations for the diagnosis of machineries.**

### **Abstract**

Envelope analysis of vibrations is very employed on rolling bearings and gears failure detection due to low cost and high effectiveness of its implementation

This technique can be implemented through two ways: (1) filtering and (2) Hilbert transform, not compared one each other yet. In this paper, a mathematical effort, done in order to justify the capability of these approaches to be applied on rolling bearings diagnosis, is shown and a comparison between these two approaches is revealed.

The Hilbert transform approach applied on envelope analysis was probed to be the most effective technique for rolling bearings failure detection.

**Key words:** rolling bearing, diagnosis, envelope, vibration.

## 1. Introducción.

El diagnóstico de maquinarias por vibraciones, como una de las tantas técnicas involucradas en el mantenimiento predictivo, se basa en el monitoreo de las vibraciones producidas por las maquinarias en funcionamiento y, debido a las conveniencias de su aplicación, constituye uno de los más preferidos por los especialistas del mantenimiento.

Las técnicas de análisis de vibraciones para el diagnóstico que más se aplican son extraídas fundamentalmente del campo del procesamiento de señales. Entre estas técnicas destaca el análisis espectral debido a que muchos fenómenos físicos relacionados con las vibraciones, que aparecen debido a desperfectos de las máquinas, presentan propiedades periódicas. Esta característica, así como su reducida relación costo/beneficio, la han convertido en la más utilizada por los especialistas. Sin embargo, su implementación presenta una serie de características, las cuales, en determinadas circunstancias se pueden convertir en desventajas [1]:

- Constituye una herramienta para el procesamiento de señales de tipo estacionarias.
- Posibilita caracterizar espectralmente la magnitud de señales aleatorias de segundo orden.
- Permite identificar componentes periódicas producidas por procesos de diversos órdenes, sin necesidad de diferenciarlos.

Estos rasgos del análisis espectral se convierten en inconvenientes si las señales a manejar son no estacionarias, si se requiere un tratamiento transparente frente a la presencia de señales aleatorias de segundo orden (que tales señales aleatorias no sean tenidas en cuenta por el procesamiento; que el análisis sea inmune a la influencia de ruido), y se requiere identificar el orden de las componentes espectrales que son expuestas durante el análisis.

Un tipo de vibración, cuyo análisis cumple los criterios expuestos, convirtiendo en inefectivo al procesamiento espectral, lo constituye el

generado por fallos locales en cojinetes de rodamientos.

Para contrarrestar tal ineficiencia del análisis espectral los especialistas han combinado tal técnica con otras tradicionales de procesamiento, tales como el filtrado, lográndose resultados más satisfactorios; o han introducido algunas técnicas más avanzadas de análisis de vibraciones, tales como el análisis de tiempo-frecuencia, estadístico de orden superior y cicloestacionario. El trabajo que se presenta relaciona una técnica utilizada con elevado grado de efectividad y reconocida superioridad respecto al análisis espectral en la tarea de detección de fallos en cojinetes de rodamientos: la demodulación de amplitud o análisis de envolvente.

## 2. Sobre fallos locales en cojinetes de rodamientos.

Son diversos los modelos matemáticos que han tratado de acercarse a una representación lo más exacta de la vibración que se genera cuando existe un fallo local en un cojinete de rodamientos.

La mayoría de estos modelos se basa en que cuando este tipo de fallo existe habrá un impacto cada vez que los elementos rodantes pasen sobre este [2]. Cada vez que la superficie con el defecto choca contra la superficie del elemento rodante se produce un impulso que puede excitar resonancias en el rodamiento y en la máquina en general [3]. Esto resultará en una serie de "golpes resonantes" muy cortos que suceden a la frecuencia de paso de los elementos rodantes por sobre la superficie dañada del aro correspondiente.

Determinando las frecuencias asociadas a cada uno de los componentes de los cojinetes se puede identificar qué parte o zona del cojinete está deteriorada. Estas frecuencias, conocidas como *frecuencias características de fallo*, se determinan a través de las siguientes expresiones:

$$BPFO = \frac{N}{2} f_r \left[ 1 - \frac{Bd}{Cd} \cos(\alpha) \right] \quad (1)$$

$$BPFO = \frac{N}{2} f_r \left[ 1 - \frac{Bd}{Cd} \cos(\alpha) \right] \quad (2)$$

$$BSF = \frac{Cd}{2Bd} f_r [1 - \frac{Bd^2}{Cd^2} \cos^2(\alpha)] \quad (3)$$

$$FSF = \frac{1}{2} f_r [1 - \frac{Bd}{Cd} \cos(\alpha)], \quad (4)$$

En las que *BPFO* es la frecuencia de paso de los elementos rodantes por el aro exterior, *BPMF* es la frecuencia de paso de los elementos rodantes por el aro interior, *BSF* es la frecuencia de rotación de los elementos rodantes y *FSF* es la frecuencia de rotación de la jaula. Por su parte, *N* es el número de elementos rodantes, *Cd* es el diámetro medio de la jaula, *f<sub>r</sub>* es la frecuencia de rotación del eje, *Bd* es el diámetro de los elementos rodantes y *α* es el ángulo formado por la carga y el plano radial. De los diversos modelos de señal de vibración para fallos locales en cojinetes, el propuesto por McFadden y Smith en [4] resulta muy práctico y caracteriza de forma muy natural la vibración generada por un fallo individual en el cojinete.

Al analizar este modelo, se parte de dos criterios:

1. El aro exterior se encuentra fijo, mientras que el interior rota a frecuencia *f<sub>r</sub>* constante.
2. El defecto se localiza sólo en el aro interior (se puede extender a los otros casos posibles) y su frecuencia característica sería *BPMF*.

Se denotará como *p* a la fuerza generada cuando el aro interior gira en ausencia de carga. Según el modelo, *p* estará compuesto por una serie de impulsos de choque igualmente espaciados y con determinada amplitud (en dependencia de la severidad del fallo), debido al paso de los

elementos rodantes por el lugar del fallo, según se expresa a continuación:

$$p(t) = p_0 \sum_k \delta_0(t - k / BPMF), \quad (5)$$

Donde *p<sub>0</sub>* indica el grado de severidad del fallo, *δ<sub>0</sub>* es la Delta de Dirac o impulso unitario y *1/BPMF* es el período sucesivo entre impulsos. Se puede demostrar que el espectro de *p(t)* se puede expresar como

$$P(f) = (p_0 \cdot BPMF) \sum_k \delta_0(f - k \cdot BPMF). \quad (6)$$

Siguiendo la lógica de este modelo, y como ya se ha planteado, la señal compuesta de impulsos periódicos, *p(t)* se combina con las frecuencias naturales del rodamiento y sus soportes, excitándolas. Al mismo tiempo, como el lugar del fallo, y por ende, donde se genera el choque, varía respecto a la posición del sensor con el que se miden las vibraciones, la función transferencial entre lugar del defecto y el sensor, variará también (esta variación será periódica). Estos factores darán lugar a la señal resultante

$$x(t) = p_h(t) \cdot s(t), \quad (7)$$

Donde *p<sub>h</sub>(t) = h<sub>0</sub>(t) \* p(t)*, *s(t)* constituye una onda sinusoidal (o un conjunto de ellas), correspondiente a la frecuencia resonante excitada por un impacto individual y *h<sub>0</sub>(t)* es la respuesta impulsiva que caracteriza la línea de transmisión de la vibración desde el lugar del choque hasta el sensor. El espectro resultante sería:

$$X(f) = \frac{p_0 \cdot BPMF}{2} \left[ H_0(f - f_s) \sum_k \delta_0(f - k \cdot BPMF - f_s) + H_0(f + f_s) \sum_k \delta_0(f - k \cdot BPMF + f_s) \right] \quad (8)$$

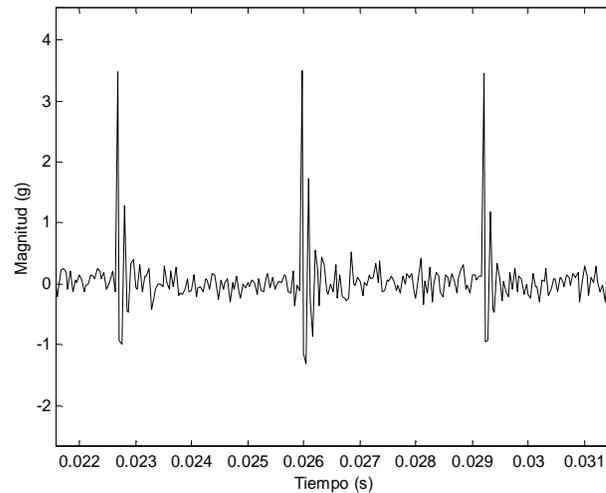
Donde *f<sub>s</sub>* es la frecuencia de la oscilación excitada y *H<sub>0</sub>(f)* es la transformada de Fourier de *h<sub>0</sub>(t)*. El espectro resultante estaría compuesto por impulsos igualmente espaciados a *BPMF*, centrados en *f<sub>s</sub>*, y ocupando una banda finita de frecuencias alrededor de *f<sub>s</sub>*.

### 2.1. Señales de vibración bajo estudio

El modelo descrito por la expresión (5) se empleará para, a través de la computadora,

simular las vibraciones generadas por fallos locales en cojinetes de rodamientos. En la figura 1 se puede observar un ejemplo de señal de vibración basada en este modelo. En este caso, la frecuencia característica de fallo se fijará en aproximadamente 300 Hz.

Asimismo, para comparar las técnicas empleando señales reales, se utilizó una maqueta experimental mecánica cuyo diagrama se puede observar en la figura 2.



**Figura 1.** Señal que simula la vibración producida por un cojinete de rodamientos con fallo local en su aro exterior.

El cojinete de rodamientos que se empleará como objeto de investigación es del tipo SKF 1205 cuyas frecuencias características ya calculadas están definidas como:

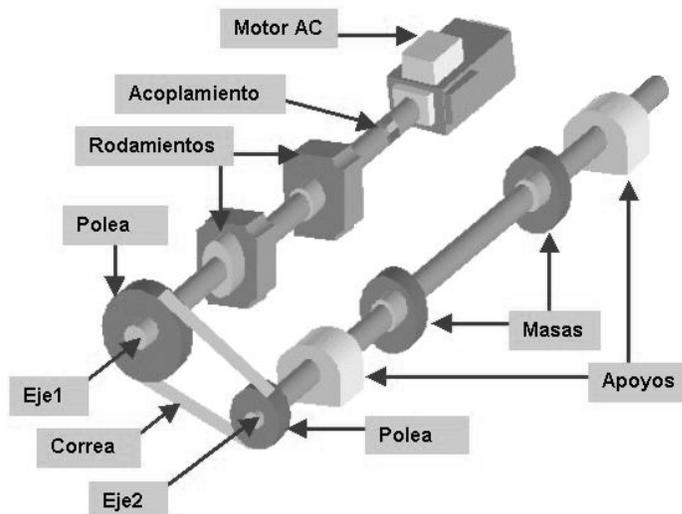
$$BPFO = 5,25 f_r$$

$$BPFI = 7,75 f_r$$

$$BSF = 4,93 f_r$$

$$FTF = 0,4 f_r$$

Como el eje que soporta el cojinete bajo estudio se encuentra girando a una frecuencia  $f_r = 20$  Hz, las frecuencias características de fallo son:  $BPFO = 105$  Hz,  $BPFI = 155$  Hz,  $BSF = 98.5$  Hz y  $FTF = 8$  Hz. La frecuencia de muestreo es de 20 kHz.



**Figura 2.** Maqueta experimental mecánica.

### 3. Métodos de detección de envolvente de una señal

Se pueden encontrar dos técnicas básicas para obtener la envolvente de una señal determinada. Estas técnicas son:

- De Rectificación – Filtrado
- Aplicación de la transformada de Hilbert

#### 3.1. Técnica de Rectificación – Filtrado

Esta técnica se basa en el filtrado de la señal de vibraciones,  $x(t)$ , para eliminar componentes de baja frecuencia. Después la onda temporal se rectifica y se pasa a través de un filtro pasabajo, como se muestra en la figura 3, para obtener la señal envolvente,  $e(t)$ . De este modo se eliminan las vibraciones que no provengan de problemas asociados a los rodamientos. Luego se vuelve a realizar el espectro de esta señal procesada (así se consigue que sólo aparezcan las frecuencias indicativas de fallos de rodamientos) [5, 6].



Figura 3. Diagrama que ilustra la técnica de Rectificación – Filtrado para la demodulación de la amplitud

##### 3.1.1. Apuntes sobre la aplicación del método de Rectificación – Filtrado a la extracción de la envolvente de la señal de vibración generada por un fallo local en un cojinete de rodamientos

Si la vibración modelada a través de la expresión (7) es aplicada al sistema mostrado en la figura 3, resulta fácil comprobar que:

1. A la salida del filtro paso alto se tendrá la propia señal  $x(t)$
2. A la salida del rectificador se obtendrá  $|x(t)|$ .
3. A la salida del filtro pasabajo se obtiene la componente de baja frecuencia de  $|x(t)|$ , que será precisamente la envolvente  $e(t)$ .

#### 3.2. Técnica que aplica transformada de Hilbert

Otra técnica para obtener la envolvente de una señal, es a través de la transformada de Hilbert. Así, la envolvente  $e(t)$  se determina aplicándole el módulo a la señal analítica, la cual es igual a  $x(t) + j\hat{x}(t)$ , donde  $x(t)$  es la señal a analizar y  $\hat{x}(t)$  es la transformada de Hilbert de  $x(t)$ :

$$e(t) = |x(t) + j\hat{x}(t)| \quad (9)$$

La Transformada de Hilbert de  $x(t)$ ,  $\hat{x}(t)$ , se obtiene a través de la siguiente expresión:

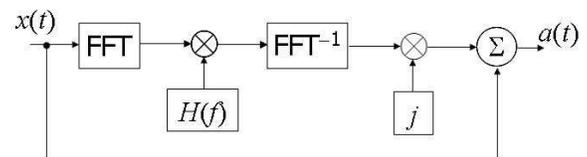
$$\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) * \frac{1}{\pi(t - \tau)} d\tau, \quad (10)$$

y la transformada de Fourier de  $\hat{x}(t)$  estará dada por:

$$\hat{X}(f) = -j \cdot \text{sng}(f) \cdot X(f), \quad (11)$$

donde  $X(f)$  es la transformada de Fourier de  $x(t)$  y

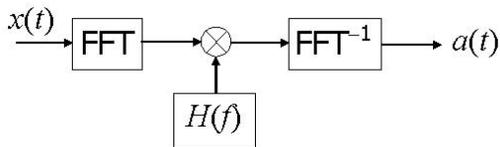
$$\text{sng}(u) = \begin{cases} -1 & \text{si } u < 0 \\ +1 & \text{si } u \geq 0 \end{cases}$$



$$H(f) = \begin{cases} j & \text{si } f \leq 0 \\ -j & \text{si } f > 0 \end{cases}$$

Figura 4. Método A para obtener la señal analítica

La señal analítica se obtendría a través de los métodos A y B que emplean la Transformada de Hilbert. El método A de obtención de la señal analítica se ilustra en la figura 4, y el método B, se muestra en la figura 5.



$$H(f) = \begin{cases} 2 & \text{si } f \geq 0 \\ 0 & \text{si } f < 0 \end{cases}$$

Figura 5. Método B para obtener la señal analítica.

De estos métodos el que más se emplea es el B debido a que se basa en un algoritmo más rápido, no obstante lleva al mismo resultado que el método A.

$$x(t) + j\hat{x}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(2\pi(nf_0)t + \varphi_n) \cos(\omega_c t) + j \sum_{n=0}^{\infty} A_n \text{sen}(2\pi(nf_0)t + \varphi_n) \text{sen}(\omega_c t). \quad (12)$$

Si se encuentra el módulo de la señal analítica, expresada en la forma de la ecuación (12), se puede demostrar que:

$$|x(t) + j\hat{x}(t)| = p_h(t). \quad (\text{Para mayor información consultar [7]})$$

### 3.3. Parámetro para evaluar las técnicas de análisis de envolvente y su aplicación a la detección de fallos en cojinetes de rodamientos.

Se empleará un parámetro, definido en [7] y en trámite de proceso para patentar, denominado como ParamD, mediante el cual es posible medir la eficiencia de las técnicas utilizadas para el procesamiento de las señales, es decir, la "claridad" con que sean mostradas en los espectros las componentes espectrales a la frecuencia característica de fallo analizando la diferencia entre la señal que se desea y el ruido que introducen las vibraciones.

Este parámetro da un valor cercano a cero cuando no existe fallo en un cojinete de rodamientos. Da

### 3.2.1. Apuntes sobre la aplicación de la técnica que aplica la transformada de Hilbert para la extracción de la envolvente de la señal de vibración generada por un fallo local en un cojinete de rodamientos

El modelo que describe la vibración generada por un fallo local en un cojinete de rodamientos (ecuación (7)) puede escribirse, de manera más particular, como  $x(t) = p_h(t) \cdot \cos \omega_c t$ , si se tiene en cuenta que solamente es excitada una frecuencia de resonancia denotada por  $\omega_c$ . Entonces, su transformada de Hilbert será  $\hat{x}(t) = \hat{p}_h(t) \cdot \text{sen}(\omega_c t)$ .

Toda vez que  $p_h(t)$  es una señal periódica, esta puede ser expresada a través de la forma trigonométrica cosinusoidal de la serie de Fourier:

$$p_h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(2\pi(nf_0)t + \varphi_n),$$

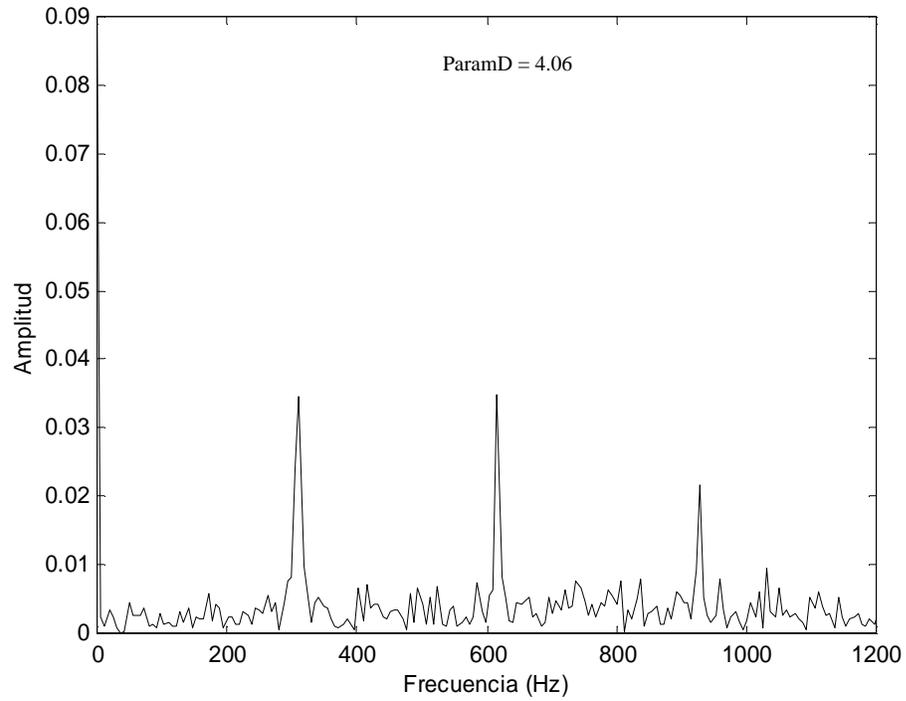
donde  $f_0$  puede ser BPFi, BPFo, BSF o FTF en dependencia si el fallo es en el aro exterior, aro interior, en los elementos rodantes o en la jaula.

Luego, la señal analítica tomaría la forma:

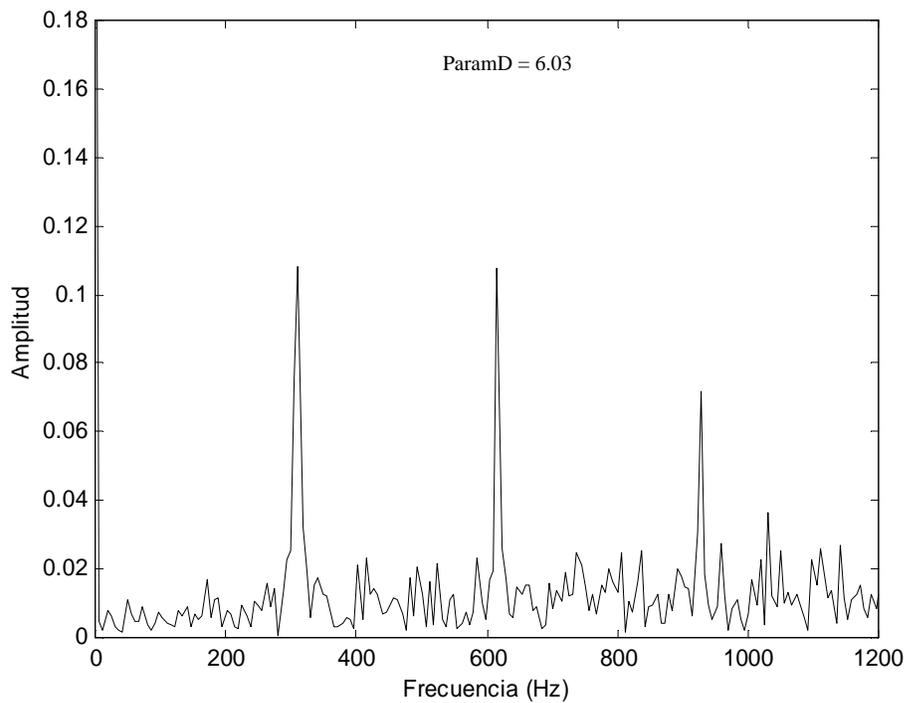
un valor diferente de cero cuando aparece un fallo de cojinete de rodamientos y es proporcional a la severidad del mismo.

### 4. Análisis de la aplicación de las técnicas de demodulación de amplitud a la detección de fallos en cojinetes de rodamientos

En la figura 6 se muestra la aplicación de la demodulación de envolvente, tanto a través del método de Rectificación – Filtrado (figura 6a), como el que emplea la transformada de Hilbert (figura 6b) a una señal que simula la vibración generada por un fallo local en un cojinete de rodamientos, como la descrita en la sección 2.1 (frecuencia característica de fallo de valor 300 Hz).



a)



b)

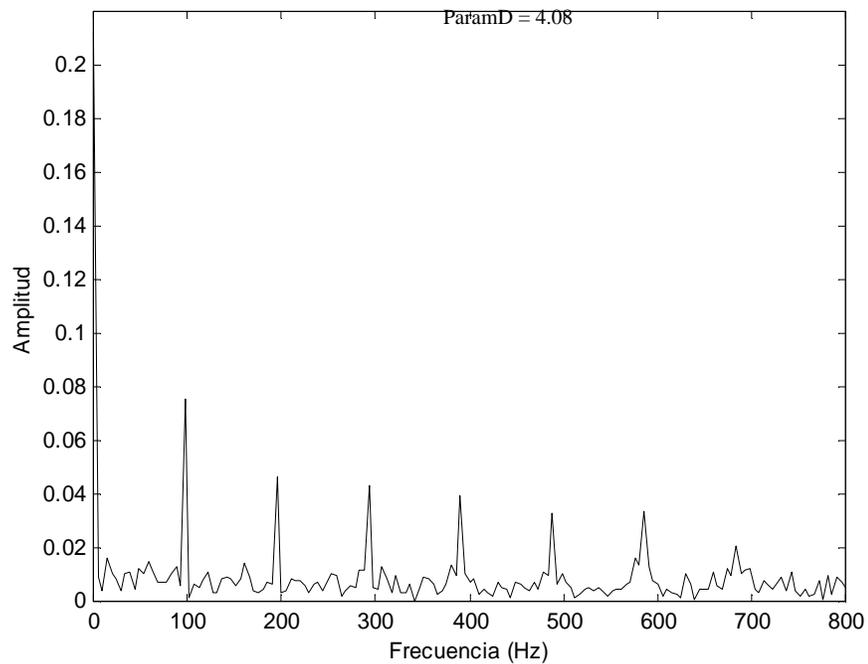
**Figura 6.** Espectro de la envolvente de una señal que simula la vibración de un fallo en un cojinete de rodamientos (frecuencia característica de fallo de 300 Hz), obtenida a través de la técnica a) de Rectificación – Filtrado y b) basada en la transformada de Hilbert

Aparentemente no aparecen diferencias en los espectros, sin embargo el parámetro ParamD obtenido en ambos casos es mayor cuando se aplica la técnica de demodulación de amplitud a través de la transformada de Hilbert, como se muestra en la figura 6.

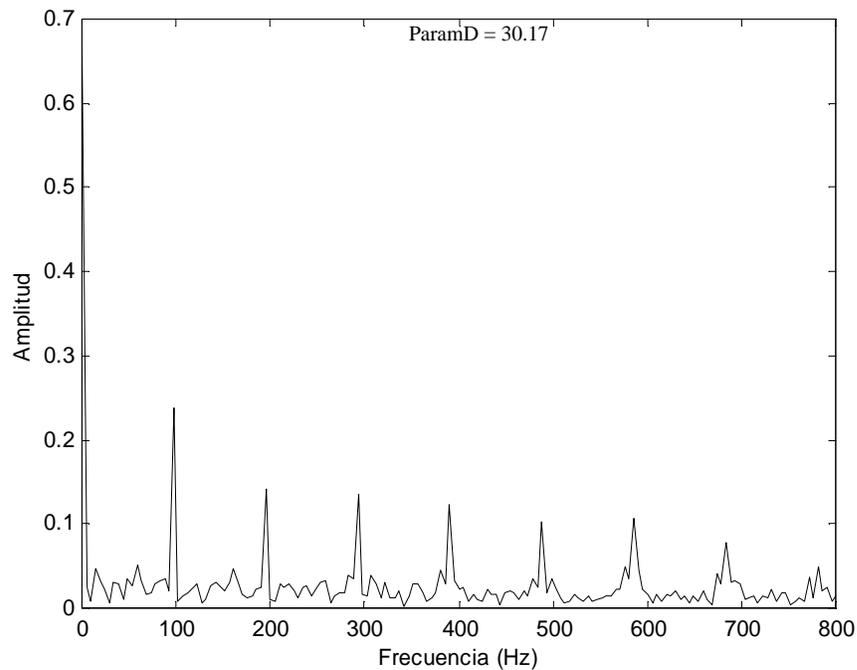
Si se aplican las técnicas de análisis de envolvente al procesamiento de vibraciones reales, en la figura 7 se muestran los resultados. En este caso, se analiza la vibración generada en la maqueta experimental mecánica mostrada en la figura 2 cuando existe un fallo local en el aro exterior de un cojinete de rodamiento (frecuencia característica de fallo, *BPFO*, igual a 100 Hz).

En la figura 7a se muestra el resultado de la aplicación de la demodulación a través de la técnica de Rectificación – Filtrado, mientras que en la figura 7b se muestra el resultado tras aplicar la técnica basada en la transformada de Hilbert.

Nuevamente se obtiene un valor de ParamD mayor cuando se aplica la transformada de Hilbert para efectuar la demodulación de amplitud.



a)



b)

**Figura 7.** Espectro de la envolvente de una señal de vibración generada por la existencia de un fallo local en el aro externo de un cojinete de rodamientos (frecuencia característica de fallo de 100 Hz), obtenida a través de la técnica a) de Rectificación – Filtrado y b) basada en la transformada de Hilbert.

## 5. Conclusiones.

Se puede concluir planteando que el análisis de envolvente constituye una herramienta eficaz a la hora de ser aplicada a la detección de fallos locales en cojinetes de rodamientos. Esta efectividad puede verse mejorada en dependencia del tipo de técnica que se emplee para la implementación de la demodulación de amplitud. Este trabajo demostró que con la técnica que se basa en la transformada de Hilbert es posible obtener mejores resultados.

El parámetro ParamD utilizado para medir la efectividad de las técnicas aplicadas, puede emplearse como parámetro global de detección de fallo en cojinete de rodamientos.

## 6. Referencias

1. **HERNÁNDEZ, F. E.** *Aplicación del procesamiento cicloestacionario de vibraciones, avanzado y de segundo orden, para la detección de fallos locales en cojinetes de rodamientos*, Tesis presentada para optar por el grado de doctor en ciencias técnicas, Universidad de Pinar del Río, Cuba. 2005.
2. **HERNÁNDEZ, F. E. y ATXA, V.** *Diagnóstico de Maquinarias Rotatorias a partir del Análisis de las Vibraciones*. Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación SAAEI 2003, Vigo, España. CD de memorias: ISBN 84 – 688 – 3055 – 6.
3. **PIÑEYRO, J.; KLEMPNOW, A. y LESCANO, J.** *Effectiveness of new spectral tools in the anomaly detection of rolling element bearings*. Journal of Alloys and Components, vol. 310, 276-279. 2000.

4. **MCFADDEN, P.D. y SMITH, J.D.** *Model for the Vibration Produced by a Single Point Defect in a Rolling Element Bearing*, Journal of Sound and Vibration, **96**(1), 69-82, 1984.
5. **BRAUN, S. y DATNER, B.** *Analysis of roller / ball bearing vibrations*. January 1979, vol. 101, 118 – 125 p.
6. **REGALADO, G.; GUTIÉRREZ, M. y HERNÁNDEZ, F.E.** *Aplicación de los análisis de envolvente y cepstral a la detección de fallos en maquinaria rotatoria*, IV Congreso Cubano de Mantenimiento, UCLV, Cuba, 2003.
7. **GUTIÉRREZ, M.** *Aplicación del Análisis de Envolvente a la Detección de Fallos en Maquinaria Rotatoria*. Proyecto de Diploma presentado en opción al título de Ingeniero en Telecomunicaciones y Electrónica. 2004.

**Fidel Ernesto Hernández-Montero<sup>1</sup>, Michel Gutiérrez-García<sup>2</sup>**

1. Asistente, Universidad de Pinar del Río. Martí 270, Pinar del Río. Cuba

Tel: +53 82 755 453, Fax: +53 82 779353.

E-mail: [fidel@tele.upr.edu.cu](mailto:fidel@tele.upr.edu.cu)

2. Especialista en equipos de Rayos X, Hospital Provincial D. C. Q. "Abel Santamaría Cuadrado".

Calle los Pinos Final, Edif. 81 Apto. B-7, Reparto Hnos. Cruz, Pinar del Río. Cuba

Tel.: +53 82762530.

E-mail: [michel80@princesa.pri.sld.cu](mailto:michel80@princesa.pri.sld.cu)