

Optimización de la distribución de piezas irregulares en chapas

A.M. Lastres - Aleaga, J. Arbola - Ruiz, A. Cordovés - García

Recibido el 15 de marzo de 2010; aceptado el 25 de mayo de 2010

Resumen

En el presente artículo se realiza un estudio de diferentes esquemas de solución reflejados en la literatura, que tratan el problema de la distribución de piezas irregulares en superficies planas con anidamiento bidimensional (Nesting). Fueron analizados diferentes esquemas de solución, siendo los que consideran la geometría real de la pieza, durante la evaluación y posicionamiento de las mismas sobre la superficie a cortar, los que garantizan el mayor aprovechamiento del material. El esquema propuesto se caracteriza por un tratamiento gráfico de las piezas que permite acelerar el proceso de reconocimiento y evaluación de opciones de acoplamiento entre ellas, así como la creación de poblaciones de conglomerados crecientes para su ubicación definitiva en la superficie a cortar. En la generación de poblaciones de opciones de solución, se utiliza un algoritmo derivado del método de Integración de Variables, además se realiza la comparación de los resultados obtenidos por el método propuesto, con otros resultados generados por procedimientos desarrollados por diferentes autores, alcanzando mejorar los valores de aprovechamiento de material y la reducción del tiempo de generación de soluciones.

Palabras claves: Distribución de piezas irregulares en superficies; optimización; Métodos Evolutivos; Anidamiento bidimensional; tratamiento gráfico de contornos de superficies.

Irregular parts nesting problem optimization.

Abstract

In this article, we study various solution schemes reported in the literature, which deal with the problem of irregular parts distribution on flat surfaces with two-dimensional nesting. Different solution schemes were analyzed, which they consider to be the real geometry of the part, during the evaluation and positioning them on the surface to be cut, ensuring the best use of the material. The proposed scheme is characterized by a graphic treatment of the pieces that can accelerate the process of recognition and evaluation of options coupling between them, as well as the creation of cluster populations growing to its final location on the surface to be cut. In the generation of populations of possible solutions, using an algorithm based on the method of integration variables, in addition is made comparing the results obtained by the proposed method with other results generated by procedures developed by different authors, achieving improved use of material values and reducing the generation time for solutions.

Key words: Irregular cutting stock problem; Nesting; Distribution of irregular parts in sheets; Evolutionary Methods; Graphic treatment of boundary surfaces; optimization.

1. Introducción.

Las nuevas tecnologías de fabricación, procesamiento y comunicación han determinado, en las últimas décadas, la generación de nuevas soluciones para la mayor parte de los problemas científicos de la ingeniería. La industria del corte no escapa a esta influencia. En la solución a este problema se han obtenido resultados tecnológicos de relevancia, los cuales han revolucionado la concepción y formas de operación durante la manufactura de diferentes productos. A pesar de la marcada evolución sufrida por estas tecnologías, el aprovechamiento del material continúa representando un importante indicador de eficiencia para evaluar la calidad de la distribución de las piezas y los costos de producción.

Las técnicas heurísticas, de inteligencia artificial y otras con enfoques de evolución y comportamiento natural, han constituido en los últimos años, las herramientas matemáticas principales para abordar el problema del anidamiento bidimensional (*nesting*), corte rectangular guillotinado y de empaquetamiento tridimensional (*packing*). Sin embargo, en la bibliografía disponible se constata que a pesar de los logros obtenidos, los mejores trabajos reflejados no satisfacen aún plenamente los requerimientos actuales de la industria, ya que quedan aún reservas no explotadas de aprovechamiento de material. Esta realidad determina la necesidad de búsqueda de nuevos procedimientos de solución a este problema que aseguren la obtención de mejores distribuciones. El presente trabajo tiene como objetivo el desarrollo de un nuevo procedimiento para el tratamiento geométrico del contorno real de las piezas y la concepción de un modelo de optimización que permita minimizar las pérdidas de material.

2. Principales antecedentes.

Un método muy difundido para la distribución bidimensional de piezas de configuración irregular consiste en la aproximación poligonal (Figura 1). El empleo de aproximaciones geométricas permite reducir la complejidad y el tiempo de las evaluaciones, pero trae como desventaja que la ubicación real de la pieza esté sujeta a la ubicación relativa del contorno de aproximación y se restringen tanto los movimientos para su posicionamiento como la consideración del área real que contiene el contorno irregular.

Así, Art en el año 1966, presentó por primera vez la aplicación de la técnica del “*not fit-poligon*” dentro del campo del corte de piezas en chapas [5]. En 1976 esta técnica, o herramienta de tratamiento gráfico, fue reintroducida por Adamowicz y Albano [1] al simplificar las piezas de carácter irregular usando rectángulos y buscando el área mínima de acoplamiento entre ellos.

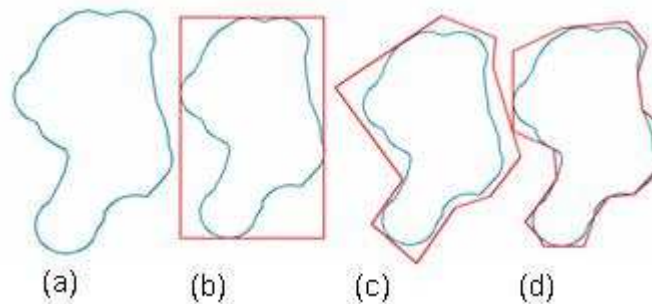


Figura 1. Aproximación geométrica de un contorno irregular. (a) Contorno real de la pieza, (b) aproximación rectangular, (c) aproximación con 10 lados, (d) aproximación con 18 lados.

Muchos investigadores han empleado esta técnica, modificándola y realizando adaptaciones a casos específicos durante la generación de soluciones, para el corte de piezas en superficies planas. Autores como E.K. Burke, R.S.R. Hellier, G. Kendall y G. Whitwell en el año 2007 propusieron mejoras en la robustez de la técnica inicial para el tratamiento de cavidades interiores y agujeros en la pieza [8].

Otra propuesta fue realizada por Antonio Miguel Gomes y José Fernando Oliveira en el año 2001 [8] al presentar la aplicación del procedimiento de búsqueda aleatoria conocido por *Greedy Randomised Adaptive Search Procedure* (GRASP) a la tarea estudiada, integrado con la técnica del “*not fit-poligon*” mediante la cual se analiza la vecindad de la secuencia de piezas a cortar. De la misma manera Liu Hu-yao y He Yuan-jun en el año 2005 proponen el uso de la técnica del “*not fit-poligon*” adicionando el análisis rotacional de la pieza desde su centro de gravedad [11]. Esta modificación posibilita extender la técnica del “*not fit-poligon*” no solo a la traslación entre las piezas por sus lados geométricos sino que, además, permite considerar las diferentes posiciones según su ángulo de inclinación. Esta técnica fue integrada a un método de búsqueda

basado en algoritmos genéticos lo cual proporciona resultados satisfactorios para el tratamiento de piezas irregulares pero en pequeños lotes y sobre chapas de forma rectangular. El tratamiento y evaluación geométrica durante la distribución de piezas ha sido enfrentado por la mayoría de los autores con métodos o técnicas de aproximación geométrica, donde el compromiso del aprovechamiento del material se ve afectado por la precisión de la geometría de trabajo. Sin embargo, ya en el año 2005 Yuping, Shouwi y Chunli [10] proponen el uso de una modificación del método de enfriamiento simulado (*Simulated Annealing*) para buscar una aproximación a las soluciones óptimas teniendo en cuenta los contornos irregulares reales de las piezas a distribuir. A pesar del avance que representa este enfoque, adolece de tratamientos gráficos eficientes de la geometría de las piezas, que faciliten la búsqueda rápida de opciones de distribución, lo que, en adición a otros factores, condiciona procesamientos lentos en la búsqueda de soluciones racionales.

En lo adelante, se presenta un enfoque que integra un tratamiento gráfico eficiente de la geometría real de las piezas con heurísticas de búsqueda de soluciones, con el fin de generar opciones de distribución en tiempos de procesamiento adecuados a los esquemas productivos, y de alcanzar un alto aprovechamiento del material, tomando en consideración el sistema general de preferencias, el cual incluye indicadores de carácter cuantificables y no cuantificables.

3. Tratamiento gráfico de la geometría real de las piezas.

El proceso de evaluación de las geometrías de las diferentes piezas que se ubican para el corte, comprende un pre-procesamiento encargado de la descripción de su contorno o frontera, en zonas cóncavas y convexas. Esta descripción permite establecer criterios adecuados para la determinación de la posición final de las piezas. Aunque la etapa de pre-procesamiento del contorno demanda un tiempo de ejecución, éste no afecta el tiempo de generación final de las soluciones, ya que permite eliminar un conjunto considerable de evaluaciones y encontrar, mediante algoritmos de baja complejidad y alta velocidad de procesamiento, las ubicaciones de las piezas que mejor satisfacen los criterios de calidad definidos.

Para la descripción del contorno en zonas cóncavas y convexas se definen previamente algunos conceptos y procedimientos básicos:

- Definición del vector dirección V_d : Establece la dirección desde el interior de un espacio al exterior del mismo a partir de su frontera. En el caso de las piezas, este vector se define señalando el exterior de la región que la delimita, definiendo esta zona libre para el acoplamiento con otras piezas y el interior como zona no evaluable a posicionamientos. La chapa se considera como el caso contrario, pues el vector indica al interior de la región siendo esta la zona evaluable a posicionamientos de las diferentes piezas. En la figura. 2 se ilustra este concepto.
- Amplitud de la Zona Amp : Se determina por la máxima distancia entre los puntos extremos que pertenecen a la zona.
- Profundidad de la Zona Pr : Se determina por la máxima distancia entre los puntos de la zona perpendicular a la recta que definen los puntos extremos de la misma.
- Angulo de Ataque de la Zona ∂a : Se determina por la magnitud angular entre las rectas tangentes que pasan por los puntos anterior y posterior al punto de máxima profundidad.

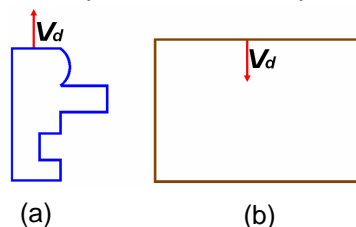


Figura 2. Ilustración del concepto vector dirección, (a) pieza, (b) plancha.

Para la determinación de las mejores opciones de acople entre pares de piezas, se establece la evaluación de las diferentes zonas descritas en cada una de ellas. Inicialmente se evalúan las zonas convexas de una pieza contra las zonas cóncavas de la otra o viceversa, este tipo de procedimiento permite descartar un considerable número de evaluaciones en las que las soluciones de acoplamiento no serían satisfactorias.

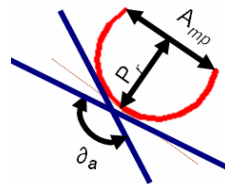


Figura 3. Parámetros de interés que describen las zonas cóncavas y convexas.

Durante la búsqueda del mejor acoplamiento entre pares de piezas, se persigue el indicador del máximo perímetro de coincidencia entre los contornos o fronteras, con la restricción del no solapamiento entre ellas. Con este fin, durante la evaluación de zonas convexas de una pieza y zonas cóncavas de la otra se establece un conjunto de condiciones que permiten encaminar la búsqueda de la solución de forma efectiva, cumplimentando el indicador y la restricción antes expuestos. Las condiciones que fundamentan el análisis y evaluación de las zonas son los siguientes:

1. Se evalúa la condición de posible acoplamiento de una zona convexa de una pieza $ZhP2$ con una zona cóncava de otra $ZpP1$, mediante la verificación de las condiciones:
2. $(\partial a_{P2}) \in ZhP2 \geq (\partial a_{P1}) \in ZpP1$ o $(\partial a_{P1}) \in ZhP1 \geq (\partial a_{P2}) \in ZpP2$ (Ver figura 4).
3. Todas las $[ZhP2, ZpP1]$ y $[ZpP2, ZhP1]$ que cumplan la condición anterior se evalúan en diferentes posiciones, definidas por los puntos del contorno y los valores de los parámetros A_{mp} y Pr correspondientes, hasta encontrar la posición que asegure el cumplimiento de menor valor de la función bicriterial utilizada.
4. Nunca se someten a evaluación las $ZhP1$ y las $ZhP2$ entre sí, dado que su acoplamiento implica el solapamiento entre las piezas.
5. Solo se someten a evaluación las $ZpP1$ y las $ZpP2$ entre sí, cuando no existen $ZhP1$ o $ZhP2$, entonces el proceso de búsqueda está asociado a la evaluación de todo el contorno de una pieza con respecto a la otra.

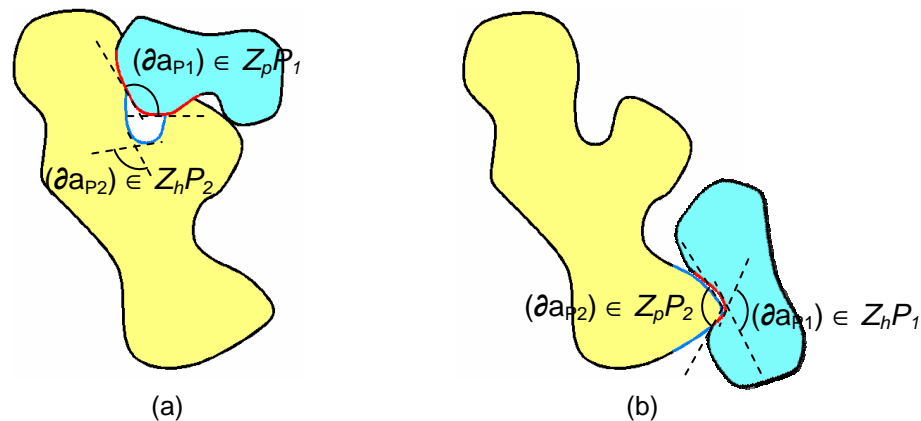


Figura 4. Evaluación de zonas cóncavas y convexas en el acople de dos piezas. (a) superposición de las piezas, (b) posicionamiento siguiendo los criterios de evaluación.

4. Agrupación de las piezas en conglomerados.

La ubicación de diferentes piezas en una chapa, no debe enfocarse como una tarea de muchos contra uno, es decir, muchas piezas que intentan ganarse su espacio en el interior de una superficie disponible. El problema enfocado a un mejor aprovechamiento de la materia prima debe funcionar como un sistema de búsqueda a la convivencia y vecindad entre las piezas que posteriormente estarán ubicadas en la chapa. Una etapa de este proceso implica evaluar y crear conglomerados entre las piezas que mejor convivencia o vecindad posean, bajo los criterios de acoplamiento antes mencionados. De la misma manera, es necesario tener un control de la población de este conglomerado, atendiendo a su crecimiento en área y dimensiones, lo cual garantiza que crezca libremente hasta que su región de colocación final en la chapa se lo permita. Posteriormente, esta vecindad seguirá incrementándose pero determinada y restringida por los límites de la propia chapa o por la no existencia de nuevas piezas por ubicar.

La conformación de los conglomerados se reduce al acople entre dos piezas: Al acoplarse dos piezas, se establece una nueva región, la cual es considerada como una nueva pieza para su posterior acople con otra de las candidatas a conformar su vecindad. En la figura 5 se muestra un ejemplo tomando una pieza a la cual se le desea acoplar dos candidatas, primero se le adiciona la que mayor perímetro de coincidencia posea, luego a la nueva frontera surgida por la unión de ambas, se le acopla la segunda candidata. De esta manera, si así se requiere, se pudieran adicionar, nuevas piezas candidatas, una a una, según el principio del máximo perímetro, a la región establecida por la adición de las anteriores, hasta obtener el conglomerado final.

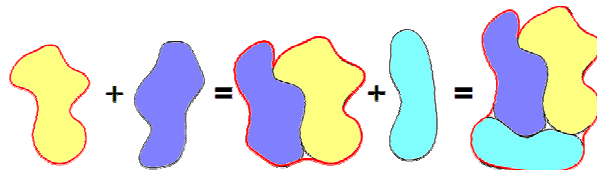


Figura 5. Proceso de formación de conglomerados por el indicador del máximo perímetro de coincidencia.

Evaluación del acople entre dos piezas por los indicadores de calidad geométrica: Durante la generación de opciones de posicionamiento entre pieza-pieza y pieza-chapa es necesario establecer cual de las posibles opciones es la de mejor compromiso con el aprovechamiento de material sin la presencia de solapamientos, para ello se establecen dos indicadores que determinan esta selección:

Máximo perímetro de coincidencia: Este indicador toma en consideración las diferentes regiones de los contornos que se superponen o coinciden en un acoplamiento. La sumatoria de las longitudes de estas, definen un por ciento del representado por la suma de los perímetros de los contornos. Este indicador refleja proporcionalmente la calidad del acople (figura 6) y se calcula de la forma siguiente:

$$y_1 = \frac{\sum L_{cab}}{(P_a + P_b)} \quad (1)$$

Donde:

L_{cab} : Longitud del sector de coincidencia entre los contornos A-B.

P_a : Perímetro del contorno A.

P_b : Perímetro del contorno B.

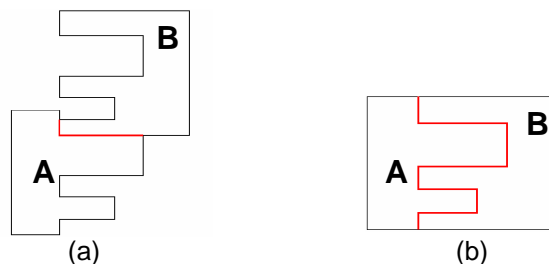


Figura 6. Variantes de posicionamiento entre dos piezas. (a) Baja calidad del acople. (b) Buena calidad del acople.

Mínimo polígono contenedor: Disponer de un polígono que contenga un objeto es útil en varias situaciones, como en el tratamiento de imágenes, en problemas de empaquetamiento o en la planificación de trayectorias. Para la determinación del polígono de control mínimo contenedor existen diferentes métodos y planteamientos los cuales solucionan la tarea en mejor o peor medida, atendiendo al número de iteraciones exigidas, lo que influye directamente en el tiempo y recurso necesario para determinar la solución.

La determinación del polígono mínimo contenedor toma en consideración el carácter geométrico deseable del acople, (rectangular o similar al perfil de la chapa), propiciando la selección de opciones que reflejen la mejor aproximación a la configuración geométrica deseada. Este indicador, al igual que el anterior, refleja la calidad del acople y se calcula de la forma siguiente:

$$y_2 = A_{ac} / A_{mr} \quad (2)$$

Donde:

A_{ac} : Área de la región conformada en el acople.

A_{mr} : Área del polígono de control mínimo que contiene la región conformada en el acople.

La determinación del polígono de control mínimo que contiene a la región conformada en el acople, se realiza por el método de "calibres giratorios" propuesto por TOUSSAINT. G: en el año 1983 y luego enriquecido y modificado por WELZL. E en el año 1991.

La función de compromiso entre y_1 y y_2 para la construcción de conglomerados de piezas se define como el mínimo de la distancia de Tchebycheff [6] desde los valores ideales de los indicadores de eficiencia de la distribución a sus valores reales, es decir,

$$\text{Minimizar } : Z_1(u) = \max\{\lambda(1-y_1), (1-\lambda)(1-y_2)\}, \quad (3)$$

Donde:

λ : Coeficiente de peso que determina la influencia del indicador y_1 en la selección de las opciones de acople entre piezas.

La función objetivo (3) presupone la minimización de la máxima diferencia del valor ideal de cada uno de los indicadores utilizados con respecto a los realmente alcanzados en el proceso de búsqueda, lo que asegura la generación de soluciones en las proximidades de la región de soluciones eficientes. Al inicio de la búsqueda adquiere su máxima importancia el indicador y_1 , pues la irregularidad de la configuración de las piezas individuales siempre puede, en principio, ser mejorada durante su incorporación a los conglomerados. Según crecen los conglomerados su aproximación a figuras rectangulares adquiere cada vez mayor importancia, pues se tienen que ir ajustando a la configuración real de las chapas.

Por las razones expuestas se establece el valor de λ por la expresión

$$\lambda = \frac{\text{Area Conglomerado}}{\text{Area Chapa}} \quad (4)$$

5. Posicionamiento de las piezas en la chapa.

La búsqueda de variantes de posicionamiento de las diferentes piezas en la chapa consiste en minimizar (3) asegurando un conjunto de restricciones $h(x)$, asociadas a las dimensiones de la chapa y la tecnología de corte a emplear, las que se toman en consideración mediante la verificación del comportamiento de los conglomerados según su formación, es decir, tienen un carácter algorítmico y se representan simbólicamente por la expresión $h(x) \geq 0$.

La representación matemática de las diferentes piezas puede ser realizada gráficamente, con la asociación de un código a cada una de ellas, por lo que la solución del problema de optimización estudiado no puede ser

$$\text{Minimizar } Z_1(u) = \{ \max[\lambda_1(1-y_1), (1-\lambda)(1-y_2)] / h(x) \geq 0 \}, \quad (5)$$

realizada, por razones conceptuales, mediante los métodos clásicos de optimización sino por métodos heurísticos y, mas específicamente, por métodos que permitan hacer evolucionar poblaciones de códigos. En la bibliografía consultada el método seleccionado, por ser concebido especialmente para hacer evolucionar poblaciones de códigos de solución, es el método de Integración de Variables [7], incluidos en este concepto de método, entre otros, los Algoritmos Genéticos. Fueron estudiados varios algoritmos que utilizan el concepto de evolución de poblaciones de códigos de solución, adoptando, finalmente, una combinación de los Algoritmos de Localización Aleatoria del Extremo de una Función de un Código Variable y el de Exploración Aleatoria del Extremo de una Función de un Código Variable [7], la que se expone a continuación, aplicada a la tarea estudiada.

Para todo el intervalo de variación del código de solución (números consecutivos de las piezas), se generan dos pares de códigos aleatorios uniformemente distribuidos por cada una de dos posibles piezas que pudieran crear un conglomerado. De este modo se obtienen los cuatro posibles mejores conglomerados, para los cuales se calcula la función (3) y se elige el conglomerado con menor valor de esta función. Si la

población de conglomerados es aún inferior a un número preestablecido, los conglomerados recién formados pasan a engrosar la población ordenada, de acuerdo al valor de la función (3) mientras la población esté incompleta.

Al completarse la población, un conglomerado generado cualquiera, pasa a formar parte de ella solo en el caso que el valor de (3) sea menor al conglomerado con mayor valor de esta función en la población. Se elimina aquel subintervalo del código variable que no contiene el código de la pieza correspondiente al conglomerado con menor valor de (3), entre los cuatro generados, para ambos códigos. Este proceso se ilustra en la figura 9. En caso que el intervalo del código correspondiente sea menor o igual a dos se abre totalmente ese intervalo a su valor máximo. Este proceso se repite mientras no transcurra un número predeterminado de iteraciones sin que se actualice la población de códigos. Hasta aquí se utiliza el Algoritmo de Exploración Aleatoria del Extremo de una Función de un Código Variable.

Una vez completada una población de conglomerados de pares de piezas, se procede a formar poblaciones de conglomerados crecientes de piezas, hasta la inclusión de todas las piezas programadas en la chapa preseleccionada o bien completar la chapa sin que se haga posible satisfacer plenamente el lote de producción. En ese caso, el algoritmo se repite para una nueva chapa con las piezas faltantes del lote.

La adición de nuevas piezas a la población de conglomerados se realiza de acuerdo al Algoritmo de Localización Aleatoria del Extremo de una Función de un Código Variable. Al conglomerado de la población que posea el menor valor de (3) se le adiciona una pieza a partir de la generación de un código correspondiente a una de las piezas no incluidas en ese conglomerado según se ilustra en la figura 7. Los conglomerados que incluyen una nueva pieza pasan a engrosar la población correspondiente solo en el caso que la población no se haya completado o bien, el valor de (3) para ese conglomerado sea menor al correspondiente valor de la peor solución de la población. Se elimina el intervalo de códigos que no contiene la mejor entre ambas soluciones generadas. Si la longitud de variación del código se hace menor o igual a dos, se abre nuevamente el intervalo a sus valores límites originales.

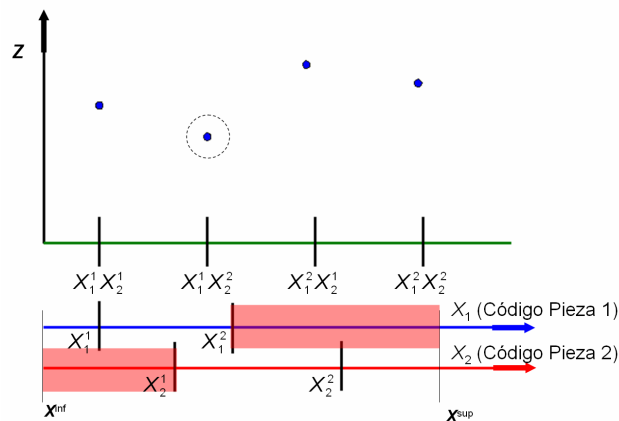


Figura 7. Exploración de códigos para el acople de parejas de piezas.

El proceso concluye cuando ha transcurrido una cantidad de iteraciones predeterminadas sin que ocurra alguna mejora en la población. Al generar un nuevo conglomerado mediante la adición de una pieza se verifican las restricciones de posicionamiento mencionadas anteriormente.

En el caso que no se cumplan todas ellas, se considera el valor de la función objetivo igual a infinito y por lo tanto esa pieza no se puede acoplar al conglomerado. Concluido el proceso de creación del conglomerado se pasa a la inserción del mismo en la chapa mediante el procedimiento descrito. Si al acoplar el conglomerado en la chapa aun quedan piezas por distribuir y zonas disponibles en la chapa para su colocación, estas o estas regiones de la chapa se asumirán para su tratamiento como nuevas chapas, a las cuales se les aplicará el mismo procedimiento con las piezas pendientes a ubicar.

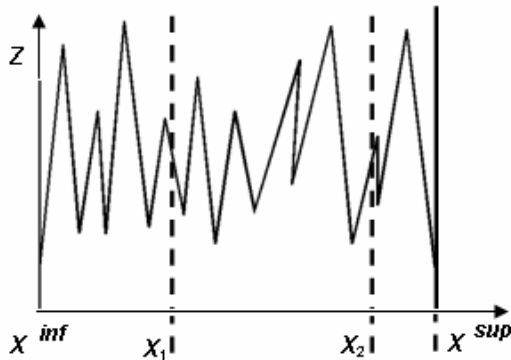


Figura 8. Localización aleatoria en un intervalo de búsqueda.

En la figura 9 se muestra la realización algorítmica completa del procedimiento expuesto. Al recibir de manera directiva del sistema de dirección de la producción CAP, un lote de piezas y las chapas designadas para su ubicación, se genera la población inicial de conglomerados de pares de piezas, esto a través del algoritmo de Exploración Aleatoria del Extremo de una Función de un Código Variable, hasta completar dicha población con las opciones más prometedoras. Esta población al completarse se podrá actualizar reemplazando los peores miembros de la misma con nuevos miembros de mejor compromiso luego de un número k de iteraciones predefinidas.

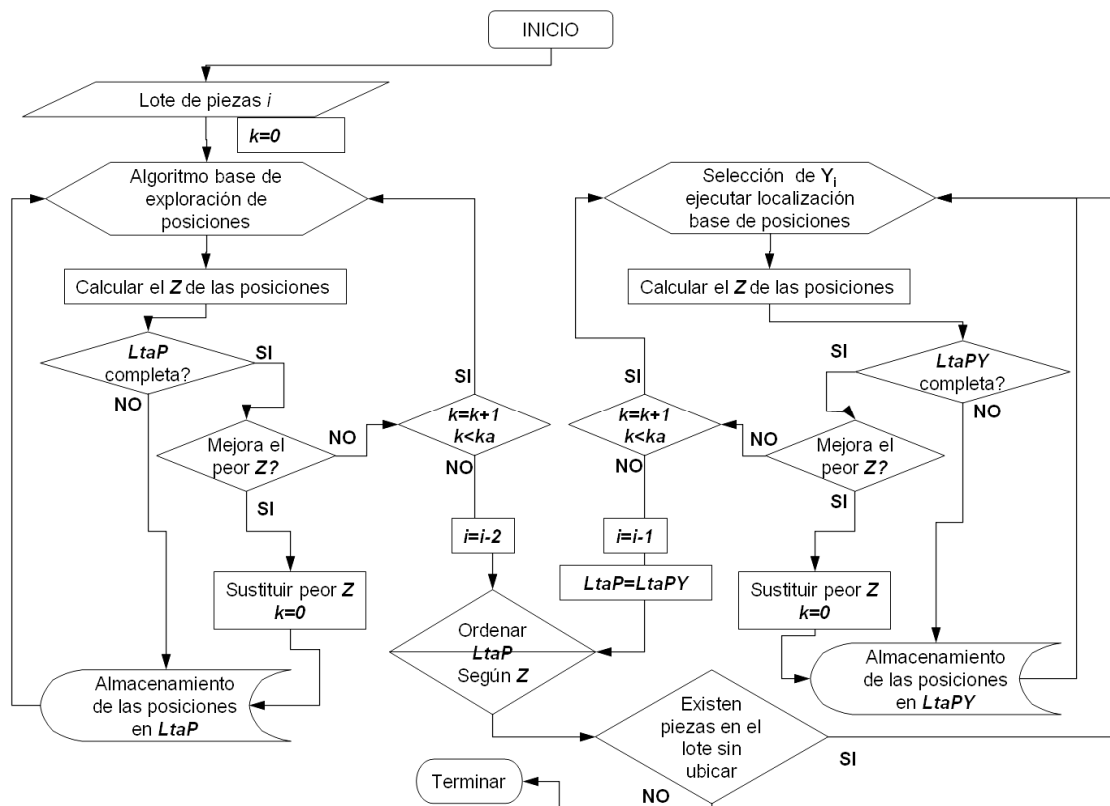


Figura 9. Algoritmo general para la distribución de piezas en superficies planas.

A partir de la población inicial de conglomerados ordenada según el valor de (3), se comprueba la existencia de piezas pendientes por ubicar. En caso de no existir, se someterán a ubicación los conglomerados ya formados en la chapa, seleccionando como mejores soluciones aquellas que mejor valor de (5) posean.

Si existen piezas pendientes a ubicar, se procede al incremento de los conglomerados, con la adición de nuevas piezas, las cuales se consideran a partir del algoritmo de Localización Aleatoria del Extremo de una Función de un Código Variable [7]. De esta manera se establece la población de nuevos conglomerados

hasta completar su tamaño establecido, esta población de igual manera se actualiza con nuevos miembros de mejor valor de (5) luego de un número k de iteraciones predefinidas.

En el caso de existir piezas por ubicar y la población de conglomerados no pueda crecer o mejorar con las mismas, se procede a la ubicación de los conglomerados en la chapa y, a partir de las mejores opciones de colocación, se tomaran las regiones de las chapas disponibles a ubicaciones para la inserción de las piezas pendientes, repitiendo el mismo procedimiento para estas en las regiones definidas. Caso contrario, es decir, luego culminar la formación de conglomerados y no queden piezas pendientes a ubicación, solo resta ubicar las diferentes opciones y seleccionar como mejores soluciones las de mejor valor de (5).

De esta manera, al disponer de las diferentes opciones de distribución de las piezas en la chapa, ordenadas según el compromiso con los indicadores, constituyen la población inicial para la generación de las mejores opciones de trayectoria de corte. De tal forma, los criterios para la toma de decisiones que permiten la elaboración de la tecnología de fabricación definitiva se complementan armónicamente entre sí, pasando poco a poco la prioridad del máximo perímetro común al rectángulo mínimo que inscribe al conglomerado.


























6. Resultados obtenidos.

El esquema de solución propuesto ha sido implementado en una herramienta computacional, la cual se desarrolló en lenguaje AutoLISP, para su funcionamiento bajo la plataforma de AutoCAD. Esta herramienta computacional se ha denominado DIPRONEST.

El método VFSRA (*Very Fast Simulated Re-annealing Algorithm*), propuesto por Yuping, Shouwei y Chunli en el año 2003 [11], es considerado como uno de los enfoques de mejores resultados durante la generación de distribuciones de piezas irregulares en superficies planas. Es por esta razón que el VFSRA se adopta como sistema de referencia para la comparación de resultados en el presente artículo.

Para la comparación, se establecieron cinco lotes de piezas. Cada uno de ellos cuenta con 140 piezas de contorno irregular (Tabla 1) y se establece una chapa rectangular de 2x1m como material base para las correspondientes distribuciones por cada lote.

Tabla No. 1. Lotes de piezas para la distribución según VFSRA y DIPRONEST.

Nº Lote	Piezas por Lote				
1					
Repeticiones	40	20	10	50	20
2					
Repeticiones	30	20	40	40	10
3					
Repeticiones	20	20	45	35	20
4					
Repeticiones	10	25	30	45	30
5					
Repeticiones	27	13	10	10	80

Los cinco lotes de piezas fueron distribuidos según VFSRA y DIPRONEST. Las diferentes distribuciones generadas por cada método, para cada uno de los lotes, fueron comparadas según el aprovechamiento de material y el tiempo de generación de soluciones. En la tabla 2, se resumen los datos obtenidos para cada una de las evaluaciones realizadas.

Tabla No. 2. Resultados VFSRA vs DIPRONEST.

Comparación de resultados de distribución				
Lotes	VFSRA		DIPRONEST	
	Ap (%)	Tiempo(min)	Ap (%)	Tiempo(min)
1	71,8	21:10	76,8	7:10
2	78,0	44:09	82,7	12:03
3	82,3	23:11	85,5	6:11
4	71,2	31:44	77,4	7:44
5	81,5	28:23	82,25	9:23
PROMEDIO	75,5	29:24	80,93	8:44

Durante la comparación con el VFSRA, los resultados alcanzados por DIPRONEST superan los valores de aprovechamiento del material para cada uno de los lotes en estudio. Como promedio se logra establecer un aumento de un 5,43% para este indicador, lo cual representa un aporte significativo al considerar que ambos procedimientos evalúan el contorno real de la pieza. En la figura 10 se representan gráficamente los resultados de aprovechamiento de material recogidos en la tabla 2.

En procesos con reducidos plazos de entrega del producto, el tiempo de generación de soluciones se convierte en un aspecto de especial interés. Como promedio DIPRONEST logra mejorar el tiempo de entrega de soluciones respecto al procedimiento VFSRA en unos 20 minutos aproximadamente. Resultado que avala, junto con los obtenidos para el aprovechamiento de material, la efectividad del procedimiento propuesto durante la generación de soluciones a la tarea en estudio. En la figura 11 se representan gráficamente los valores del tiempo de generación referenciados en la tabla 2.

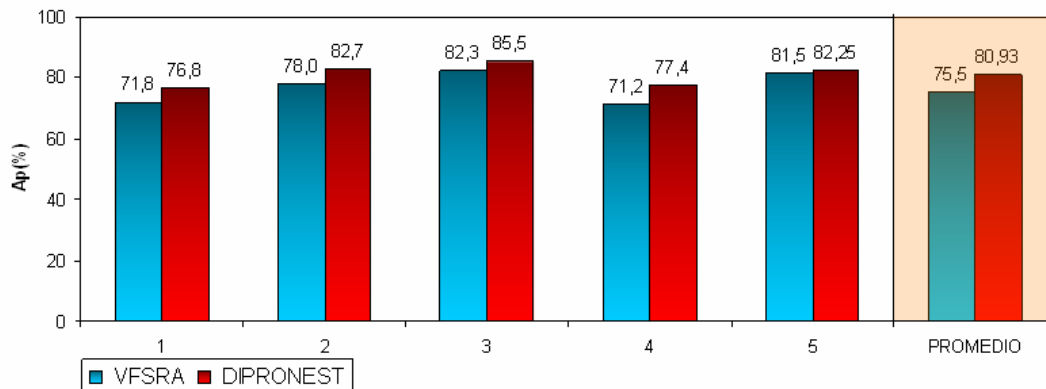


Figura 10. Gráfico comparativo de aprovechamiento de material entre VFSRA y DIPRONEST.

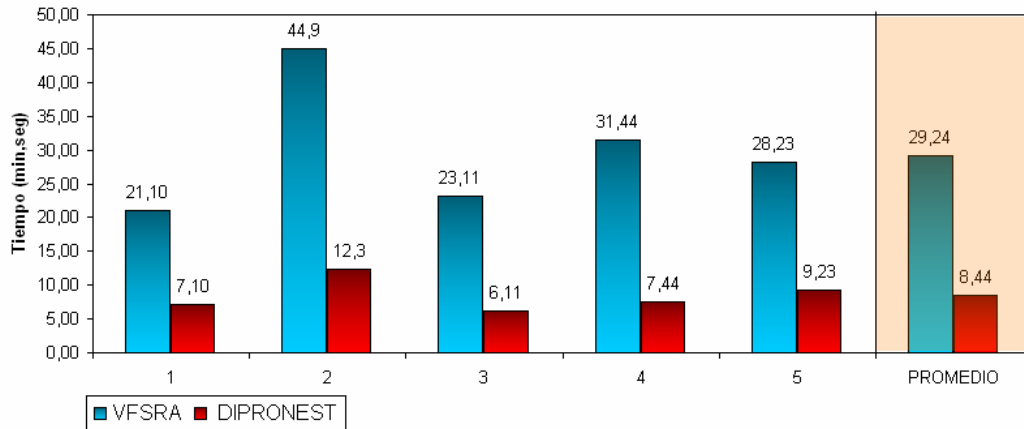


Figura 11. Gráfico comparativo del tiempo de generación de soluciones entre VFSRA y DIPRONEST.

Los resultados de las comparaciones realizadas, ilustran un desempeño superior del procedimiento propuesto para la distribución de piezas irregulares. Lo cual adquiere mayor relevancia en la medida que aumenta la complejidad de la tarea a resolver. El método propuesto en el presente artículo, se encuentra en etapa de desarrollo. Los resultados de su operación en una zona industrial, le conceden el reconocimiento de especialistas y directivos de la industria.

7. Conclusiones.

- Entre los esquemas de solución del problema de la distribución de piezas en superficies planas, aquellos que consideran la geometría real o las más próximas a ellas son, en principio, capaces de generar conjuntos de soluciones con mejor aprovechamiento del material a los que no se basan en este principio.
- Los procedimientos elaborados de tratamiento gráfico de las superficies planas propician el reconocimiento y evaluación de manera rápida y eficiente de las posibles alternativas de acoplamiento entre de piezas.
- La optimización de la distribución de la población mediante la creación de poblaciones de conglomerados crecientes de piezas constituye un enfoque novedoso y efectivo para la generación de soluciones al problema del anidamiento bidimensional de piezas irregulares en superficies planas.
- En la etapa inicial de generación de soluciones el criterio de perímetro de coincidencia entre piezas adquiere mayor importancia que el del aprovechamiento del área en el polígono mínimo contenedor. A medida que el conglomerado crece, el aprovechamiento del área en el polígono mínimo contenedor adquiere creciente significación.
- El procedimiento algorítmico de optimización del modelo de Tchebycheff propuesto permite obtener soluciones satisfactorias en intervalos de tiempo, adecuados a los requerimientos del ritmo del proceso productivo.
- Las variantes de solución obtenidas, permiten al tecnólogo considerar su sistema de preferencias, el cual incluye factores cuantificables y no cuantificables, de esta manera se establece la selección de la variante definitiva para la fabricación.
- La comparación de los resultados alcanzados con los obtenidos por otros autores, demuestran la efectividad y desempeño del método propuesto en la solución de la tarea estudiada.

8. Referencias.

1. **ADAMOWICZ, M.** y **ALBANO, A.** "Nesting two dimensional shapes in rectangular modules". *Computer Aided Design* 1976. vol. 8, nº 1, p. 27–33.
2. **AGARWAL, P. K.; FLATO, E., et al.** "Polygon decomposition for efficient construction of Minkowski sums". *Computational Geometry Theory and Applications*. 2002. vol. 21, p. 39–61.
3. **AMENTA, N.** Computational geometry software En *Handbook of Discrete and Computational Geometry*. Boca Raton: Goodman, J.E., O'Rourke, J. (Eds.), CRC Press LLC, 1997, cap. 52, p. 951–960.
4. **GOMES, A. M.** y **FERNANDO OLIVEIRA, J.** A GRASP Approach to the Nesting Problem. En *4th Metaheuristics International Conference MIC'2001*. 2001.

5. **ART, R. C.** *An approach to the two dimensional irregular cutting stock problem.* IBM Cambridge Scientific Centre. 1966
6. **ARZOLA J.** *Sistemas de Ingeniería.* La Habana: Editorial Félix Varela, 2000. p.
7. **ARZOLA J.; R. SIMEÓN, et al.** El método de Integración de Variables. En *III Seminario Intensive Workshop on Optimal Design of Materials and Structures. Paris. 2003.*
8. **BURKE E.K.; HELLIER R.S.R., et al.** "Complete and robust no-fit polygon generation for the irregular stock cutting problem". *European Journal of Operational Research.* 2007. vol. 179, p. 27–49.
9. **GOMES, A. M. y OLIVEIRA, J. F.** "A 2-exchange heuristic for nesting problems". *European Journal of Operational Research.* 2002. vol. 141, p. 359–370.
10. **LIU HU-YAO y HE YUAN-JUN.** "Algorithm for 2D irregular-shaped nesting problem based on the NFP algorithm and lowest-gravity-center principle". *Journal of Zhejiang University SCIENCE.* 2005, ISSN 1009 3095 (Print), ISSN 1862 1775.
11. **YUPING, J. y SHOUWEI, Z. C.** "A very fast simulated re-annealing algorithm for the leather nesting problem". *Int J Adv Manuf Technol.* 2005. p. 1113–1118.

A.M. Lastres - Aleaga¹, J. Arzola - Ruiz², A. Cordovés - García³.

1. Centro de Estudios CAD/CAM, Facultad de Ingeniería, Universidad de Holguín, CP 8100, Cuba.

Email: michel@cadcam.uho.edu.cu

2. Dpto. de Matemática, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" – CUJAE

Calle 114 #11901 e/119 y 127. Marianao. La Habana. CP 19390. Cuba.

Email: jarazola@ceter.cujae.edu.cu

3. Centro de Estudios CAD/CAM, Facultad de Ingeniería, Universidad de Holguín, CP 8100, Cuba.

Email: cordoves@cadcam.uho.edu.cu