

## El modelado de una grieta de fatiga en una estructura plana y su detección mediante la transformada wavelet

Daniel José Isernia-Trebols, Jorge Rodríguez-Matienzo

Recibido el 24 de junio de 2010; aceptado el 28 de octubre de 2010

### Resumen

Se presenta el Análisis Modal realizado a varios Modelos de Elementos Finitos de una armadura plana con el objeto de detectar la presencia de una grieta transversal en uno de sus elementos a partir del análisis de los desplazamientos nodales del primer modo a flexión por medio de la transformada de Wavelet. La grieta es representada por una zona de rigidez reducida calculada por un proceso similar al desarrollado por *Bovsunovsky y Matveev* para una viga en voladizo en base a criterios de la energía de deformación en la punta de la grieta. Se probaron varias funciones *mother wavelet* para encontrar la mas adecuada para detectar discontinuidades producto de la grieta. Los resultados teóricos muestran que es posible detectar una grieta transversal parcial en una armadura plana con la transformada wavelet.

**Palabras claves:** pórticos planos, grietas, análisis modal, transformada wavelet.

### Fatigue crack modeling in a planar truss and its detection using the wavelet transform.

#### Abstract

The results of a modal analysis performed in several finite elements models of a planar truss with and without a partial crack, and crack detection by the wavelet transform of nodal displacements in the first mode are shown. The crack is represented by a zone with reduced bending stiffness, following the idea developed by A P. Bovsunovsky and V. V. Matveev for a cantilever beam, using the concept of strain energy in the crack tip. Several mother wavelet were used in order to find the most appropriated for the detection of discontinuities produced by the crack, and its usefulness in crack detection is probed.

**Key words:** planar truss, crack detection, modal analysis, wavelet transform.

## Introducción

La grieta es un daño que ocurre frecuentemente en elementos estructurales y si no se detecta a tiempo, puede causar serias fallas en la estructura. Es difícil reconocer una grieta con técnicas de inspección visual, por lo que se recurre a técnicas de ensayos no destructivos (NDT), tales como: Rayos X, líquidos penetrantes, corrientes de *Eddy*, etc. En los últimos 30 años se ha intentado desarrollar técnicas más efectivas de diagnóstico de fallas estructurales. De estas técnicas, la más prometedora ha sido el Análisis Modal, el cual se basa en estudio de la frecuencia natural, modos de vibración natural y otros parámetros del sistema. El método se basa en el hecho de que el defecto reduce la rigidez y afecta imperceptiblemente a la masa, lo que a su vez, aumenta la flexibilidad del sistema. Esto hace que varíe la frecuencia natural y también cambien los desplazamientos de cada punto de la pieza en estudio.

En la década de los 70 se comenzó a estudiar la posibilidad de usar el Análisis Modal como técnica de detección de fallas en componentes mecánicos, de estructuras, especialmente en plataformas petroleras costa afuera, en las cuales las técnicas de ensayos no destructivos convencionales resultan engorrosas [19, 22]. La mayoría de los trabajos de detección de grietas por Análisis Modal han estado orientados al estudio de elementos simples como vigas, y pocos a sistemas algo más complejos como pórticos o estructuras. Entre estos se pueden citar: [1, 18].

La contribución inicial de estos estudios es desarrollar un diagnóstico preliminar de la estructura para luego caracterizar las grietas con técnicas convencionales de ensayos no destructivos. Sin embargo, los resultados no han sido los mejores en todos los casos por un conjunto de factores que van desde poca sensibilidad, influencias ambientales hasta dificultades prácticas de las mediciones [18].

Los trabajos de investigación en su mayoría han sido enfocados al análisis de modelos de vigas [13, 3]. Por ser la viga un elemento estructural de relativa sencillez, muchos de ellos han logrado detectar grietas con soluciones analíticas. Los resultados obtenidos lo comparan con modelos de elementos finitos y/o resultados experimentales.

Grietas pequeñas (grietas por fatiga) en estructuras relativamente complejas, tienden a producir pocos cambios en las frecuencias de resonancia que caen dentro del margen de error del Análisis modal experimental [5], razón por la cual muchos investigadores plantean la potencialidad de la transformada de Wavelet para detectar a partir del análisis de los desplazamientos nodales la grietas en estos casos [18, 13, 21].

En la mayoría de los modelos analíticos se trabaja con grietas abiertas (*saw cut*) las cuales son simuladas por un resorte de torsión. Las grietas de fatiga o cerradas (*breathing crack*) son más difíciles de simular pero se acercan más a la realidad.

Los modelos analíticos de grieta abierta no sirven para predecir el comportamiento dinámico de una grieta por fatiga. Los cambios en la frecuencia natural para una grieta de fatiga son muchos más pequeños que los causados en una grieta abierta [2, 3]. En este sentido, en [8] se confirmó experimentalmente que la medida de la profundidad de un espécimen con grieta por fatiga es mucho menor que la predicha teóricamente en una viga de grieta abierta.

## Desarrollo

Un aspecto importante a resolver es el modelado de la grieta. Se han propuesto diferentes modelos, entre las cuales se pueden citar las de [17], donde se presenta un modelo matemático de una viga en voladizo con dos grietas abiertas. En este caso cada grieta es simulada por un resorte a torsión, donde la rigidez del resorte depende del tamaño de la misma. En [16] usaron una viga en voladizo escalonada, con una grieta abierta en el primer peldaño.

En [19] basado en la viga de [17], se analizan y comparan diferentes criterios de exactitud modal: el Criterio de Cawley-Adams [1]; el criterio de exactitud de localización del daño (DLAC) [15]; el criterio de exactitud modal (MAC) [12]; y el criterio de exactitud modal coordinado (COMAC).

En todos los casos se modelan grietas abiertas, el análisis modal refleja ligeros cambios en la frecuencia natural, todos los métodos de análisis usados son en general algo engorrosos, y es poco probable su uso práctico.

En [13] analizan el algoritmo empleado en la detección y caracterización de grietas en una viga en voladizo, incluyendo grietas cerradas. El procedimiento es complicado y no propicia el uso de técnicas de modelado mas asequibles como el MEF.

Un trabajo muy interesante es *Bovsunovsky y Matveev* [2]. En este, estudiaron una grieta cerrada en una viga en voladizo de sección constante, figura 1. Los autores proponen una zona de inercia reducida en ambos lados la grieta de extensión  $d$  en función la profundidad relativa de la misma  $\gamma=a/h$ , la cual es el equivalente a la grieta por fatiga.

$$d = \frac{0,3675h(1-\gamma)}{1-(1-\gamma)^3} \left[ (1-\gamma)^6 - 3(1-\gamma)^2 + 2 \right] \quad (1)$$

Para ello combinaron la ecuación de vibración de una viga flexionada con ecuaciones de energía de deformación en la punta de la grieta. Los resultados analíticos del modelo se comparan con los arrojados por experimentos, con buenos resultados. Este método facilita el uso de modelos más cercanos a la práctica de ingeniería, como los de elementos finitos. El modelo de [2] fue reproducido con EF en [21]. Aquí se verifican los datos experimentales mediante un modelo de la viga como sólido continuo por elementos finitos, aplicando la transformada de Wavelet en el análisis de los resultados.

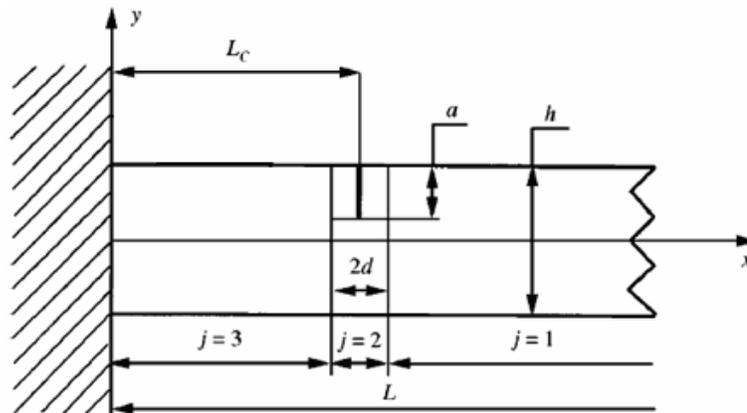


Figura 1. Geometría de la viga en voladizo del modelo de [2]

## Modelado de la grieta

### Determinación del momento de inercia del perfil agrietado

La estructura analizada se encuentra en el laboratorio de Mecánica Aplicada de la CUJAE. Está fabricada a partir de perfiles de acero tipo canal unidos mediante soldadura, Figura .



Figura 2. Estructura analizada

El perfil tiene la sección transversal siguiente:

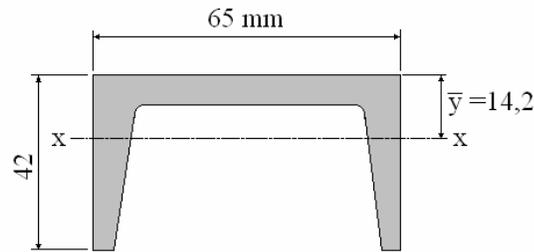


Figura 3. Sección transversal del perfil

$$h = 42 \text{ mm} \quad b = 65 \text{ mm} \quad \bar{y} = 14,2 \text{ mm} \quad A = 903 \text{ mm}^2 \quad I_{nc} = 14,1 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

Se denomina  $I_{nc}$  al momento de inercia del perfil sin grieta. Se plantea la existencia de una grieta transversal parcial en la cara superior o alma del perfil. La geometría de la grieta será:



Figura 4. Esquema de la grieta

Donde:  $a$  profundidad de la grieta  
 $xx$  línea neutra de la sección

El momento de inercia de la grieta es:

$$I_1 = \frac{b \cdot a^3}{12} \quad (2)$$

$$I_{1-xx} = I_1 + b \cdot a \left( \bar{y} - \frac{a}{2} \right)^2 \quad (3)$$

$$I_{1-xx} = 21,666 a^3 - 923 a^2 + 13106,6 a \quad (4)$$

El momento de inercia de la sección agrietada  $I_c$  será:

$$I_c = I_{xx} - I_{1-xx} \quad (5)$$

Despreciando la distancia  $d_y$  que separa los ejes centroidales de ambos perfiles, queda finalmente:

$$I_c = 141000 - 21,666 a^3 + 923 a^2 - 13106,6 a \quad (6)$$

Para determinar la extensión  $d$  de la zona del perfil donde se reduce el momento de inercia al valor  $I_c$ , (7) se plantea que la disminución de la energía potencial de la deformación en dicha zona  $\Delta U_1$  es igual a la producida por la presencia de la grieta  $\Delta U_2$ , [2].

$$\Delta U_1 = \frac{M^2 d}{E} \left( \frac{1}{I_c} - \frac{1}{I_{nc}} \right) \quad (7)$$

$$\Delta U_2 = \frac{4,41 M^2}{E \cdot b \cdot h^2} (1 - \gamma)^{-2} \left[ (1 - \gamma)^6 - 3(1 - \gamma)^2 + 2 \right] \quad (8)$$

$$d = \frac{4,41}{b h^2} \left( \frac{I_{nc} \cdot I_c}{I_{nc} - I_c} \right) (1 - \gamma)^{-2} \left[ (1 - \gamma)^6 - 3(1 - \gamma)^2 + 2 \right] \quad (9)$$

Para una profundidad  $a=4$  mm,  $\gamma=0,0952$ ,  $d$  resulta ser 1,6 mm y  $2d = 3,2$  mm

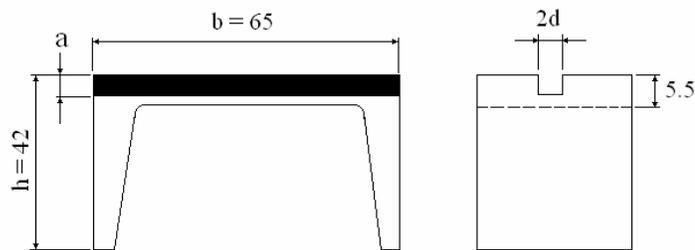


Figura 5. Representación de la grieta

Se construirá un modelo de la estructura con uno de sus tramos agrietado, empleando elementos sólidos. En un modelo de este tipo es a veces más conveniente mantener la geometría de los elementos y variar sus propiedades mecánicas para obtener desempeños semejantes. Se decide en este caso disminuir el módulo de elasticidad del material en la zona de  $2d$  a un valor tal que las deformaciones a la flexión sean iguales a las que se tendrían con la disminución de la inercia del perfil.

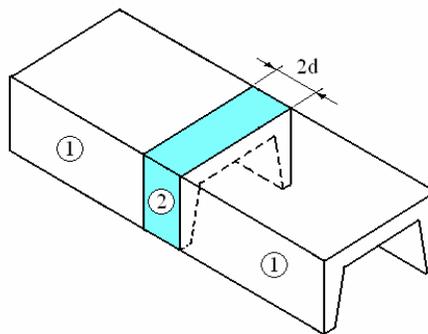


Figura 6. Modelo del perfil simulando la grieta

Es sabido que la rigidez de un elemento sometido a flexión pura se expresa como  $K=EI$ . El módulo de rigidez de la sección 1 es:

$$K_{nc} = E_{nc} \cdot I_{nc}$$

Se considera que los perfiles de la cercha son fabricados en acero AISI 1020 con un módulo elástico de 210 GPa. Entonces para esta sección  $K_{nc}$  es 29610 Nm<sup>2</sup>. Para la sección 2, se obtiene  $K_c$  21410 Nm<sup>2</sup>. para lograr esa misma rigidez manteniendo la geometría original hay que disminuir el módulo elástico al valor  $E_c=151,8$  GPa

Con estos valores se construye el modelo de la estructura usando *SolidWork* 2006

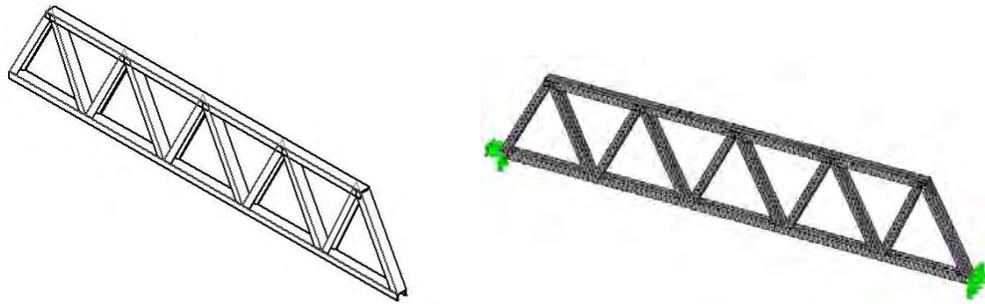


Figura 7. Modelo en SW de la estructura sin grieta.

Para simular la grieta se introduce un segmento en el lugar de la misma con diferentes propiedades mecánicas, tal como se muestra:

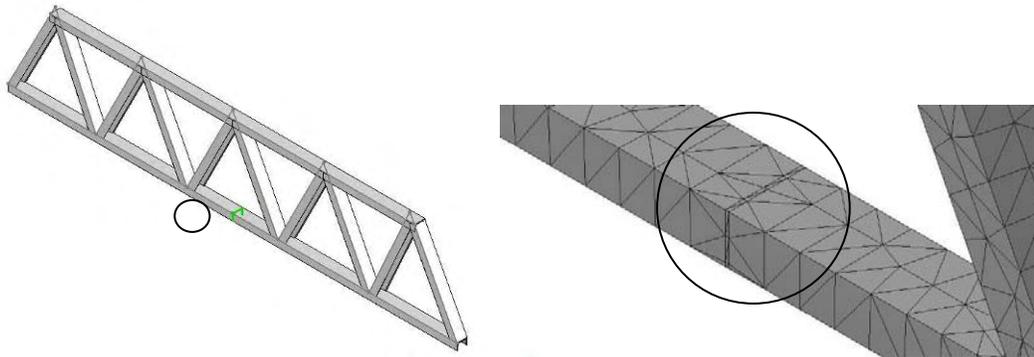


Figura 8. Modelo de la estructura con la grieta

Ambos modelos son mallados usando *CosmosWork*, y se le colocan las restricciones correspondientes, figura 7 y figura 8. Se realiza el análisis modal para los primeros modos de vibración y se obtienen las frecuencias naturales y los modos de vibración. Los resultados comparativos de las frecuencias naturales están en la tabla 1 y los modos se ven en la figura 9.

Tabla 1 Resultados del análisis modal

Modos	Modelo Sin Grieta [Hz]	Modelo Grieta centrada [Hz]
1	31,52	31,531
2	60,11	60,106
3	84,185	84,178
4	136,23	136,29
5	155,95	156,03
6	168,88	169,14

Se observa la insignificante variación en el valor de la frecuencia natural para ambos casos, incluso cuando aumenta el orden del modo.

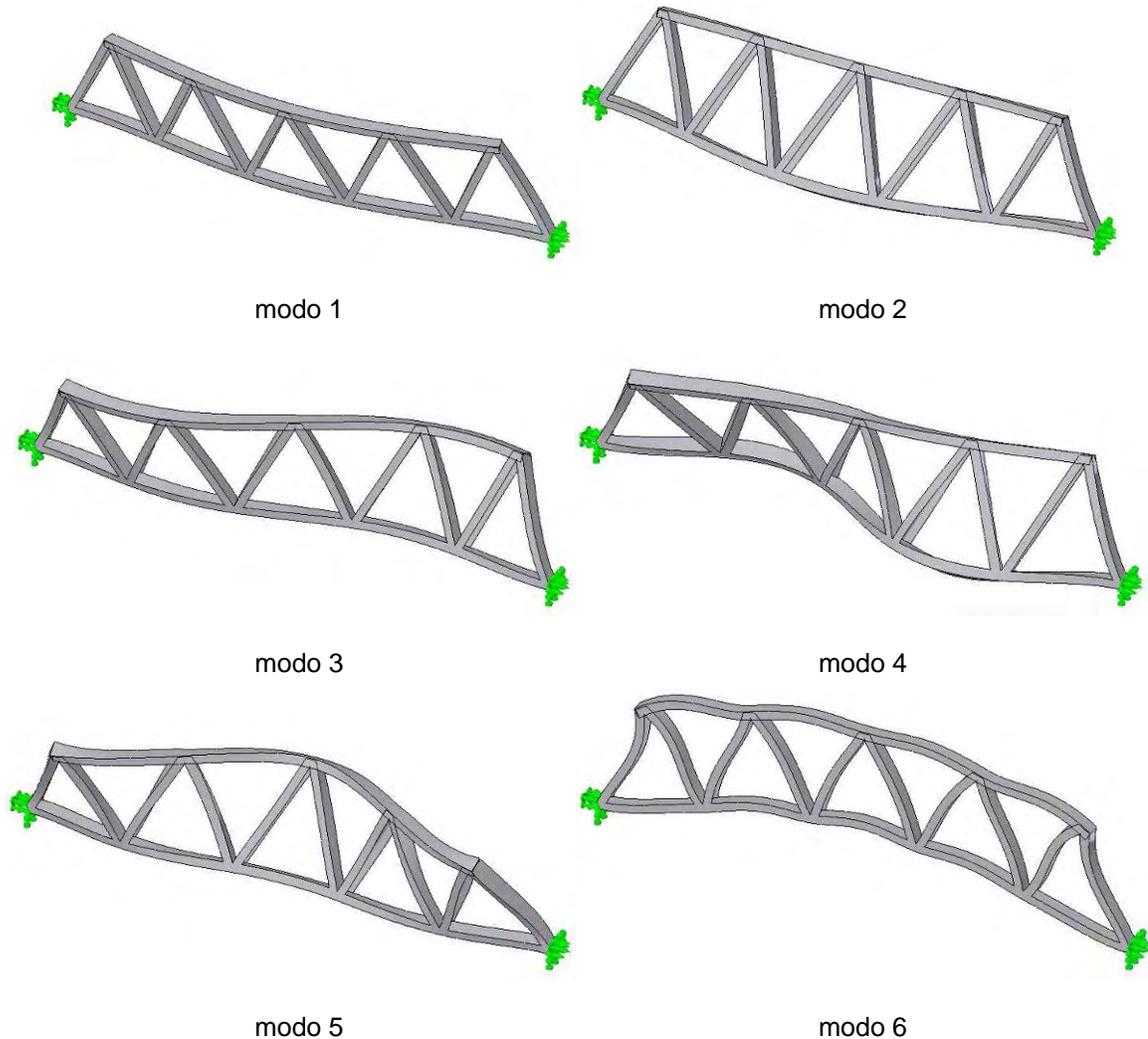


Figura 9. Modos de vibración del 1ro al 6to

En el sexto modo se observa la flexión en el plano vertical de toda la estructura y es sin duda el más atractivo para una comprobación experimental, suponiendo que se midan los desplazamientos en el plano vertical. En este modo la viga trabaja a flexión pura. La forma de los modos no varía con la introducción de la grieta de forma apreciable.

### La Transformada Wavelet

Diversos autores plantean el uso de la transformada wavelet para la detección de pequeñas discontinuidades en señales de diferentes tipos. En particular se ha referido su empleo en el análisis de los desplazamientos en vigas con grietas, en su inmensa mayoría del tipo *saw cut* o abiertas [5, 18, 21, 14, 4, 9].

La idea es detectar las discontinuidades que produce la grieta en los desplazamientos de la estructura, que deben seguir una función continua. Las señales en todos los modelos están constituidas por los desplazamientos verticales de los nodos ubicados en la arista inferior frontal de la viga de apoyo. Se procesarán dos señales; una correspondiente a los desplazamientos verticales de los nodos comprendidos entre A y K, 98 valores en total, sin la grieta y otra de los mismos desplazamientos con la grieta, figura 10.

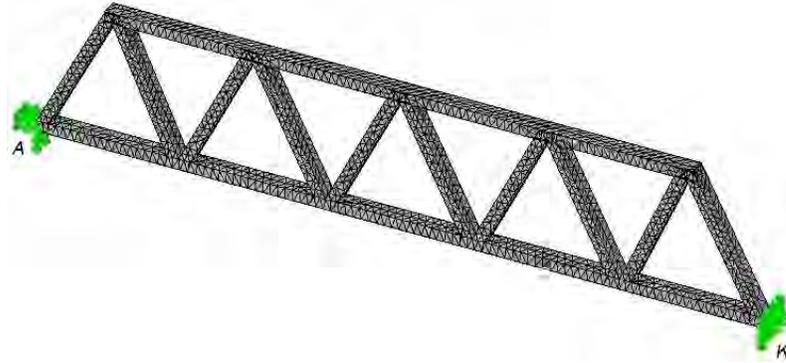


Figura 10. Vista de la estructura

Los desplazamientos modales obtenidos de los modelos por elementos finitos correspondientes a los nodos de la línea citada que componen ambas señales se procesaron con MatLab, software que posee una buena *toolbox* de transformada wavelet y es relativamente simple de usar.

La presencia de una discontinuidad se detecta por zonas concentradas de máximos de los coeficientes de la transformada; la posición (o traslación) de los mismos indica su lugar en el modelo.

Se analizaron ambas señales con diferentes *mother wavelet*. Los resultados no demostraron diferencias significativas, la transformada que aportó mayor información fue la *bior 2.2*, reportada anteriormente como útil en la detección de discontinuidades del desplazamiento de vigas en otros trabajos [21].

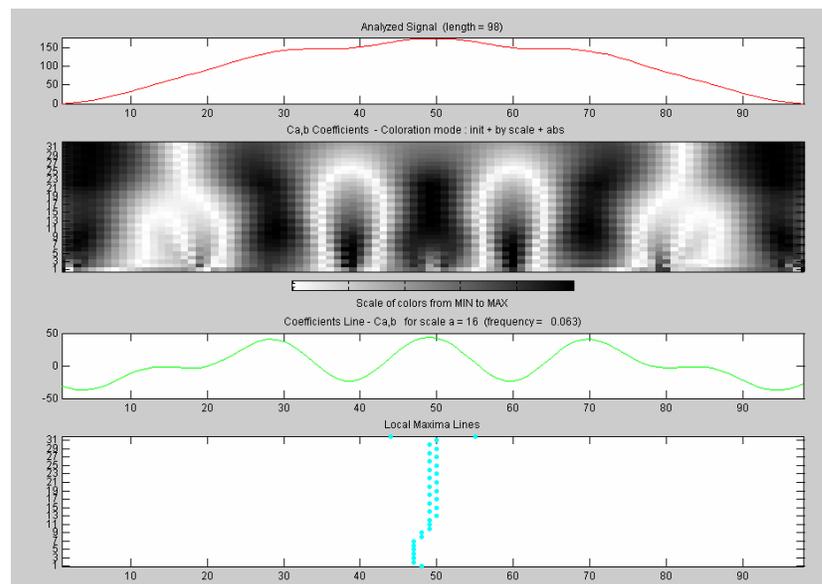


Figura 11. Análisis del Modelo Sin Grieta por medio de la función Wavelet Continua Bior periodo 2.2

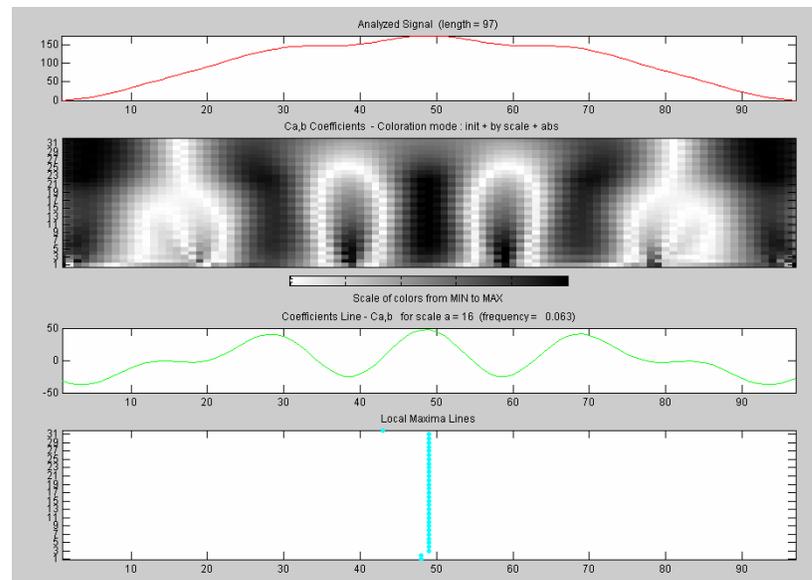


Figura 12. Análisis del Modelo Con Grieta Centrada por medio de la función Wavelet Continua Bior 2.2

El gráfico inferior muestra los máximos locales de los coeficientes de la transformada de los desplazamientos, en la horizontal está la posición longitudinal medida en la viga y en la vertical la escala.

Como se observa de las figura 11 y figura 12 hay una línea de máximos en el mismo lugar para ambas señales, o sea, la diferencia es muy poca para aceptar la detección de la grieta por este medio. Para la estructura que se analiza hay algunos aspectos que son significativos. Existen puntos en que se empatan los tranques verticales con la viga inferior, que son claros puntos de transformación en el desplazamiento de la viga inferior, pero no discontinuidades o singularidades. Se observa en el gráfico de los coeficientes (el gráfico de colores) una zona oscurecida en los lugares correspondientes a los empates, sin que aparezcan líneas de máximos en el gráfico inferior, lo cual indica que esos coeficientes, si bien tienen valores relativamente altos, no producen máximos significativos. En este sentido se considera que el nivel de discretización puede haber resultado insuficiente, para un análisis de la señal en el tiempo (o en el dominio de los desplazamientos) se plantea que se debe sobre muestrear (*oversampling*) y este no parece ser el caso.

Se hizo un nuevo análisis, refinando la malla y tomando para la señal solo los desplazamientos del tramo central de la viga, o sea la zona donde se modeló la grieta. La zona ahora es menor pero la cantidad de puntos es mayor, pues solamente se refieren a un pequeño sector de la viga.

Al comparar las figura 13 y figura 14 se observa una línea de máximos de los coeficientes en la zona donde se encuentra la grieta. En la figura 13 se observa una línea de máximos, pero estos corresponden con la presencia del punto de unión de la viga inferior con uno de los tranques. El resultado ahora es más claro. Se puede estimar que una discretización aún más fina debe dar resultados mejores.

O sea, es posible que la transformada wavelet detecte discontinuidades en una señal, estas discontinuidades pueden ser originadas por la propia forma del sistema bajo análisis, como en este caso por los puntos de empate entre vigas. Si ese no es el caso entonces las líneas claras de máximos locales en zonas bien definidas tienen otra causa, como puede ser la existencia de un defecto del tipo grieta.

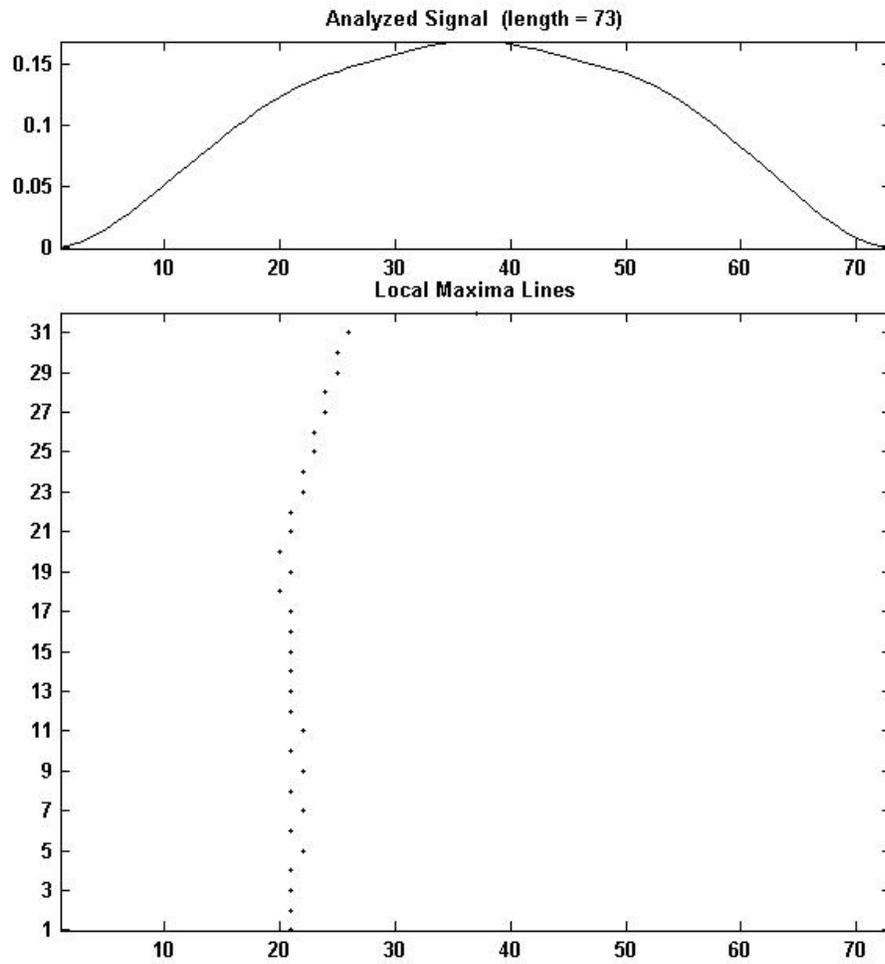


Figura 13. Tramo central sin grieta

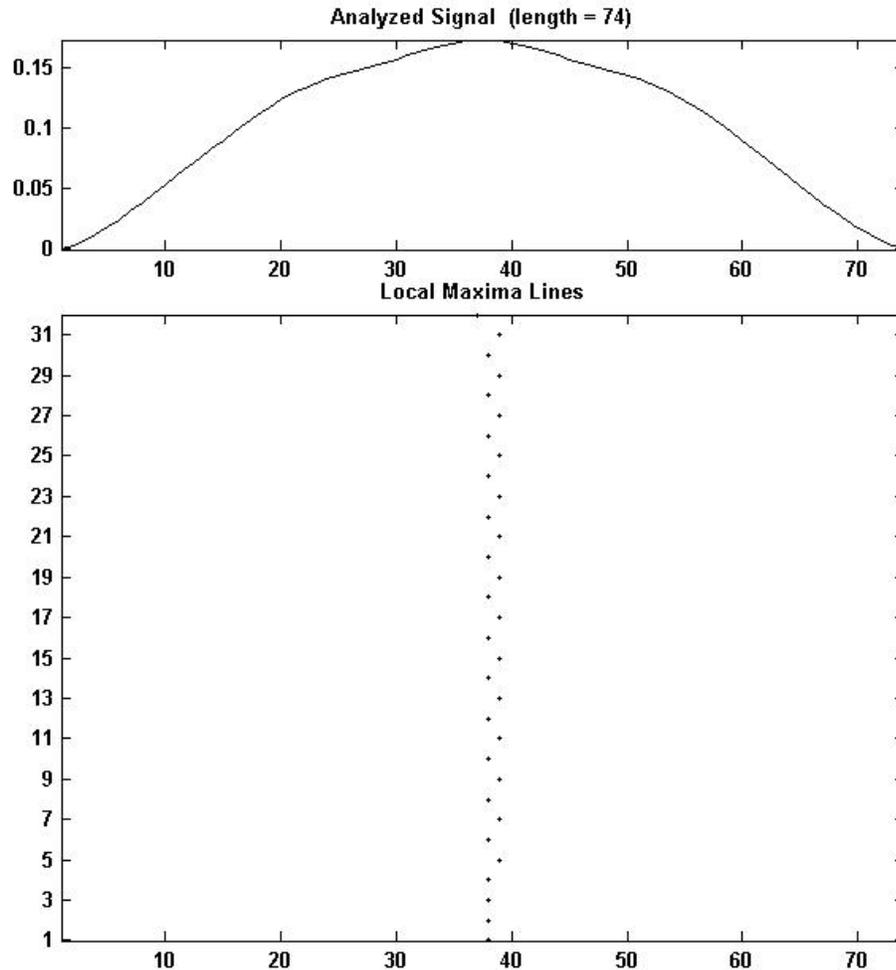


Figura 14. Tramo central con grieta

## Conclusiones.

El método propuesto en [2] para representar una grieta cerrada se puede emplear en modelos de estructuras planas así como el análisis del modelo por el método de los elementos finitos. De gran importancia es el grado de discretización con que se construye el modelo. La señal de desplazamientos que se analice debe tener suficiente información para que al ser procesada con la transformada wavelet brinde la información necesaria.

Si en el sistema existen causas para producir discontinuidades en la señal que no se deban a defectos, estas se deben tener en cuenta para no producir informaciones falsas. Tal es el caso de puntos de unión, articulaciones, apoyos rígidos, etc.

La implicación práctica que tiene el sobre muestreo es de gran importancia. Al realizar una medición real se debe contar con una cantidad de valores de medición mucho mayor que la que normalmente se necesita en el análisis modal común. El uso de métodos tradicionales como la colocación de un acelerómetro en todos los puntos de medición, puede resultar además de engorroso, propenso a que se cometan errores en los resultados. Una técnica de medición empleando un vibrómetro láser de scanner o SLV dará sin duda mejores posibilidades, y aún así, se debe usar con especial cuidado.

## Referencias.

1. ADAMS, R. D. y CAWLEY, P. "The localization of defects in structures from measurements of natural frequencies". *Journal of Strain Analysis*. 1979, vol. 14 p.49-57.
2. BOVSUNOVSKY, P. y MATVEEV, V.V. "Analytical Approach to the determination of dynamic characteristics of beam with a closing crack". *Journal of Sound and Vibration*. 2000, vol. 235 n°. p 415-434.
3. CHONDROS, G. y DIMAROGONAS, A.D. "Vibration of beam with a breathing crack". *Journal of Sound Vibration*. 2001, vol. 239 n°. 1, p. 57-67.
4. DOUKA, E. y LOUTRIDIS TROCHIDIS, S. A. "Crack identification in beams using wavelet analysis". *International Journal of Solids and Structures*. 2003, vol. 40, p. 3557-3569.
5. FARRAR CHARLES R. y DOEBLING SCOTT W. An overview of modal-based damage identification methods. [Consultado el: 14 de abril de 2006], Disponible en: <http://www.citeseerx.ist.psu.edu/>
6. FARRAR, C.R. y CONE, K.M. "Vibration Testing of the I-40 Bridge Before and After the Introduction of Damage". En: *13th International Modal Analysis Conference*, 1995, p. 203-209
7. GORL, E. y LINK, M. "Damage Identification using changes of eigenfrequencies and mode shapes". *Mechanical systems and signal processing*, 2003, vol. 17, p. 103-110.
8. GUDMUNDSON, G. "The dynamic behavior of slender structures with cross-sectional cracks". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1983, vol. 31, p. 329-345.
9. HANSANG. K. y MELHEM, H. "Damage detection of structures by wavelet analysis". *Engineering Structures*. 2004, vol. 26, p. 347-362.
10. HARRIS, C. M. y PIERSOL ALLAN, G. *Shock and vibration handbook*. McGraw-Hill, Fifth edition. 2002. p 1-21, 72 p.
11. IBRAHIM, F.I. y MARTIN, H. "Modeling of the dynamics of a continuous beam including nonlinear fatigue crack". *International journal of analytic and experimental modal analysis*. 1987, vol. 2, p. 76-82
12. KIM, H.; JEON, H. S. y LEE, C. W. "Application of modal assurance criteria for detecting and locating structural faults". En: *10th International Modal Analysis Conference*, 1992, p. 536-540.
13. KIM, J.T. y STUBBS, N. "Crack detection in beam-type structures using frequency data". *Journal of Sound and Vibration*. 2003 vol. 259 n°.1, p.145-160.
14. LIEW, K. M. y WANG, Q. "Application of wavelet theory for crack identification in structures". *Journal of Engineering Mechanics*, February 1998. p.152-157.
15. MESSINA, I.; JONES, A. y WILLIAMS, E. J. "Damage detection and localization using natural frequency changes". En: *14th International Modal Analysis Conference*, 1996, p. 67-76.
16. NANDWANA, B. P. Y MAITA, S. K. "Detection of location and size of a crack in stepped cantilever beams based on measurements of natural frequencies". *Journal of Sound and Vibration*. 1997, vol. 203, n°. 3, p. 435-446.
17. OSTACHOWICZ, W. y KRAWCZUK, M. "Analysis of the effect of crack on the natural frequencies of a cantilever beam". *Journal of Sound and Vibration*. 1991 vol. 150, p.191-201.
18. OVANESOVA, A.V. y SUÁREZ, L. E. "Applications of wavelet transforms to damage detection in frame structures". *Engineering Structures*. 2004, vol. 26, p. 39-49.
19. PALACZ y KRAWCZUK, M. "Vibration parameters for damage detection in structures" *Journal of Sound and Vibration*. 2002, vol. 249, n°. 5, p. 999-1010.
20. QIAN, G. L.; GU, S. N. y JIANG, J. S. "The dynamic behavior and crack detection of beam with a crack". *Journal of Sound and Vibration*, 1990, vol. 138, p. 233-243.
21. RODRÍGUEZ MATIENZO, J. "Detección de la presencia de grietas cerradas en elementos tipo viga mediante la transformada Wavelet", *Ingeniería. Mecánica*, 2008, vol. 8, n°. 1. p. 41-47. ISSN 1815-5844. Disponible en: [http://www.cujae.edu.cu/ediciones/Revistas/Mecanica/Vol-11/1-2008/05\\_2008\\_01\\_41\\_47.pdf](http://www.cujae.edu.cu/ediciones/Revistas/Mecanica/Vol-11/1-2008/05_2008_01_41_47.pdf)
22. SCOUT, W.; DOEBLING, C.; FARRAR, E.; et. al.: Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review. [Consultado el: 14 de abril de 2006], Disponible en: [www.mendeley.com/research/](http://www.mendeley.com/research/).
23. ZIENKIEWICZ, C. *El método de los elementos finitos*. 3ra edición, Reverté., 2000. p. 23-54.

**Daniel José Isernia-Trebols<sup>I</sup>, Jorge Rodríguez-Matienzo<sup>II</sup>.**

I. IUT Caripito, Estado de Monagas, Venezuela.

Email: [iserniadaniel@cantv.net](mailto:iserniadaniel@cantv.net)

II. Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería Mecánica, Instituto Superior Politécnico José A. Echeverría, Calle 114 #11901 e/119 y 127. Marianao. La Habana. CP 19390. Cuba

Email: [matienzo@mecanica.cujae.edu.cu](mailto:matienzo@mecanica.cujae.edu.cu)