

## Artículo Original

## Análisis de irreversibilidades en el comportamiento de un motor Stirling

Juan José González-Bayón, Diego Quintero-Cabrera, Rubén Borrajo-Pérez

Recibido el 10 de noviembre de 2010; aceptado el 26 de abril de 2011

### Resumen

El objetivo de este estudio es determinar el efecto de las irreversibilidades (internas y externas) debidas a la transferencia de calor y las pérdidas de presión debidas a la fricción sobre el rendimiento de Segunda Ley de un motor *Stirling* de tipo  $\alpha$  considerando el volumen muerto. El motor *Stirling* es analizado usando un modelo matemático basado en las leyes de la termodinámica para procesos con una velocidad finita. Se asume un modelo isotérmico de motor con volúmenes de espacio muerto en la zona caliente, zona fría y en el regenerador. Los resultados obtenidos muestran que a pesar de que teóricamente el motor Stirling posee un rendimiento igual al de *Carnot*, en la práctica su rendimiento puede ser de 2 a 5 veces menor que éste, dependiendo de la eficiencia del regenerador, del volumen muerto, de la diferencia de temperatura entre fluido y focos térmicos y de las rpm a que se opere el motor.

**Palabras claves:** motor Stirling, motor térmico regenerativo, análisis de irreversibilidades.

### Analysis of irreversibilities on performance of a Stirling engine

#### Abstract

The study aims to determine the effect of the internal and external irreversibilities caused by heat transfer and pressure losses due to friction on the Second Law performance of a Stirling engine tipe  $\alpha$  with death volume include. The Stirling engine is analyzed using a mathematical model based on the laws of thermodynamics for processes with finite speed. It is assumed an isothermic model of the motor with death volume on hot zone, cold zone and regenerator. The results of this study show that the real cycle efficiency of the Sirlinging engine is approximately 2 to 5 times minor than the efficiency of Carnot cycle as function of the regenerator efficiency, death volume, temperature difference between fluid and termic source and motor speed.

**Key words:** stirling engine, regenerative heat engine, irreversibilities analysis.

## Introducción

La evaluación de las pérdidas debido a las irreversibilidades en el ciclo Stirling es un tópico de significativo interés para aquellos que se ocupan del análisis y el comportamiento de máquinas térmicas.

Ese es precisamente el objetivo de este estudio. Los estudios e investigaciones de múltiples autores [1, 2] han mostrado que las irreversibilidades en el ciclo termodinámico tienen una importancia significativa en la predicción del comportamiento de los motores Stirling. En los últimos años se han realizado esfuerzos para mejorar la comprensión de cómo se relacionan las pérdidas en el motor con las irreversibilidades [3, 4, 5]. Estos esfuerzos han dado lugar a un número de modelos que incluyen el efecto de las irreversibilidades en el ciclo para el análisis y optimización de las máquinas. Sin embargo, los análisis convencionales basados en técnicas de entropía o exergía de forma global no muestran la relación de las irreversibilidades al fenómeno físico que las provoca. El modelo que aquí se presenta vincula directamente las irreversibilidades en la operación del ciclo con la velocidad finita del motor. El modelo provee un claro entendimiento de los mecanismos de pérdidas y relaciona estos cuantitativamente a los términos de irreversibilidad termodinámica. Este modelo permite profundizar en el interior de los mecanismos de pérdidas.

El modelo presentado es una extensión de trabajos previos [6, 7] e incluye los efectos de las irreversibilidades internas y externas. Especial atención en el análisis es dada a los efectos de: 1, transferencia de calor a través de una diferencia finita de temperatura entre el motor y los focos térmicos; 2, la regeneración imperfecta; 3, la velocidad del pistón y 4, los efectos de la fricción en el fluido.

No se contempla la fricción mecánica de las partes del motor.

## Análisis del motor Stirling con irreversibilidades

El ciclo del motor Stirling ideal es mostrado en la Figura 1 en los diagramas  $p-v$  y  $T-s$ . El diagrama  $T-s$  se ha modificado para incluir los efectos de la transferencia de calor a través de una diferencia finita desde los focos térmicos y la regeneración incompleta.

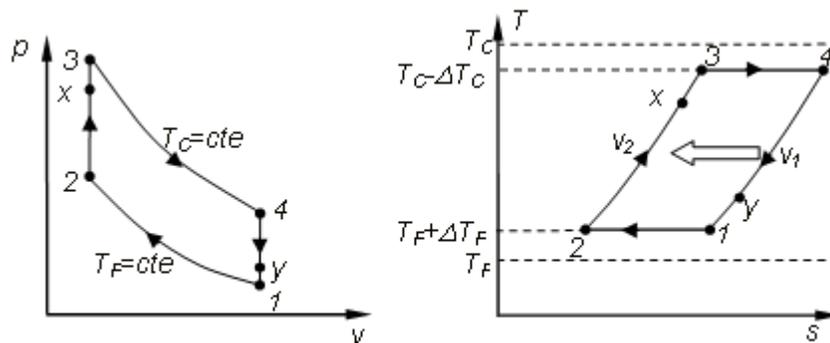


Figura 1. Motor Stirling. Diagramas  $p-v$  y  $T-s$  del ciclo térmico

Como se observa es necesario una cantidad de calor adicional  $Q_{x3}$  desde el foco externo para desarrollar el proceso, debido a la regeneración incompleta. De forma semejante, el calor no regenerado  $Q_{y1}$  está siendo rechazado hacia el foco frío. Además, la fricción del gas al pasar a través del regenerador es la causa de la mayoría de las pérdidas por fricción.

## Modelo matemático

El motor es analizado usando un modelo matemático basado en la Primera Ley y la Segunda Ley de la Termodinámica para procesos con velocidad finita.

La potencia neta de salida del motor Stirling ideal, es decir, sin pérdidas y con regeneración ideal es:

$$\dot{W}_{\text{neta}} = \eta \dot{Q}_{\text{abs}} = \left( 1 - \frac{T_F + \Delta T_F}{T_C - \Delta T_C} \right) \dot{Q}_{\text{abs}} \quad (1)$$

siendo  $\Delta T_C = T_C - T_c$  y  $\Delta T_F = T_F - T_f$  las diferencias finitas de temperaturas entre los focos térmicos y el gas durante los procesos de absorción y rechazo de calor. Mientras que la tasa de calor absorbido será

$$\dot{Q}_{abs} = mc_v \{(k-1)(T_C - \Delta T_C) \ln r_c\} n \quad (2)$$

El calor que contempla la ecuación 2 es absorbido únicamente durante el proceso 34, pues la regeneración es perfecta. En dicha expresión  $n$  representa las revoluciones del motor. El término  $r_c$  no es más que la relación de compresión, la cual es dada por la razón  $V_1/V_2$  para el motor sin espacio muerto, mientras que para el motor donde se considera espacio muerto su expresión es algo más compleja

$$r_c = (V_d + V_p + C(T_C - \Delta T_C)) / (V_d + C(T_C - \Delta T_C))$$

y puede ser totalmente esclarecida consultando [6].

El rendimiento del motor expresado en la ecuación 1 es, lógicamente, el de Carnot para un motor que opera con una diferencia finita de temperatura respecto a los focos térmicos, a este rendimiento le denominaremos en lo adelante por  $\eta_{C,\Delta T}$ .

Si el motor presenta regeneración imperfecta deberá absorber una cantidad adicional de calor del foco caliente para poder producir la misma potencia neta que el motor ideal, en consecuencia, el rendimiento total del motor será menor y podrá ser considerado como compuesto de dos términos, es decir:

$$\dot{W}_{neta} = \eta \dot{Q}_{abs}^r = \eta_{C,\Delta T} \eta_{irr,reg} \dot{Q}_{abs}^r \quad (3)$$

donde  $\eta_{irr,reg}$  es el rendimiento debido a las irreversibilidades en el regenerador y  $\dot{Q}_{abs}^r$  es la nueva tasa de calor absorbido por el motor, que es superior al motor ideal y que es dado por:

$$\dot{Q}_{abs}^r = mc_v \{(k-1)(T_C - \Delta T_C) \ln r_c + (1-\eta_r)(T_C - \Delta T_C - T_F - \Delta T_F)\} n \quad (4)$$

En la expresión 4 se observa que se ha adicionado un segundo término a la suma dentro de las llaves, el cual corresponde al calor adicional demandado por el regenerador debido a la irreversibilidad en la transferencia de calor en el mismo.

Por tanto, el rendimiento  $\eta_{irr,reg}$  puede ser calculado como:

$$\eta_{irr,reg} = \frac{\dot{Q}_{abs}}{\dot{Q}_{abs}^r} = \frac{mc_v \{(k-1)(T_C - \Delta T_C) \ln r_c\} n}{mc_v \{(k-1)(T_C - \Delta T_C) \ln r_c + (1-\eta_r)(T_C - \Delta T_C - T_F - \Delta T_F)\} n}$$

de donde se obtiene

$$\eta_{irr,reg} = \frac{1}{1 + \frac{(1-\eta_r)}{(k-1) \ln r_c} \eta_{C,\Delta T}} \quad (5)$$

Luego, la potencia neta del motor será dada por:

$$\dot{W}_{neta} = \eta_{C,\Delta T} \eta_{irr,reg} mc_v (T_C - \Delta T_C) \{(k-1) \ln r_c\} n$$

Antes de continuar, es importante dejar claro que la masa de fluido de trabajo empleado por el motor (gas ideal) está determinada plenamente por las propiedades del gas y las dimensiones del motor, es decir:

$$m = \frac{p_1 V_1}{T_F + \Delta T_F} \quad (6)$$

En el motor real, las irreversibilidades no se reducen sólo a aquellas debido a la regeneración, sino que además existen irreversibilidades debidas al efecto de la fricción en el fluido de trabajo. Las irreversibilidades por la fricción se expresan en las pérdidas de presión que sufre el flujo al transitar desde de la zona caliente hacia la zona fría y a la inversa en cada ciclo de trabajo del motor. Por su esencia esta irreversibilidad responde a un fenómeno totalmente diferente a las analizadas antes y en consecuencia, son expresadas por un rendimiento adicional.

La potencia neta entregada por el motor con fricción es inferior a la entregada por el motor sin fricción, así

$$\dot{W}_{neta}^{real} = \eta_{irr,\Delta p} \dot{W}_{neta} = \eta_{C,\Delta T} \eta_{irr,reg} \eta_{irr,\Delta p} \dot{Q}_{abs}^r \quad (7)$$

observe que  $\eta_{irr} = \eta_{irr,reg} \cdot \eta_{irr,\Delta p}$ , de manera que las fuentes de irreversibilidad quedan claramente definidas e independizadas en su evaluación.

Puesto que:

$$\eta_{irr,\Delta p} = \frac{\dot{W}_{neta}^{real}}{\dot{W}_{neta}} = \frac{\dot{W}_{neta} - \dot{W}_{\Delta p}}{\dot{W}_{neta}} = 1 - \frac{\dot{W}_{\Delta p}}{\dot{W}_{neta}} \quad (8)$$

donde  $\dot{W}_{\Delta p}$  es la potencia consumida para vencer las pérdidas de presión que ocurren en el motor debido a la fricción.

El objetivo es por tanto encontrar una forma para la estimación de las pérdidas de presión y con ello un método de estimar el rendimiento que considere la irreversibilidad debida a esta causa.

$$\dot{W}_{\Delta p} = \dot{V} \Delta p$$

El volumen desplazado en cada expansión o compresión desde un cilindro hacia el otro será

$$\Delta V = V_1 - V_2$$

y por tanto el flujo volumétrico es

$$\dot{V} = (V_1 - V_2) 2n$$

Retomando la potencia neta

$$\dot{W}_{neta} = \eta_{C,\Delta T} \eta_{irr,reg} m c_v (T_C - \Delta T_C) \{(k-1) \ln r_c\} n = \eta_{C,\Delta T} \eta_{irr,reg} m R (T_C - \Delta T_C) \{\ln r_c\} n$$

y sustituyendo la masa resulta

$$\dot{W}_{neta} = \eta_{C,\Delta T} \eta_{irr,reg} p_1 V_1 \frac{(T_C - \Delta T_C)}{(T_F + \Delta T_F)} \{\ln r_c\} n$$

Si se sustituye la potencia gastada en vencer las pérdidas y la potencia neta en la expresión 8 se tiene

$$\eta_{irr,\Delta p} = 1 - \frac{\dot{W}_{\Delta p}}{\dot{W}_{neta}} = 1 - \frac{\frac{(V_1 - V_2) \Delta p}{V_1} 2n}{\eta_{C,\Delta T} \eta_{irr,reg} \frac{(T_C - \Delta T_C)}{(T_F + \Delta T_F)} \{\ln r_c\} n}$$

$$\eta_{irr,\Delta p} = 1 - \frac{2(1 - \frac{1}{r_c}) \frac{\Delta p}{p_1}}{\eta_{C,\Delta T} \eta_{irr,reg} \frac{(T_C - \Delta T_C)}{(T_F + \Delta T_F)} \ln r_c} \quad (9)$$

Las pérdidas por fricción se producen en el motor esencialmente en el regenerador, siendo despreciables las pérdidas de presión en el calentador y el enfriador del motor al compararlas con las pérdidas en el regenerador. Por esta razón, las pérdidas de presión en el motor sólo consideran el estrangulamiento en el regenerador. Tales pérdidas dependen de las características constructivas del regenerador. La estimación de dichas pérdidas de presión por fricción se realiza a través de la expresión:

$$\Delta p = f \left( \frac{1}{2} \rho_r c_r^2 \right) \quad (10)$$

El coeficiente f de acuerdo a los resultados presentados en la bibliografía consultada [2] se toma igual a (15/k). Los términos  $\rho_r$  y  $c_r$  corresponden a la densidad y la velocidad del fluido a través del regenerador. La

densidad del fluido en el regenerador es calculada para los valores medios de la presión y la temperatura en el regenerador.

La velocidad en el regenerador puede ser determinada a partir de la velocidad media del pistón del motor aplicando la expresión de continuidad, obteniendo:

$$c_r = c_p \frac{\rho_p d_p^2}{\rho_r d_r^2} \quad (11)$$

En la expresión el subíndice  $p$  responde a los datos del pistón y como se observa la velocidad en el regenerador es prácticamente proporcional a la velocidad media del pistón

Finalmente debe ser establecido que la velocidad media del pistón está determinada por las revoluciones del motor y la carrera del pistón, es decir:

$$c_p = 2nL$$

siendo  $L$  la longitud de la carrera.

Con las expresiones desarrolladas puede evaluarse el conjunto de pérdidas e irreversibilidades que tienen lugar en el motor.

## Resultados

Para un motor con focos térmicos a 700K y 300K, el incremento de la diferencia de temperatura con los focos para la absorción y rechazo de calor reduce considerablemente la posibilidad de convertir en trabajo la exergía del calor que es entregado por el foco caliente al motor. Este comportamiento se observa en la Figura 2, donde puede apreciarse como disminuye prácticamente en un 20% el trabajo que es posible obtener del ciclo para la misma exergía entregada por el foco, cuando la diferencia de temperatura del fluido con los focos se eleva hasta 50K.

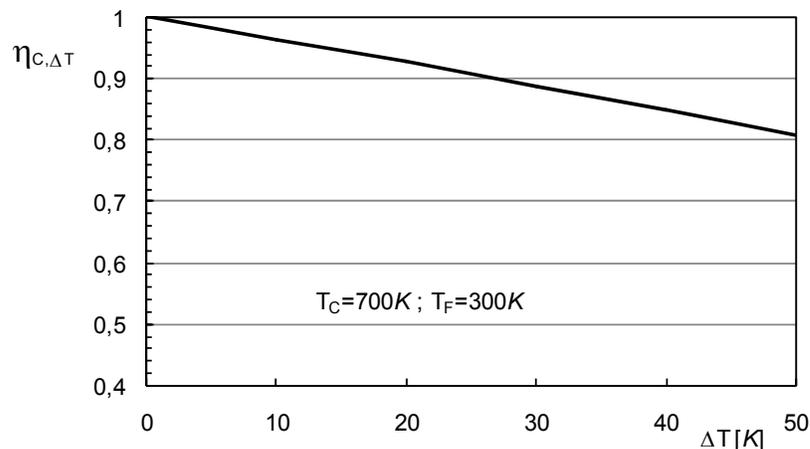


Figura 2. Rendimiento del motor ideal en función del  $\Delta T$  entre el foco térmico y la sustancia de trabajo.

En la Figura 3 se muestra el efecto de las irreversibilidades en la regeneración. Para este estudio se selecciona un motor operando entre los mismos focos, con una diferencia de temperatura con los mismos de 40K, una relación de espacio muerto de 0,5 y se considera la eficiencia de la regeneración variable, desde 0 hasta regeneración perfecta, obteniéndose el rendimiento de Segunda Ley del regenerador.

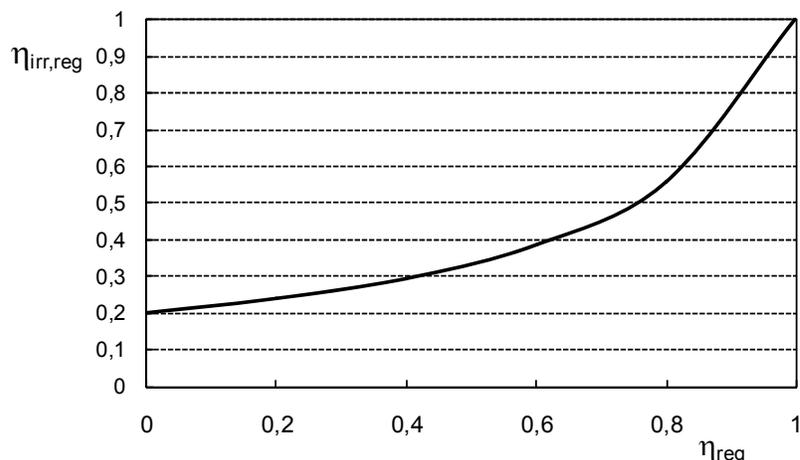


Figura 3. Rendimiento de Segunda Ley de regeneración versus eficiencia del regenerador

Del gráfico mostrado se puede apreciar la gran influencia que tiene la regeneración en la posibilidad de aprovechamiento de la exergía que entra al motor para poder ser convertida en trabajo, observe como al reducirse la eficiencia del regenerador de 1 a 0,8, el rendimiento de Segunda Ley del regenerador cae hasta 0,56. Comportamiento que se mantiene en la medida que la eficiencia disminuye, notándose que en el límite de no existir regeneración, el motor sólo podrá alcanzar transformar en trabajo un 20% del trabajo que entregaría el mismo motor con regeneración perfecta. En otros términos, puede expresarse que la imperfección en el regenerador destruye un elevado por ciento de la exergía que pudiera entregar el motor, pudiendo dicha destrucción alcanzar el 80% cuando no existe regeneración.

Por otro lado aunque en [7] fue abordado el tema con cierto detalle es importante hacer notar que el rendimiento de Segunda Ley del regenerador se ve afectado por el espacio muerto del motor, siendo menor en la medida que se incrementa el espacio muerto aun cuando la eficiencia del mismo sea constante. Tal comportamiento se observa en la Figura 4, para un regenerador con eficiencia de 0,8 graficado versus la razón de espacio muerto  $r$ .

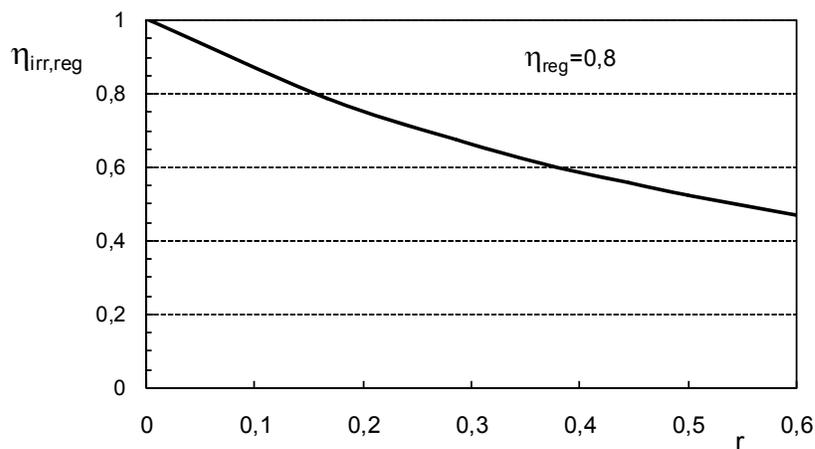


Figura 4. Rendimiento de Segunda Ley de regeneración versus la razón de volumen muerto del motor

Claramente, queda expresado que en un motor en la medida que crece el espacio muerto la función del regenerador tiende a perder peso en el comportamiento general, es decir, se comporta como si su efectividad se redujera.

En la Figura 5 se muestra el efecto de las irreversibilidades debidas a la fricción en el gas versus las revoluciones por minuto del motor.

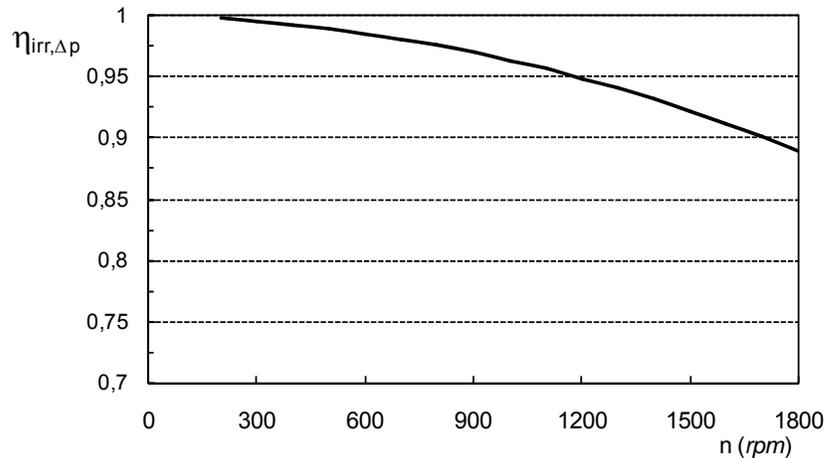


Figura 5. Efecto de las pérdidas de presión sobre el rendimiento del motor versus la velocidad de rotación

Como era de esperar, la pérdida de trabajo del motor por dicho efecto es mucho menos importante que la debida a la regeneración, sin embargo es interesante hacer notar que para motores que operan a altas velocidades la exergía destruida por este efecto comienza a ser relevante pudiendo alcanzar 10% y más, dependiendo de la geometría del motor, y esto es lógico pues las pérdidas de presión crecen como una función cuadrática de la velocidad.

El caso presentado en la Figura 5 es dado para el motor particular que se ha venido empleando a lo largo del trabajo con razón de espacio muerto  $r=0,5$ , eficiencia del regenerador  $\eta=0,8$ , temperatura de focos térmicos de 700K y 300K con diferencia de temperatura de 40K para el traspaso de calor hacia y desde el motor. Además se ha empleado un regenerador con una razón de diámetros respecto al pistón de 0,75.

## Conclusiones

El análisis del motor Stirling con irreversibilidades presentado permite predecir el rendimiento máximo que pudiera obtenerse con un motor que opere en esas mismas condiciones. Desde luego, el rendimiento sería el máximo pues no se han valorado otras irreversibilidades del funcionamiento, como son: la fricción de los componentes del motor y las correspondientes a las ondas que se desplazan dentro del motor debido a la velocidad del pistón.

En el trabajo se también se verificó, que a pesar de que teóricamente el motor *Stirling* posee un rendimiento igual al de *Carnot*, en la práctica su rendimiento puede ser varias 2 a 5 veces menor que éste, dependiendo de la eficiencia del regenerador, del volumen muerto, de la geometría del equipo y de las rpm a que se opere el motor.

El análisis mostró además, que el factor más influyente en la conversión de energía por el motor, una vez fijada la temperatura de los focos térmicos, lo es sin dudas el regenerador, cuyo diseño puede comprometer el funcionamiento del motor por su influencia sobre el rendimiento de Segunda Ley del mismo.

## Referencias

1. Kongtragool, B. y Wongwises, S. "Thermodynamic analysis of a Stirling engine including dead volumes of hot space, cold space and regenerator". *Renewable Energy*, 2006. vol. 31, p. 345-359, ISSN 0960-1481
2. Costea M., Petrescu, S. y Harman, C. "The effect of irreversibilities on solar Stirling engine cycle performance". *Energy Conversion & Management*, 1999. vol. 40, p. 1723-1731, ISSN 0196-8904
3. Tlili, I., Timouni, Y. y Nasrallah, S. B. "Thermodynamic analysis of the Stirling heat engine with regenerative losses and internal irreversibilities". *International Journal of Engine Research*, 2008, vol. 9, p. 45-56, ISSN 1468-0874
4. Martaj, N. y Grosu, L. "Exergetical analysis and design optimization of the Stirling engine". *International Journal of Exergy*, 2006, vol. 3, nº. 1, p. 45-66. ISSN 1742-8300
5. Timoumi, Y., Tlili, I. y Ben Nasrallah, S. "Performance optimization of Stirling engines". *Renewable Energy*. 2008, vol. 33, p. 2134-2144. ISSN 0960-1481

6. Costea, M., Petrescu, S., Stanesu, G. *et al.* "Thermal and dimensional optimization of a solar Stirling engine". En: *FLOWERS'94*, Florence, Italy, 1994. p. 1075-82.
7. González Bayón, J. J. "Efecto del espacio muerto e irreversibilidades del regenerador sobre el comportamiento del ciclo de un motor Stirling". En: *CIER 2009*, La Habana, Cuba. 2009
8. Bejan, A., Tsatsanoris, G. y Moran, M. *Thermal Design and Optimization*. New York: Wiley, 1996.

**Juan José González-Bayón, Diego Quintero-Cabrera, Rubén Borrajo-Pérez.**

Centro de Estudio de Tecnologías Energéticas Renovables – CETER

Facultad de Ingeniería Mecánica. Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría". Cujae

Calle 114, # 11901, e/ Ciclovía y Rotonda. Marianao. La Habana. CP 19390. Cuba

Teléfono: (537) 266 3628, Fax: (537) 267264

Email: [jgbayon@ceter.cujae.edu.cu](mailto:jgbayon@ceter.cujae.edu.cu) , [diego@ceter.cujae.edu.cu](mailto:diego@ceter.cujae.edu.cu) , [rborrajo@ceter.cujae.edu.cu](mailto:rborrajo@ceter.cujae.edu.cu)