

## **Análisis dinámico de carcaza de caja de velocidad**

**Javier García-de la Figal-Costales, Sergio Marrero-Osorio**

Recibido el 24 de febrero de 2011; aceptado el 8 de abril de 2011

### **Resumen**

El trabajo trata sobre el cálculo de los parámetros dinámicos y respuestas de la carcaza de una caja de traspaso perteneciente a un equipo automotor pesado, bajo la acción de rigurosas condiciones de trabajo. Se determinan sus frecuencias naturales, las respuestas de frecuencias ante cargas horizontales y las respuestas ante cargas de impacto vertical y horizontal. Se determinan los puntos más peligrosos de la compleja configuración del sistema analizado y se hacen recomendaciones para su mejor diseño. Todo a través de programas profesionales de dibujos gráficos y de elementos finitos.

**Palabras claves:** simulación, diseño mecánico, dinámica de sistemas, método de elementos finitos.

## **Dynamic análisis of velocity reductor structure**

### **Abstract**

The work is a study of dynamic parameters and responses of a velocity transfer box structure, belonging to a heavy auto motor vehicle, under the action of rigorous work conditions. Their natural frequencies, frequencies and impacts responses are determined. The most dangerous points in the complex analyzed system are determined and recommendations are made for their best design. Everything through professional software of graphics draw and finite elements.

**Key words:** simulation, mechanical design, system dynamics, finite element method.

## Introducción

En el trabajo se hace un estudio completo de los parámetros dinámicos y principales respuestas de la carcaza de una caja de traspaso, perteneciente a un equipo automotor pesado, surgidas durante su explotación bajo rigurosas condiciones de trabajo. Se considera que estas producen 2 tipos de cargas de impacto fundamentales:

- Una caída libre del vehículo de 2 metros de altura.
- Un impacto horizontal.

El objetivo es determinar la resistencia y rigidez de la carcaza o estructura de la caja de traspaso, durante su trabajo en conjunto con la operación del vehículo. Las dos cargas de impacto a analizar realmente son aplicadas a todo el vehículo durante su explotación, pero aquí se analizarán sus efectos en la caja de traspaso, que constituye el objeto de análisis, es decir se verán los efectos de estas cargas sobre la caja de traspaso solamente. Las principales respuestas que se considerarán son los desplazamientos y los esfuerzos según el criterio de resistencia de Huber – Mises. Con ellos se harán los análisis de resistencia y rigidez propuestos.

El material de la carcaza de la caja de traspaso es aluminio fundido, con las siguientes propiedades determinadas por ensayos realizados.

- Límite de rotura:  $\sigma_R = 170$  MPa.
- Módulo de elasticidad:  $E = 0.71 \cdot 10^5$  MPa.
- Coeficiente de Poisson: 0.33.
- Densidad:  $2\,700$  kg/m<sup>3</sup>.

Los análisis dinámicos que se realizan en este trabajo son los siguientes.

- Determinación de las frecuencias naturales y sus correspondientes modos de vibración. Determinación de estas importantes características dinámicas del conjunto, fundamentales en todo análisis dinámico y que constituyen sus principales características dinámicas.
- Función respuesta de frecuencias. El cual ayuda a la comprensión de los fenómenos dinámicos del conjunto.
- Respuestas ante una carga de impacto vertical, producto de una caída libre del vehículo desde 2 m. de altura.
- Respuestas ante carga de impacto horizontal sobre el vehículo, con un valor de 2 000 N.

## Softwares y Métodos

En la figura 1 se muestra el modelo gráfico de la caja de traspaso de fundición cubana, base de los modelos de elementos finitos a desarrollar, el cual sigue con bastante fidelidad la carcaza original. En el modelo de la figura se han hecho algunas simplificaciones necesarias para la posterior construcción de los modelos de elementos finitos. Pues según es conocido, para estos modelos se requiere cumplir algunos requerimientos no compatibles con los modelos gráficos detallados que actualmente son posibles obtener con los modernos software de dibujo disponibles.

Se considerarán además 2 masas adicionales a la carcaza:

Masa de los elementos internos: 75.4 kg. (engranajes, rodamientos, árboles).

Masa del motor de arranque: 126.5 kg.

Con estas consideraciones se procede a construir varios modelos de elementos finitos de la carcaza, como el mostrado en la figura 2, [4, 5, 10, 11, 15]. Están contruidos con elementos tipo *Shell* 181, de tipo isoparamétricos con funciones de forma de 2do. orden, de formas planas triangulares y con 3 nodos por elemento con los 6 grados de libertad (DOF) posibles en el espacio, en cada nodo. Cada uno de los modelos desarrollados tiene sus apoyos a tierra (el chásis del vehículo) en las zonas señaladas en la figura 4, con un total de,

16 231 elementos.

8 473 nodos.

50 622 grados de libertad, DOF.

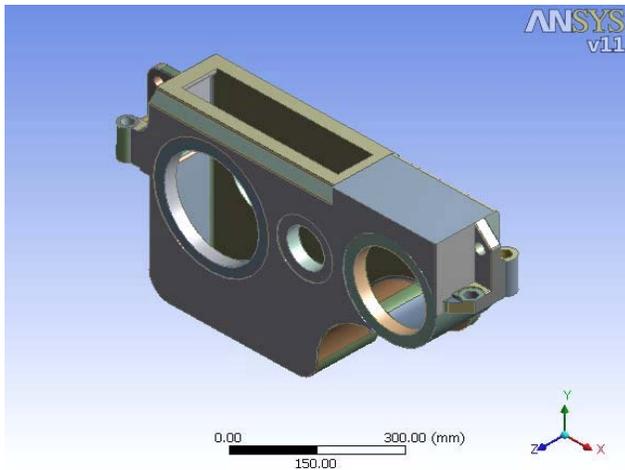


Figura 1. Modelo gráfico de la carcaza

Tabla 1. Frecuencias naturales.

No.	Frecuencias naturales Hz
1	48.385
2	57.943
3	76.170
4	106.50

### Frecuencias naturales

En la tabla 1 se muestran las 4 primeras frecuencias naturales de la caja de traspaso, calculadas a través del primer modelo de elementos finitos desarrollado [9, 10]. Mientras que en la figura 3 se muestra el modo de vibración correspondiente a la frecuencia número 21. De este modo se tienen las primeras frecuencias naturales y modos de vibración del sistema, importantes características dinámicas. Dado el gran volumen y tiempo de trabajo que se requeriría para estos análisis dinámicos en modelo tan complejos, se recurrió al empleo del método de Análisis Dinámico Reducido, que considera solo los principales grados de libertad del modelo, los denominados *Master Degree of Freedom* o MDOF. Habiéndose seleccionado un total de 120 MDOF, a través de un algoritmo especial.

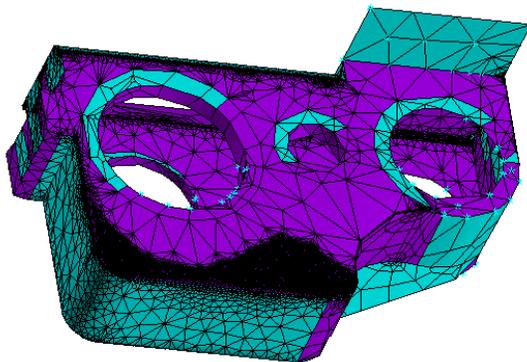


Figura 2. Modelo de Elementos Finitos

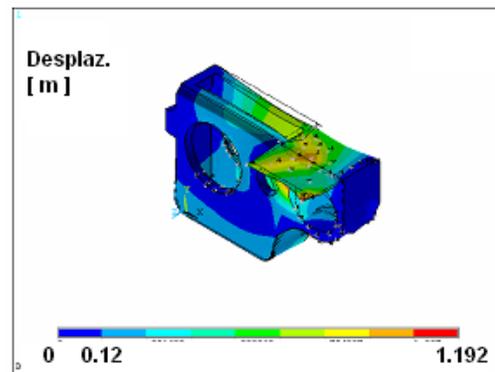


Figura 3. Modo de Vibración no. 21: 295.47 Hz.  
Desplazamientos totales [m].  
 $F_z = 2 ( 0.5 \cos \Omega t ) [ N ]$

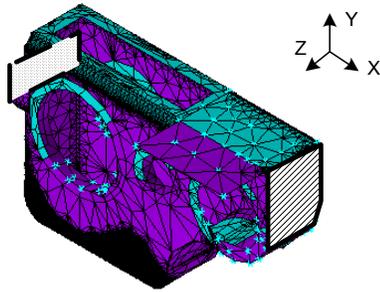


Figura 4. Ubicación de los apoyos en el modelo

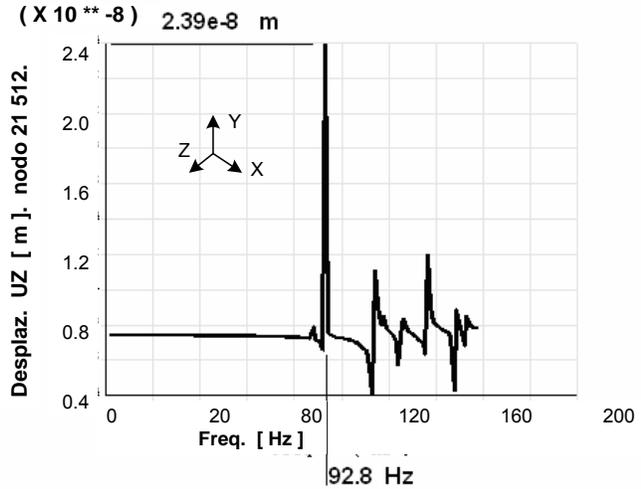


Figura 5. Función Respuesta de Frecuencias. Desplazamiento vertical (Z) del nodo 21 512. [ m ].

### Funciones respuestas de frecuencias

Estos análisis consisten en construir las funciones respuestas de frecuencias de los parámetros deseados de la carcasa, ante la acción de fuerzas cosenoidales aplicadas en diferentes puntos de la misma [9, 10]. En este caso se usaron 2 fuerzas en dirección del eje Z (horizontales), con valor  $F_Z = 0.5 \text{ N}$  cada una. De modo que la fuerza total aplicada es de 1 N, es decir una fuerza unitaria. Se trata entonces de aplicar una fuerza total que responde a la función,

$$F_Z = 2(0.5\cos(\Omega * t)) \quad (1)$$

Haciendo variar la frecuencia perturbadora  $\Omega$  entre 0 y 150 Hz. Las funciones respuestas de frecuencias obtenidas de 2 de los parámetros de interés con sus valores máximos, se muestran en las figuras 5 y 6.

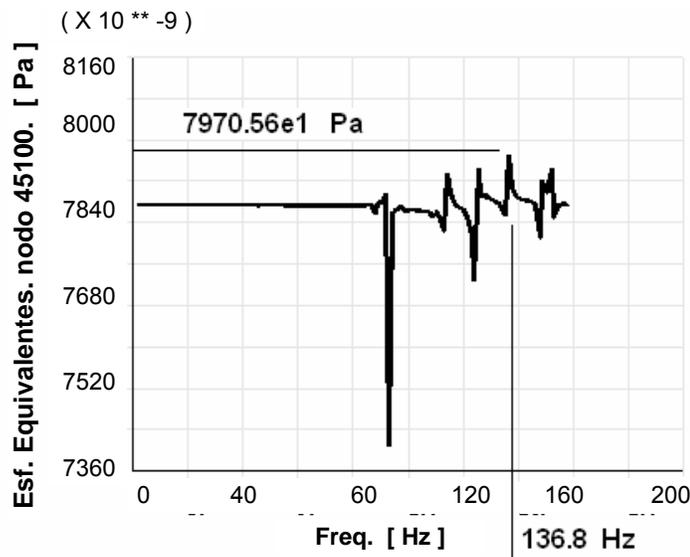


Figura 6. Esfuerzos Equivalentes, Nodo 45100, elemento 86 344.  $F_z = 2 (0.5 \cos \Omega t) \text{ [ N ]}$

$$\sigma_{\text{equiv}}^{\text{max}} = 79\,750.56\text{e}1 \text{ Pa} = 0.0797056 \text{ MPa} \quad \text{Freq} = 136.8 \text{ Hz.}$$

**Carga de impacto vertical. UY = 2 m**

A continuación se procede con el 3er. análisis propuesto, las respuestas ante una caída libre del vehículo desde 2 m de altura, con el impacto correspondiente sobre la carcaza. Las cargas de impacto sobre elementos estructurales ha sido ampliamente tratado en la literatura [8], [1 – 3, 7 – 8, 13, 14]. Para una caída libre vertical se asume que la carcaza desciende junto con el vehículo en forma de caída libre por 2 m, al cabo de los cuales se detienen bruscamente. Esto implica una carga tipo Paso (*Step*), que se asume dura  $t = 1.2$  s. El efecto resultante es imponer una carga de impacto sobre la carcaza (el objeto de análisis), que se trasmite a través de los tornillos de anclaje desde el chasis del vehículo. Para ello se procedió a la corrida de otro de los modelos creados con las condiciones necesarias para este análisis.

En la figura 7 se muestra el resultado de este impacto en uno de los nodos del modelo, el nodo 992, obteniéndose el desplazamiento máximo de 2 m. al final del impacto. En la figura 8 se muestran los esfuerzos equivalentes del elemento y nodo más cargado, producto del impacto aplicado. Se trata del elemento 25 803, nodo 2492.

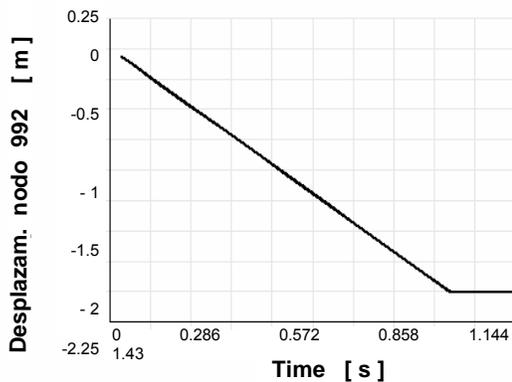


Figura 7. Carga Transiente. UY = 2 m  
 $t = 1.2$  seg. Desplazamientos totales en, [m]  
 Nodo 992

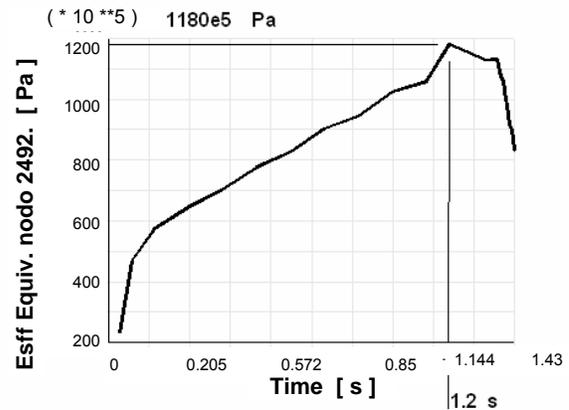


Figura 8. Carga Transiente. UY=2 m,  $t = 1.2$  s.  
 Elemento 25 803, nodo 2492.  
 Esfuerzos Equivalentes, [Pa].

**Carga de impacto horizontal. FZ = 2 000 N**

En este 4to. análisis de la carcaza se simula la acción de una fuerza horizontal de impacto sobre el vehículo, que es transmitida hacia la carcaza a través de sus anclajes con el chasis del vehículo. Para ello se procede a la corrida de otro de los modelos construidos con las condiciones y características necesarias. La figura 9 muestra la fuerza de impacto horizontal considerada, que es aplicada en 178 nodos del modelo. Para un total de carga de  $FZ = 2\ 000$  N. Su duración es asumida como 0.4 s, pero luego se continúa el análisis de las respuestas del modelo hasta un tiempo adicional de  $t = 0.8$  s. La fuerza aplicada en cada nodo (figura 9) tiene entonces la función.

$$FZ = 11.2(\text{sen}(\pi * t/0.4)) \quad (2)$$

En las figuras 10 y 11 se muestran los resultados de los desplazamientos obtenidos. En la figura 11 se dan los desplazamientos del nodo más desplazado, el 2362, con un valor máximo al final de ese impacto de  $UZ = 0.269447$  m. Se está considerando que al final de la aplicación de la fuerza  $FZ$  (ecuación 2, figura 9), el vehículo y la carcaza se detienen bruscamente, recibiendo un segundo impacto. O sea, que se están aplicando 2 impactos horizontales uno a continuación del otro. En la figura 10 se brindan los desplazamientos de todos los nodos del modelo, al momento de sus valores máximos: los que ocurren a partir de alcanzarse el tiempo  $t = 0.4$  s, o sea una vez finalizado el primer impacto, el de la fuerza aplicada.

En la figura 12 se dan los resultados de los esfuerzos equivalentes obtenidos. Los máximos esfuerzos ocurren en el elemento 33 477, nodo 2361, al cabo de  $t = 0.704$  s, después de finalizado el primer impacto, o sea, cuando se esta frenando bruscamente el desplazamiento inicial.

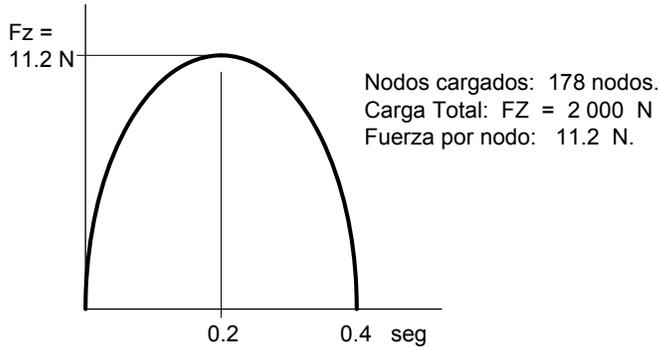


Figura 9. Carga de impacto horizontal aplicada a nodos

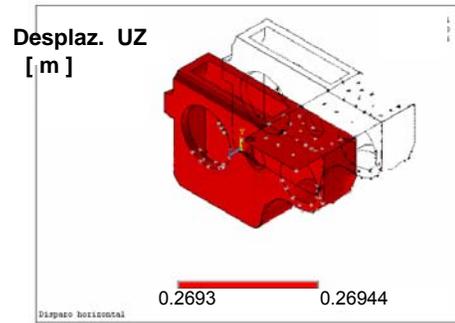


Figura 10. Impacto Horizontal.  $P = 2\ 000$  [N]  
 $t = 0.4$  s. Desplazam. UZ = 0.269447 [m].

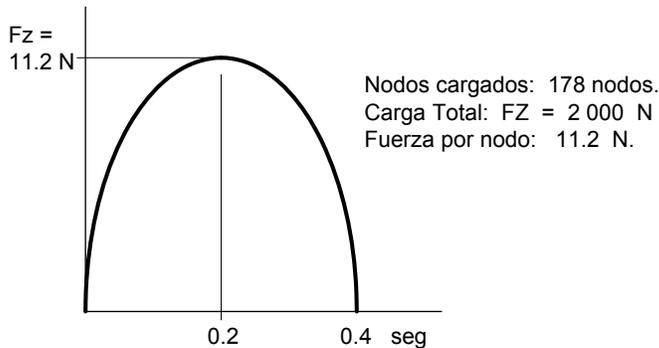


Figura 11. Impacto Horizontal.  $P = 2\ 000$  [N],  
 $t = 0.4$  s.  $P = 11.2 * \sin(\pi * \text{TIME} / 0.4)$   
Desplazam. UZ [m]. Nodo 2362

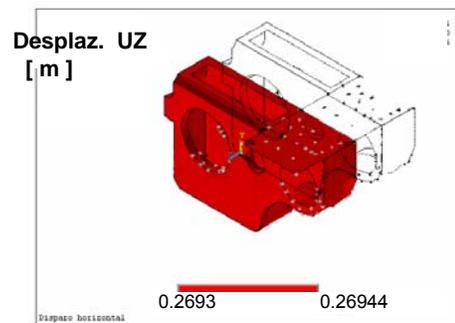


Figura 12. Impacto Horizontal.  $P = 2000$  [N]  
 $t = 0.4$  s. Elemento 33 477, nodo 2361.  
Esfuerzos Equivalentes, [Pa]

## Resultados y Discusión

Los resultados de las respuestas de frecuencias mostrados implican que con la carga cosenooidal horizontal unitaria aplicada vibrando a 136.8 Hz, en el nodo 45100 (figura 6) surgen los esfuerzos máximos, de 79 705.6 Pa = 0.0797056 MPa. Por lo que esa es la frecuencia que produce la mayor zona de resonancia en el sistema. El esfuerzo correspondiente es de un valor muy bajo, pero debe recordarse que el análisis se realizó para una carga cosenooidal unitaria. La carga cosenooidal que rompería la carcasa en el nodo mencionado sería,

$$\frac{170\text{MPa}}{0.079705\text{MPa}} = 2132\text{N} \quad \text{a } 136.8 \text{ Hz}$$

Sin embargo a frecuencias menores (0 - 80 Hz), resiste una carga solo ligeramente mayor,

$$\frac{170\text{MPa}}{0.078740\text{MPa}} = 2159\text{N} \quad \text{entre (0 - 80 Hz)}$$

De donde se concluye que en el rango de frecuencias analizadas, que son en las que surgen las mayores respuestas, las diferentes frecuencias de oscilación producen pocas variaciones en lo que respecta a los esfuerzos equivalentes del nodo más cargado. No ocurre así respecto a los desplazamientos (figura 5), en que existen fuertes variaciones respecto a la frecuencia de la carga cosenooidal aplicada, obteniéndose los mayores desplazamientos para frecuencias alrededor de los 92 Hz.

Así, para una fuerza cosenoidal horizontal aplicada en los nodos 19 501 y 19 539 con una amplitud de 2159 N, se tendría un desplazamiento máximo en el nodo 21 512 (el mayor) de tan solo,

$$2.39e-8 [m] * 2159 = 5152e-8 [m] = 0.05152 \text{ mm} \quad \text{a } 92.8 \text{ Hz.}$$

Que es la zona de mayor resonancia, por lo que puede afirmarse que incluso esta frecuencia produce un desplazamiento muy pequeño.

En la figura 8 se dan los esfuerzos equivalentes en el nodo y elemento mas cargado del sistema, ante la carga de caída libre vertical de 2 m de altura. Se trata del elemento 25 803, nodo 2 492, donde en el momento del contacto con el piso, para  $t = 1.2 \text{ s}$ , se producen los esfuerzos máximos cuyos valores son:  $1180e5 \text{ Pa} = 118 \text{ MPa}$ . Conociendo que el limite de resistencia del material es  $\sigma_R = 170 \text{ MPa}$ , se estaría trabajando con un coeficiente de seguridad de,

$$n = \frac{170\text{MPa}}{118\text{MPa}} = 1.44$$

Que puede considerarse aceptable. La situación más peligrosa se presenta ante el 4to. análisis: el impacto de una fuerza horizontal con un valor de 2 000 N sobre el vehiculo, seguido de un segundo impacto al frenarse bruscamente el desplazamiento resultante del primero. Es decir es una combinación de 2 impactos consecutivos. Los esfuerzos resultantes máximos (figura 12) ocurren en el nodo 2361 perteneciente al elemento 33 477, ubicado en el cambio de sección mostrado en la figura 13. En ese nodo ocurre un esfuerzo de 2 442.3 MPa, por lo que se cumple,

$$2442.3\text{MPa} \gg 170\text{MPa} \quad \text{Una sobrecarga enorme.}$$

$$\sigma \gg \sigma_R$$

Lo que implica que no puede resistir esas cargas horizontales de impacto. Aplicando el Principio de Superposición puede afirmarse que la máxima fuerza horizontal en forma de impacto con duración de 0.4 s, que puede aplicarse para que el nodo 2361 resista es,

$$k = \frac{\sigma}{\sigma_R} = \frac{2442.3}{170} = 14$$

$$FZ = \frac{2000\text{N}}{k} = 143\text{N}$$

Comparando los resultados de este 4to. análisis con la aplicación estática de la fuerza horizontal, pueden determinarse los coeficientes dinámicos  $\phi$  que esa carga horizontal de impacto produce en los desplazamientos y esfuerzos. Para los esfuerzos el coeficiente dinámico será:

$$\phi_{\text{esf}} = \frac{\sigma}{\sigma_{\text{est}}} = \frac{2442}{1085} = 2.25$$

Valor bastante elevado, que demuestra cuan sensible es la carcaza en esos concentradores, ante fuertes cargas de impacto horizontales.

## Conclusiones

De los análisis y cálculos dinámicos realizados pueden obtenerse algunas conclusiones importantes acerca del comportamiento de este conjunto ante la acción de cargas de tipo dinámicas, tanto vibratorias con de impacto.

Las frecuencias naturales (Tabla 1) muestran valores medios, siendo la 1ra. frecuencia de 48.385 Hz. No es esta sin embargo la que produce los mayores efectos en la carcaza, como puede verse del análisis de los modos de vibración obtenidos (figura 3). Es decir, que contrario a lo comúnmente entendido, no es la 1ra. frecuencia natural la mas determinante en los efectos de las vibraciones, en el sistema analizado. Lo cual se corresponde con lo conocido en sistemas de muchos grados de libertad [8] y [11].

Así, la respuesta de frecuencias del desplazamiento del nodo 21 512, ante la carga cosenoidal horizontal alcanza su valor máximo a una frecuencia de 92.8 Hz, con un valor de  $UZ = 0.39e-8 [m]$ , mas cercana a la 4ta. frecuencia natural, de 106.5 Hz (figura 5). La diferencia entre la frecuencia de resonancia obtenida

(92.8 Hz) y la natural más cercana de 106.5 Hz, la 4ta., se debe a la no consideración del amortiguamiento en los análisis realizados. Lo cual se justifica porque los objetivos fundamentales del trabajo están en los análisis 3ro. Y 4to., de cargas de impactos, en los cuales el amortiguamiento no influye.

Puede observarse un comportamiento diferente en los resultados de los esfuerzos equivalentes, (figura 6), en que se alcanzan los mayores valores para 136.2 Hz, frecuencia diferente que la correspondiente a los desplazamientos. Así que hay un desfase entre la respuesta de los desplazamientos y de los esfuerzos.

La carcasa resiste una caída libre del vehículo de 2 m de altura, con esfuerzos con un adecuado coeficiente de seguridad, de  $n = 1.44$  (figura 8).

Puede observarse que los desplazamientos son especialmente pequeños en todos los análisis realizados (figuras 5, 7, 10 y 11).

El sistema es muy sensible a las cargas de impacto horizontales, pues con tan solo 143 N en forma del impacto aquí aplicado, llega a romperse la carcasa (figura 12). Debe observarse sin embargo, que esos esfuerzos tan grandes solo ocurren en una zona muy bien delimitada de la carcasa, zona mostrada en la figura 13, que constituye por tanto un fuerte concentrador de tensiones.

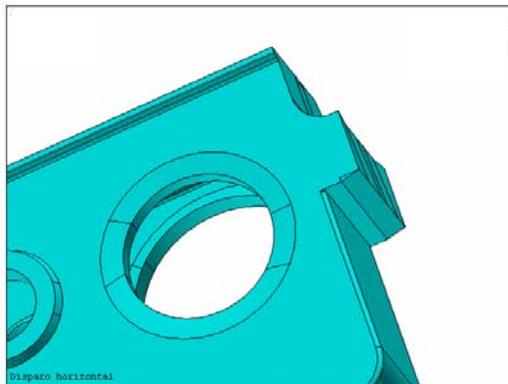


Figura 13. Detalle de zona de los mayores concentradores de tensiones

Finalmente y a modo de resumen puede afirmarse que la carcasa es muy rígida y aunque también es en general muy resistente, tiene su zona más débil en los concentradores de tensiones mostrados en la figura 13. Es una zona de altos concentradores de tensiones, que constituye por tanto la zona más débil y sensible a fuertes cargas de impacto horizontales. Esta zona pudiera ser mejorada en su diseño para disminuir sus concentradores y aumentar la resistencia de todo el sistema ante las cargas de impacto horizontales, las más peligrosas en toda la estructura.

## Referencias

1. Arman, Y. M. *et al.* "Determination of critical delamination diameter of laminated. Composite plates under buckling loads". *Composites Science & Technology*. 2006. vol. 6, p. 2945-2953. ISSN 0266-3538
2. Cappello, F. y Tumino, D. "Numerical analysis of composite plates with multiple delaminations subjected to uniaxial buckling load". *Composites Science & Technology*. 2006, vol. 3, p. 264-272. ISSN 0266-3538.
3. Farooq, U. "Computational Modeling of Pseudo Damage Induced Buckling of Fibrous Composite Panels". *European Journal of Scientific Research*. 2009. vol. 25, nº. 1, p. 68-76. ISSN 1450-216X
4. García de la Figal, J. *Simulación por el Método de los Elementos Finitos*. La Habana: Editorial Cujae, 2011. ISBN 978 959 261 345 4.
5. Huton, D. *Fundamental of Finite Element Analysis*. NY: McGraw Hill. 2004. p. 190-2056,.
6. Inman, D. J. *Engineering Vibrations*. NY: Prentice Hall. 2001. p. 102-200.
7. López Puente, J., Arias, A., Zaera, R., *et al.* "The effect of thickness of the adhesive layer on the ballistic limit of ceramic/metal armours. An experimental and numerical study". *Internacional Journal of Impact Engineering*. vol. 32. p. 321-336, 2005, ISSN 0734-743X.
8. Msrão, P., Hao, S. y Shu, D. "Buckling analysis of tri-layer beams with overlapped delaminations", *Journal of Composite Materials*. 2005. vol. 39, nº. 2, p. 109-125. ISSN 0021 9983.

9. Rao, S. *Mechanical Vibration*. USA: Ed. Pearson Prentice Hall. 2004. p. 20-167, ISBN 0-13-48987-5.
10. Rao, S. *Applied Numerical Methods for Engineering and Scientists*. Boston: Butterworth-Heinmann. 2002. p. 20-346.
11. Rao, S. *The Finite Element Method in Engineering*. Boston: Butterworth - Heinmann. 1999. p. 60-345.
12. Raimondo, L. *Predicting the dynamic behavior of polymer composites*. PhD: 321. Aeronautics Dpto. Imperial College. London. 2006.
13. Rahul, C. U. K. y Dutta, A. "Optimization of FRP composites against impact induced failure using island model parallel genetic algorithm". *Composites Science & Technology*. 2005, vol. 65, p. 2003-2013, ISSN 0266-3538.
14. Yong, M., Falzon, B.G. y Iannucci, L. "On the application of genetic algorithms for optimising composites against impact loading". *International Journal of Impact Engineering*, November 2008, vol. 35, nº. 11, p. 1293-1302. ISSN 0734-743X.
15. Zinckiewics, O. C. *The Finite Element Method*. London: McGraw Hill. 1987. p. 10-346.

**Javier Gracia-de la Figal-Costales, Sergio Marrero-Osorio.**

Departamento de Mecánica Aplicada.

Facultad de Ingeniería Mecánica. Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría". Cujae

Calle 114, # 11901, e/ Ciclovía y Rotonda. Marianao. La Habana. CP 19390. Cuba.

E-mail: [jgarcia@mecanica.cujae.edu.cu](mailto:jgarcia@mecanica.cujae.edu.cu) , [smarrero@mecanica.cujae.edu.cu](mailto:smarrero@mecanica.cujae.edu.cu)