

Modelación matemática de la flotación de la maza superior de los molinos de caña de azúcar

Mathematical model for instant flotation of top shaft in sugar cane mills

Mario Javier Cabello-Ulloa^I, Juan José Cabello-Eras^I, Jorge Moya-Rodríguez^{II},
Rafael Goytisolo-Espinosa^I, José Alberto Velásquez-Pérez^{III}, Juan Rafael Mestizo-Cerón^{III}

I Universidad de Cienfuegos Carlos Rafael Rodríguez. Facultad de Ingeniería Mecánica. Cienfuegos. Cuba

Correo electrónico: mjcabello@ucf.edu.cu

II Universidad Central Marta Abreu de Las Villas. Facultad de Ingeniería Mecánica. Santa Clara. Cuba

III Universidad Veracruzana. Facultad de ingeniería Mecánica. Veracruz. México

Recibido: 17 de junio de 2011

Aceptado: 2 de octubre de 2011

Resumen

En el presente trabajo se desarrolla un modelo matemático de la flotación de la maza superior de los molinos de caña de azúcar durante su funcionamiento, determinado a partir de mediciones experimentales de dicha magnitud en el tiempo. Se realiza un ajuste adecuado a los valores medidos experimentalmente y se obtiene una función analítica que permitirá considerar los efectos de la flotación en el estudio del funcionamiento y en los métodos de cálculo de los molinos y sus elementos. Se aplica a un molino en el Complejo Agroindustrial 14 de Julio en Cienfuegos. Se modelan cien segundos de funcionamiento obteniéndose una función que expresa la flotación la que al ser derivada permite obtener la velocidad y aceleración con que varía la flotación instantánea. Los coeficientes y sus bondades son dados matricialmente para todos los ajustes efectuados al construir la función que define la flotación instantánea obtenida en este caso.

Palabras claves: molino de caña de azúcar, flotación instantánea, modelación, cinemática del molino.

Abstract

A mathematical model for the instant flotation of the top shaft of sugar cane mill is developed and analytical function for introduce in the study of other sugar cane mills parts is obtained. The model is applied to July 14th sugar factory in Cienfuegos. One hundred seconds of work is modeled and a functions for floating, velocity and acceleration of floating are obtained. The coefficients and their goodness are given in matrix for all the fits made for to build the function that defines the instant flotation obtained in this case.

Key words: sugar cane mill, instant flotation, modeling, mill kinematics.

Introducción

El molino de caña tiene la función de extraer el jugo a la caña de azúcar y su configuración actual data de 1947 [1], está compuesto por tres maza y una cuchilla central y la extracción se produce al comprimir la caña entre estos elementos como se muestra en la figura 1.

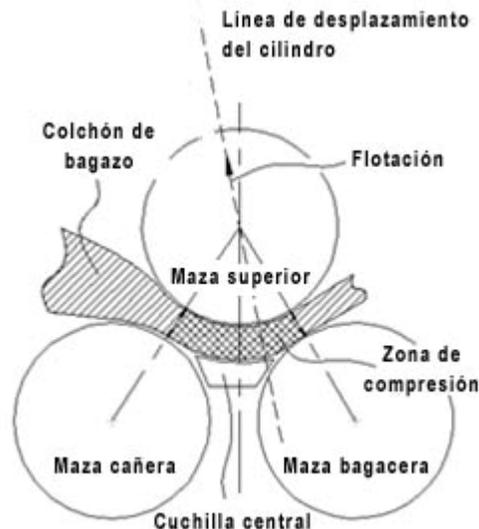


Fig. 1. Principio de trabajo de un molino de caña. Fuente: Elaboración propia

El colchón de bagazo tiene altura variable, en los primeros molinos la distancia entre ejes de las mazas y los espacios por los que pasaba la caña eran constantes, esto ocasionó sobrecargas en los elementos con frecuentes roturas y en 1881 se patentó el primer molino con distancia entre ejes variable [2], en el que la maza superior estaba apoyada sobre resortes que le permitían flotar. Desde 1910 se introdujo el primer molino con mecanismo hidráulico para permitir la flotación de la maza superior, lo que incrementó notablemente la capacidad de molienda.

En la literatura se refiere la ocurrencia de fallas sorpresivas como una particularidad del trabajo de estas máquinas [3], [4] y [5]. Los elementos que más roturas de este tipo sufren son los ejes que soportan las mazas, conocidos como guijos, particularmente el de la maza superior [5], [6] y [7].

Al estudio de las fallas en los guijos y a la predicción de su vida útil se han dedicado varios trabajos [8], [9], [10] y [11] en todos se destaca la importancia de las cargas dinámicas para la ocurrencia de éstas, sin embargo en ninguno se toma en cuenta su influencia en los cálculos por no disponer de los modelos matemáticos requeridos.

En opinión de los autores son tres las causas fundamentales de las cargas dinámicas en los molinos de caña.

- 1- La entrada del movimiento al molino se produce a través de un acoplamiento cuadrado, cuyo esquema se muestra en la figura 2, su velocidad instantánea de salida es variable lo que se transmite al guijo superior.

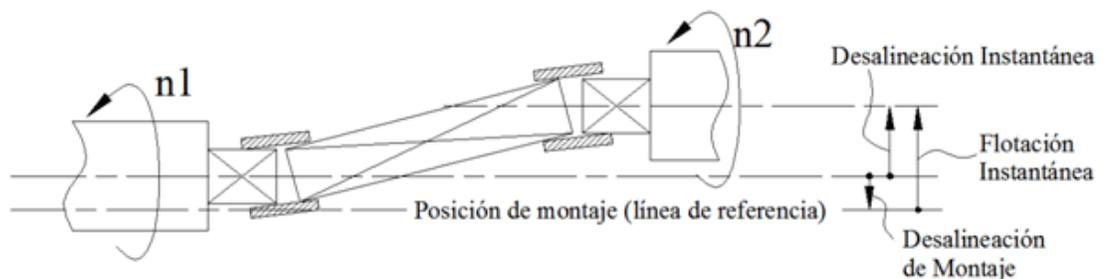


Fig. 2. Esquema del funcionamiento de la transmisión por acoplamiento cuadrado. Fuente [5]

- Okamura* [12] y [13] analiza el funcionamiento de los acoplamientos cuadrados y desarrolla ecuaciones para determinar las cargas adicionales que introducen en el guijo superior, en éstas la excentricidad tiene un papel importante y por lo tanto su fluctuación también.
- 2- La transmisión del movimiento del guijo superior a los inferiores se realiza mediante coronas de molino, que son engranajes con perfil no evolvente y distancia entre centros variable como resultado de la flotación de la maza superior. Al estudio de la cinemática de estos engranajes se han dedicado varios trabajos [7], [14], [15] y [16], en uno de ellos se determina la carga dinámica que se produce por las características del perfil de los dientes de las coronas y considera el efecto de la flotación [7]. En los trabajos anteriores se destaca que la flotación de la maza superior incrementa la carga dinámica en estos engranajes aunque no se toma en cuenta.
 - 3- La flotación de la maza superior. Este produce fluctuaciones instantáneas en la carga que actúa sobre los quijos y es resultado del grosor de colchón de bagazo que necesariamente varía dentro de ciertos límites.

En la figura 3 se pueden apreciar los resultados de mediciones experimentales del torque requerido para el trabajo de los molinos [17] y [18] siendo evidente que existe una gran irregularidad en la carga durante su funcionamiento observándose variaciones de hasta un 30%. La mayor parte de estas irregularidades son debidas a las causas anteriormente señaladas, en las que la flotación de la maza superior tiene una marcada influencia.

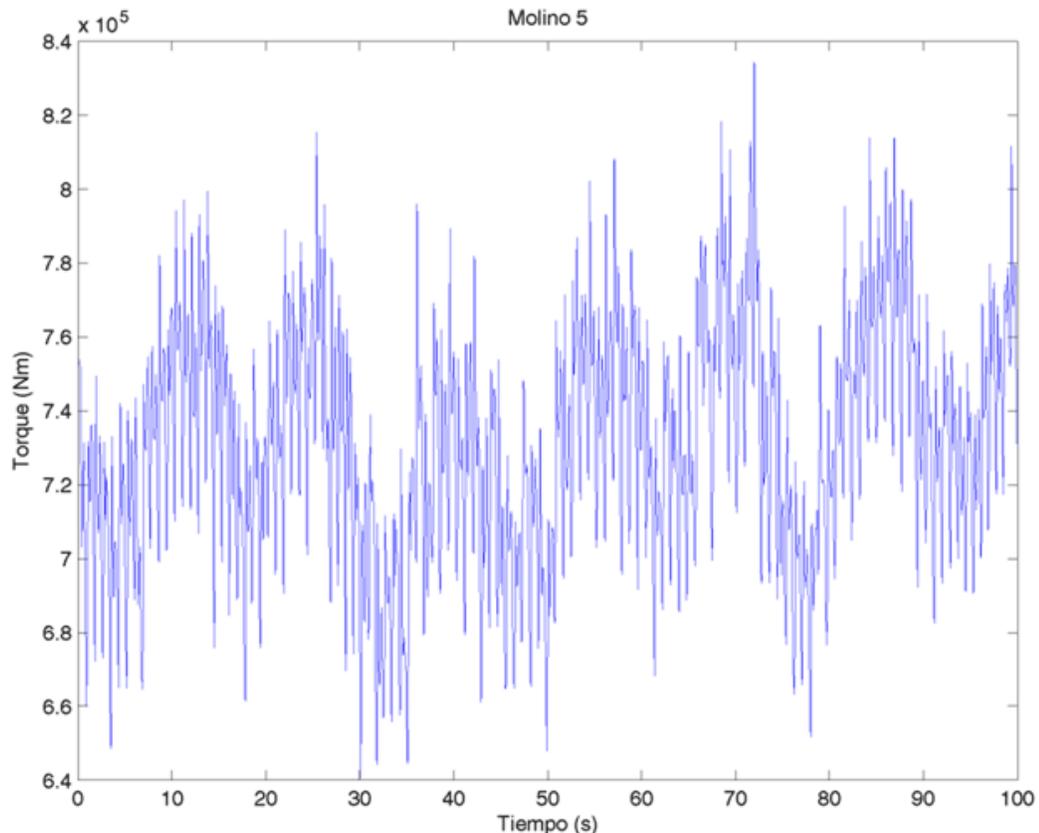


Fig. 3. Registro de datos de un sistema con carga. Fuente: [17]

El presente trabajo tiene el propósito de desarrollar un modelo matemático que describa la flotación de la maza superior y permita estudiar su efecto sobre los elementos del molino y considerarlos en sus cálculos.

Métodos

Arzola [5] midió experimentalmente en tiempo real los valores de la flotación del guijo superior en función del tiempo de trabajo del molino, los resultados obtenidos le permitieron determinar aproximadamente que porcentaje del tiempo de trabajo el valor de la flotación se encontraba dentro de cada uno de los cinco rangos en que la dividió, y considerarlo en la estimación de las cargas que el acoplamiento cuadrado introduce al guijo superior producto de la desalineación

En un trabajo posterior [19], a partir de este análisis discreto de las cargas suplementarias que producen los acoplamientos cuadrados producto de la flotación, se analiza su influencia sobre la vida útil de los guijos y se concluye que “la durabilidad de los árboles de los molinos de caña de azúcar está marcada en gran medida por la desalineación que posea el árbol superior con respecto al árbol de salida del reductor de baja.” Sin embargo estas ecuaciones no permiten considerar la cinemática de la variación de la flotación en la determinación de las magnitudes de las cargas suplementarias.

Mediante una instalación experimental similar a la que se emplea por Arzola [5], se midieron los valores de flotación instantánea en el CAI 14 de Julio en Cienfuegos.

Las mediciones se realizaron de manera continua, en la figura 4 se muestran tres fracciones distintas de 180 segundos cada una.

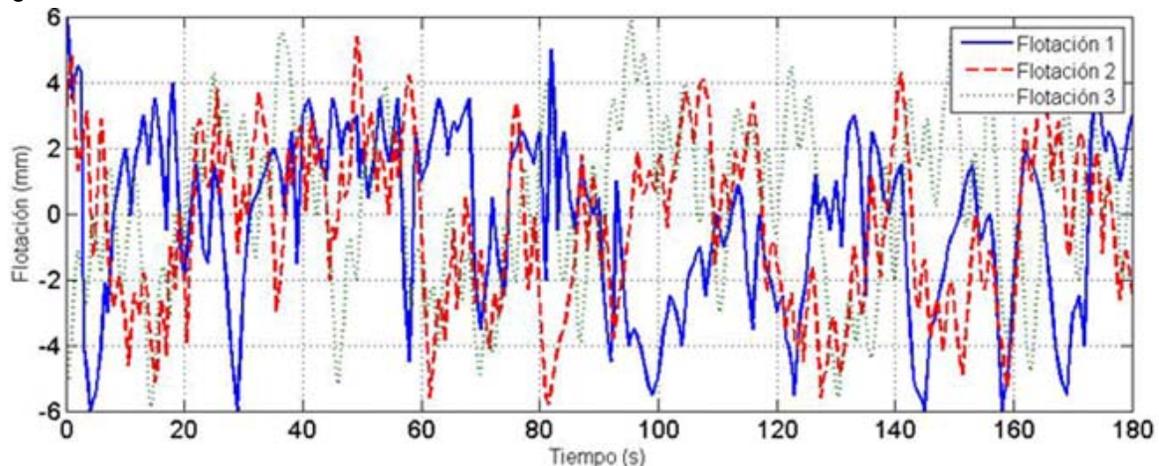


Fig. 4. Flotación instantánea medida experimentalmente

Los valores de la flotación son variables aleatoriamente en el tiempo pero en un rango determinado, lo que le hacen mantener un comportamiento funcionalmente cíclico y para lograr un buen ajuste se necesitan funciones de alto orden, y su comportamiento es similar a cuando se ajustan varios intervalos significativos y luego se integran mediante una función definida por partes. Para realizar el ajuste se define primeramente la muestra que se tomará.

Resultados y discusión

Para la modelación se tomara el tiempo que demora en dar una revolución completa el árbol del molino, es decir el periodo de rotación del molino:

$$T = \frac{2\pi}{W1} \quad (1)$$

Donde:

T: tiempo que demora en dar una vuelta completa (s)

W1: velocidad angular media del árbol del molino (rad/s)

Si se toma un tiempo t_m de medición determinado se obtienen tantos intervalos consecutivos posibles como el número de veces que el periodo sumado de este tiempo, por lo que se puede obtener un número determinado de ajustes que pueden conformar los distintos intervalos de una función definida por partes, la que describe la variación de la distancia entre centros durante dicho tiempo de funcionamiento.

Estas funciones podrán ser empleadas en cualquier modelo de cálculo que se pueda desarrollar para los molinos o sus partes.

Para modelar en un tiempo t_m determinado la cantidad de subintervalos a ajustar será igual al número de vueltas que realice el árbol en ese tiempo y el tiempo de las mediciones a ajustar estará dado por los intervalos:

$$(i-1) \cdot T \leq t_i \leq i \cdot T \tag{2}$$

Donde:

t_i : tiempo de cada uno de los subintervalos a los que se le realizará el ajuste (s).

i : números enteros que define los distintos intervalos a ajustar. $i = 1 : \frac{t_m}{T}$

t_m : tiempo que se desea modelar la flotación.

Para el molino donde se realizaron las mediciones la velocidad media de rotación fue:

$$W1 = 4.8rpm = 0.5027 \text{ rad/s} \tag{3}$$

Por lo que sustituyendo en la ecuación (1) se obtiene:

$$T = \frac{2\pi}{0.5027} = 12.50s \tag{4}$$

Para modelar $t_m=100s$ de funcionamiento $i = 1 : \frac{t_m}{T} = 1 : 8$ por lo que serán 8 intervalos de flotación a ajustar.

En la figura 5 se muestran la gráfica del ajuste de los 4 primeros subintervalos equivalentes a un periodo de rotación.

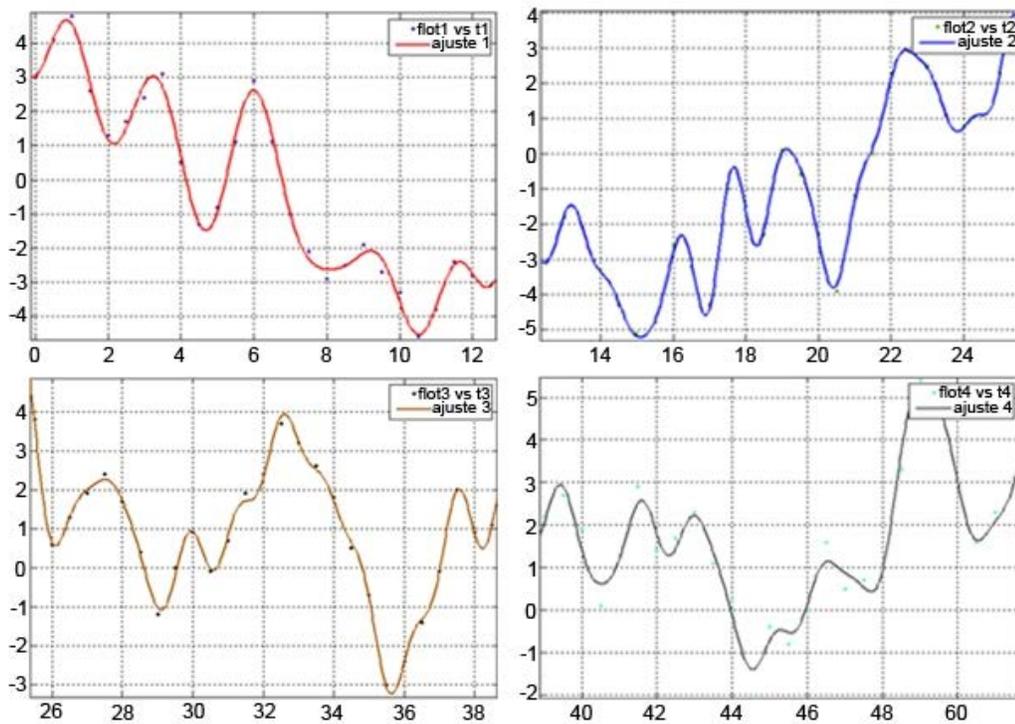


Fig. 5. Ajuste de cuatro intervalos de tiempo consecutivos

Procesando las mediciones en el software MATLAB se realiza el ajuste a una función de suma de senos de octavo orden para cada uno de los 8 subintervalos de tiempo.

Los ajustes realizados mostrados en la figura 5 responden a ecuaciones del tipo:

$$flot_i = \sum_j a_{ij} \cdot \sin(b_{ij} \cdot t_i + c_{ij}) \tag{5}$$

Donde:

flot : flotación instantánea del árbol superior (mm).

j : números del orden de la ecuación a ajustar.

De esta forma resulta para la flotación en general dada en un tiempo determinado.

$$flot(t) = \left\{ \sum_j a_{ij} \cdot \sin(b_{ij} \cdot t_i + c_{ij}) \quad : (i-t) \cdot T \leq t_i \leq i \cdot T \right\} \quad (6)$$

Donde: a, b, c, matrices de los coeficientes de los ajustes realizados: $a = [a_{ij}]$; $b = [b_{ij}]$; $c = [c_{ij}]$

En este caso para modelar un tiempo $t_m=100s$ en un periodo de rotación T dado por la ecuación (4) se obtiene $i = \overline{1:8}$. Además si los ajustes son de orden $j = \overline{1:8}$. Resulta:

$$flot(t) = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_1^8 a_{1j} \cdot \sin(b_{1j} \cdot t + c_{1j}) & : 0 \leq t \leq 12.5 \\ \sum_1^8 a_{2j} \cdot \sin(b_{2j} \cdot t + c_{2j}) & : 12.5 \leq t \leq 25 \\ \sum_1^8 a_{3j} \cdot \sin(b_{3j} \cdot t + c_{3j}) & : 25 \leq t \leq 37.5 \\ \sum_1^8 a_{4j} \cdot \sin(b_{4j} \cdot t + c_{4j}) & : 37.5 \leq t \leq 50 \\ \sum_1^8 a_{5j} \cdot \sin(b_{5j} \cdot t + c_{5j}) & : 50 \leq t \leq 62.5 \\ \sum_1^8 a_{6j} \cdot \sin(b_{6j} \cdot t + c_{6j}) & : 62.5 \leq t \leq 75 \\ \sum_1^8 a_{7j} \cdot \sin(b_{7j} \cdot t + c_{7j}) & : 75 \leq t \leq 87.5 \\ \sum_1^8 a_{8j} \cdot \sin(b_{8j} \cdot t + c_{8j}) & : 87.5 \leq t \leq 100 \end{array} \right\} \quad (7)$$

La bondad de los ajustes realizados estuvo entre 0.98 y 0.99 y el valor de los coeficientes obtenidos del ajuste se pueden apreciar a continuación:

$$a = \begin{bmatrix} 3.627 & 3.852 & 1.117 & 0.6454 & 0.566 & 0.2197 & 3.925 & 0.5642 \\ 1.3 & 3.778 & 1.023 & 0.2331 & 0.3422 & 0.3228 & 0.686 & 0.6268 \\ 1.926 & 5.816 & 0.9328 & 445.4 & 445.2 & 62.74 & 62.56 & 0.2942 \\ 10.76 & 9.164 & 0.9117 & 1.338 & 0.5698 & 0.6132 & 0.4306 & 0.4278 \\ 3.327 & 1.806 & 5.626 & 5.383 & 5.648 & 5.597 & 2.305 & 2.297 \\ 2.34 & 1.392 & 1.25 & 1.008 & 0.4788 & 0.5306 & 0.4307 & 0.3419 \\ 2.785 & 2.59 & 0.4431 & 2.668 & 2.596 & 0.5398 & 0.4413 & 0.1166 \\ 1.594 & 1.684 & 1.191 & 0.3852 & 0.327 & 4.429 & 8.079 & 3.856 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0.6788 & 0.7542 & 2.489 & 2.004 & 1.671 & 3.438 & 0.1552 & 2.929 \\ 1.343 & 0.1986 & 2.062 & 2.506 & 5.552 & 4.731 & 3.395 & 4.077 \\ 0.9117 & 0.0201 & 1.273 & 2.377 & 2.377 & 4.274 & 4.275 & 5.04 \\ 0.135 & 0.2116 & 1.966 & 0.9156 & 2.428 & 3.388 & 5.064 & 3.685 \\ 0.4838 & 1.002 & 2.252 & 2.209 & 3.54 & 3.558 & 5.212 & 5.232 \\ 0.2701 & 1.152 & 1.457 & 0.7154 & 3.02 & 2.464 & 1.975 & 6.075 \\ 0.1906 & 0.5499 & 1.534 & 2.152 & 2.249 & 3.282 & 3.658 & 4.636 \\ 0.4462 & 1.023 & 1.222 & 1.957 & 2.74 & 4.803 & 4.865 & 4.93 \end{bmatrix}$$

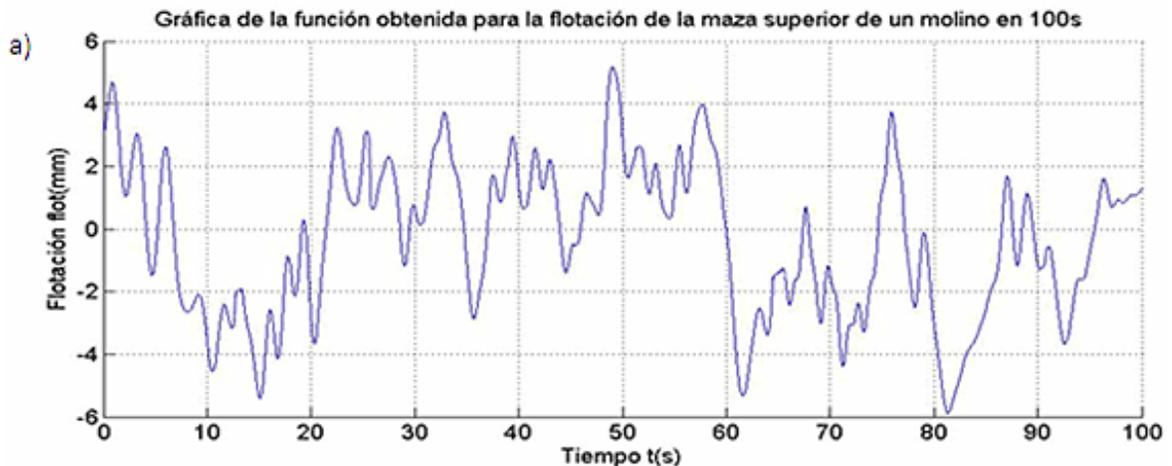
$$c = \begin{bmatrix} -0.1481 & 2.652 & -1.123 & 1.585 & -2.467 & -0.5122 & 2.214 & -1.551 \\ -16.36 & 2.042 & -12.7 & -10.28 & -27.08 & -24.79 & -20.67 & -20.44 \\ 3.474 & 8.597 & 3.053 & 19.03 & -15.51 & -0.9796 & 20.96 & 7.421 \\ 8.895 & 14.78 & -0.8091 & 0.6684 & 1.649 & -1.014 & 11.71 & 6.749 \\ -0.516 & -0.5571 & 16.22 & -9.568 & -1.269 & 25.89 & -12.88 & 20.41 \\ -1.638 & -9.48 & 3.65 & -15.09 & -2.47 & 4.655 & 1.409 & -0.6502 \\ 7.511 & 41.43 & -0.9594 & -13.87 & 18.83 & -19.56 & -9.885 & 31.12 \\ 7.286 & -3.196 & 30.49 & 7.118 & -22.81 & -27.59 & 13.59 & 60.69 \end{bmatrix}$$

Los ajustes obtenidos tal y como se aprecia en la figura 5 y en la bondad obtenida de los son suficientemente buenos con una nivel de significación superior al 95%.

De esta manera se puede concluir que la ecuación (6) puede ser empleada para modelar la flotación de la maza superior en el estudio del funcionamiento de un molino o de sus partes.

Derivando la ecuación (6) se pueden determinar las expresiones de velocidad y aceleración de la variación de la distancia entre centros que son importantes en el análisis de las cargas dinámicas que esta produce sobre los elementos del molino.

El comportamiento de la cinemática de la distancia entre centros se puede apreciar a través de la función de posición expresada por la ecuación (7) y sus derivadas de primer y segundo orden respecto al tiempo, las que definirán la velocidad ($V_f = \frac{dflot}{dt}$) y aceleración ($A_f = \frac{dV_f}{dt} = \frac{d^2fлот}{dt^2}$) de la variación de la flotación. Las curvas que se obtienen de estas ecuaciones se muestran en la figura 6.



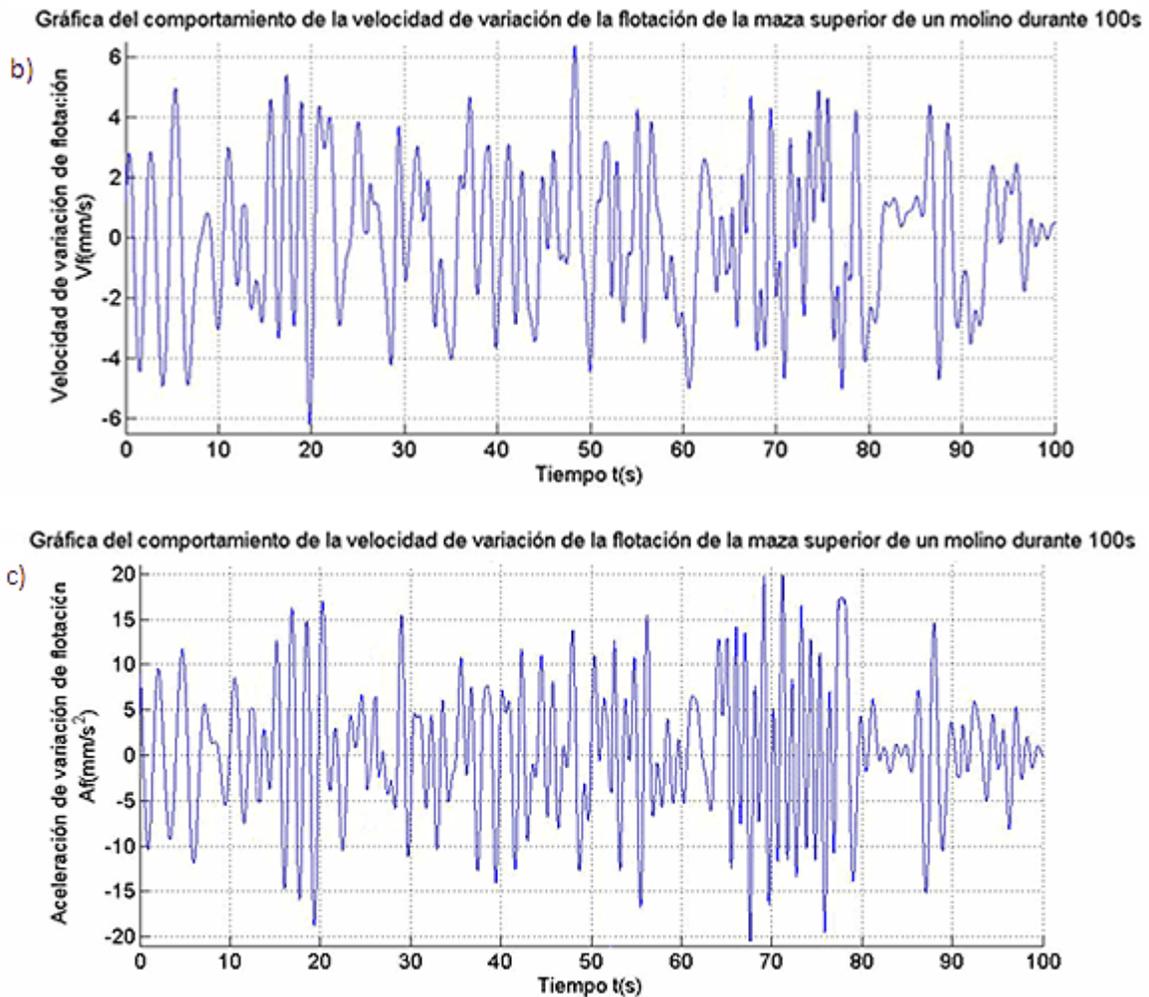


Fig. 6. Gráficas de la cinemática de la flotación de la maza superior de un molino de caña de azúcar a) flotación instantánea. b) velocidad de flotación instantánea. c) aceleración de flotación instantánea

En la figura 6b se puede apreciar que la velocidad de variación de la flotación instantánea en el caso del molino del central 14 de Julio se enmarca en el rango de -6mm/s hasta 6mm/s y de la figura 6c que la aceleración varía aproximadamente desde -20mm/s^2 hasta 20mm/s^2 . Aunque estos valores son relativamente pequeños, si se toma en cuenta que los elementos principales de un molino tienen grandes pesos del orden de las toneladas, es importante considerar la influencia de la flotación y las cargas dinámicas que pueden producir durante el funcionamiento ya que estas podrían ser significativas para la resistencia y fiabilidad del molino, lo que ha sido reconocido en numerosos trabajos [3], [10], [17] y [19]

Conclusiones

- 1- El ajuste de las mediciones instantáneas de flotación de la maza superior de un molino, permite determinar una función analítica que responda a la cinemática de este movimiento de modo que pueda ser empleada en algún otro modelo general para el molino.
- 2- Las curvas de velocidad y aceleración obtenidas muestran que los valores tienen un comportamiento variable cíclicamente en el tiempo por lo que éstos pueden producir cargas dinámicas suplementarias sobre los distintos elementos del molino durante su funcionamiento.

Referencias

1. Bernard, A. *Sugar Cane Mill*. Societe dite: Compagnie de Fives-Lille, assignee. Paris, France patent 2612101. 22 febrero 1946. [Consultado el: 4 de enero de 2011].
Disponible en: <http://www.google.com/patents?id=vfBkAAAAEBAJ&zoom=4&pg=PA5#v=onepage&q&f=false>
2. WILDE, D. *Cane-Mill*. Daniel Wilde, of Washington, Iowa, assignee Washington. United States patent 255228. December 2, 1881. [Consultado el: 4 de enero de 2011].
Disponible en: <http://www.google.com/patents/about?id=Zg1bAAAAEBAJ> .
3. Adam, C. J. y Loughran, J. G. "Finite element prediction of the performance of sugarcane rolling mills". *International Sugar Journal*. 2007. vol. 109, nº 1301, p. 272-284 [Consultado el: 14 de marzo de 2011].
Disponible en: <http://eprints.qut.edu.au/12510/>. ISSN 0020-8841.
4. Coronado, J., Rivas, J. y León, A. "Estudio tribológico en chumaceras y ejes de molino de caña de azúcar". *Dyna*. 2004. vol. 7, nº 1, p. 1-8 [Consultado el: 18 de abril de 2011].
Disponible en: <http://www2.unalmed.edu.co/dyna2005/144/ESTUDIO%20TRIBOL%20D3GICO.htm> .
ISSN 0012-7353.
5. Arzola, N. "Esquema de análisis para los árboles de los molinos de caña de azúcar y aplicación de la Mecánica de la Fractura en la evaluación de la falla por fatiga". Tesis doctoral. Universidad Central de Las Villas, Santa Clara. Cuba. 2003.
6. Coronado, J. J. "Fracture mechanics approach of repaired top roll shafts in cane mill". *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*. 2005. vol. 16, nº 6, p. 419-429. [Consultado el: 12 de febrero de 2011].
Disponible en: <http://www.reference-global.com/toc/jmbm/16/6> . ISSN 0334-8938.
7. Cabello Ulloa, M. J. "Modelo matemático para el análisis cinemático y dinámico de las coronas de molinos de caña de azúcar". Tesis de maestría. Universidad de Cienfuegos, Cienfuegos. Cuba. 2010.
8. Rivas, J., Rodríguez, S. y Coronado, J. "Análisis de la confiabilidad de los ejes de molino de caña de azúcar". *Tecnura*, 2004. vol. 8, p. 45-54 [Consultado el: 22 de enero de 2011]. Disponible en:
http://tecnura.udistrital.edu.co/main/index.php?option=com_remository&Itemid=59&func=fileinfo&filecatid=20&parent=folder . ISSN 0123-921X.
9. Rodríguez, S., Coronado, J. y Arzola, N. "Predicción de vida remanente en ejes de masa superior de molino de caña". *Ingeniería e Investigación*, 2006. vol. 26, nº 1, p. 78-85 [Consultado el: 9 marzo 2011],
Disponible en: <http://www.revistas.unal.edu.co/index.php/ingeinv/article/view/14686> . ISSN 0120-5609.
10. Rodríguez, S., Coronado, J. J. y Arzola, N. "Life prediction for the top roller shafts of sugar mills". *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*, 2006. vol. 17, nº 5, p. 327-336
[Consultado el: 14 de mayo de 2011],
Disponible en: <http://www.reference-global.com/toc/jmbm/17/5> . ISSN 0334-8938.
11. Arzola, N., Goytisolo, R., Pérez, R., et al. "Determinación de la vida remanente de los árboles de los molinos de caña de azúcar con grieta semi-elíptica superficial". *Ingeniería Mecánica*, 2003. vol. 6, nº 2, p. 43-52 [Consultado el: 14 abril 2011],
Disponible en: <http://www.ingenieriamecanica.cujae.edu.cu/index.php/revistaim/article/view/253/594>
ISSN 1815-5944.
12. Okamura, H., Tanaka, H. y Terao, M. "Square box couplings in cane mill Drives-1". *International Sugar Journal*, 1972. vol. 74, nº 886, p. 291-293. ISSN 0020-8841.
13. Okamura, H., Tanaka, H. y Terao, M. "Square box couplings in cane mill Drives-2". *International Sugar Journal*. 1972. vol. 74, nº 887, p. 323-327. ISSN 0020-8841.
14. Cabello Eras, J. J. "Cinemática, transmisión de la carga, lubricación y resistencia superficial de las coronas de molinos de caña de azúcar". Tesis doctoral. Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba. 1999.
15. Moya, J. "Diseño de coronas de molinos de caña de azúcar". Tesis doctoral. Universidad Central de Las Villas, Santa Clara, Cuba. 1994.
16. Negrín, L. y Franco, R. Estudio de las curvas epicicloide y evolvente para formar el perfil de los engranajes que operan con distancia entre centros variable. *Ingeniería Mecánica*. 2007. vol. 10, nº 3, p. 71-76
[Consultado el: 14 de abril de 2011],
Disponible en: <http://www.ingenieriamecanica.cujae.edu.cu/index.php/revistaim/article/view/142/476> .

17. Rosero, E. y Ramirez, J. "Modelado y control de molinos de caña de azúcar usando accionamientos eléctricos". *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)*, 2009. vol. 6, nº 3, p. 44-53 [Consultado el: 17 de febrero de 2011].
Disponible en: <http://recyt.fecyt.es/index.php/RIAI/article/view/1626> . ISSN 1697-7920.
18. Partanen, A. G. y Bitmead, R. R. "The application of an iterative identification and controller design to a sugar cane crushing mill". *Automatica*, 1995. vol. 31, nº 11, p. 1547-1563 [Consultado el: 29 de febrero de 2011]. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V21-3YMFVDD-J/2/b4e885b6841873e421caf312d89bf50d> . ISSN 0005-1098.
19. Arzola, N. y Goytisoló, R. "Estudio sobre la desalineación de montaje óptima del árbol superior de los molinos de caña de azúcar". *Ingeniería y Competitividad*, 2006, vol. 8, nº 2, p.17-24.
[Consultado el: 17 de marzo de 2011]. Disponible en:
http://revistaingenieria.univalle.edu.co/paquetes/busqueda/index.php?Accion=DetalleArticulo&art_codigo=157&PHPSESSID=. ISSN 0123-3033.