

# Comportamiento no lineal y caótico en una bomba centrífuga operando en estado de cavitación

# Nonlinear and chaotic behavior in a centrifugal pump operating in state of cavitation

# Juan-E. Álvarez-Naranjo, Héctor-F. Quintero-Riaza, Juan-F. López-López

Universidad Tecnológica de Pereira. Grupo de Investigación Procesos de Manufactura y Diseño de Máquinas. Pereira, Colombia.

Correo electrónico: jealvarez@utp.edu.co

Recibido: 29 de diciembre de 2014 Aceptado: 2 de abril de 2015

#### Resumen

Mejorar la precisión en el diagnóstico y pronóstico del mantenimiento industrial ha sido una tarea de constante investigación debido a la necesidad de preservar el continuo funcionamiento de las máquinas de producción. En el presente trabajo se estudió la bomba centrifuga en estado de cavitación. Se construyó un banco de pruebas y mediante obstrucción del fluido hacia el rodete del equipo por medio de la válvula de succión, se registraron las señales temporales mediante un acelerómetro. Posteriormente, se empleó un estudio no lineal y caótico para representar la geometría en el espacio de fases y su validación se

realizó con el registro de datos de la bomba centrífuga operando sin cavitación y con máxima eficiencia. Los resultados mostraron que la dinámica del sistema actúa de forma no lineal y caótica, representado el fenómeno de cavitación con una geometría característica.

**Palabras claves:** bomba centrífuga, cavitación, caos, dinámica no lineal, espacio de fases, serie temporal.

#### Abstract

Improving accuracy in the diagnosis and prognosis of industrial maintenance has been a constant task of research to preserve the continuous operation of machines. Today is necessary to improve this technique for avoiding reductionism that the traditional linear techniques employ. In this paper it is studied the centrifugal pump cavitation state. To simulate the phenomenon, a test bed is constructed and the fluid is blocked toward the impeller of pump by the suction valve, the time signals were recorded using an accelerometer. Subsequently, a chaotic nonlinear study was used

to represent the geometry in the phase space and validation was performed with the data recording operation of the centrifugal pump without cavitation and with maximum efficiency. The results showed that the system dynamics is non-linear and chaotic, and the cavitation is represented with a characteristic geometry.

**Key words:** centrifugal pump, cavitation, chaos, dynamic nonlinear, phase space, time serie.

# Introducción

La bomba centrífuga es la segunda máquina más utilizada a nivel industrial en áreas energéticas, petroleras, alimenticias, manufactureras, esto de acuerdo con el departamento de energías *United States Industrial Electric Motor Systems Market Opportunities Assessment* [1] donde refiere la disponibilidad esencial y según datos estadísticos, es el equipo con mayor probabilidad de fallo sobre otros sistemas mecánicos [2,3].

Los defectos en bombas hidráulicas generan consecuencias en el rendimiento del equipo, particularmente el defecto de cavitación ha sido uno de los temas más debatidos en la literatura sobre bombas centrífugas [4]. La cavitación puede causar efectos indeseables como el deterioro del rendimiento hidráulico daño de la bomba por picaduras, erosión y la vibración estructural [5,6].

Uno de los métodos empleados comúnmente para el procesamiento de la naturaleza temporal de la señal de vibraciones por medio de la transformada de Fourier y la transformada de Wavelet. Mientras que en el primer análisis la debilidad es en el dominio de la frecuencia, para el segundo método, la pérdida de información y precisión de clasificación por inutilizar el tiempo, es consecuencia inevitable[7,8].En cuanto a las metodologías para el entrenamiento de máquinas han sido investigado recientemente en el diagnóstico de fallas las redes neuronales difusas, el análisis de componentes principales, pruebas de teoría de detección (*Detection Signlas*, DS) y las máquinas de soporte vectorial (*Support Vector Machine*, SVM) [5], sin embargo, los inconvenientes principales de estas metodologías son el sobreajuste, la convergencia local, y la dificultad de determinar capas ocultas [5,9,10]. Mientras tanto, el problema con las máquinas de soporte vectorial es fijar de antemano correctamente sus hiperparámetros para no causar un bajo rendimiento, además el procedimiento tiene alta complejidad algorítmica y requiere memorias extensas de programación cuadrática para tareas a gran escala [11]. En [3] se investiga la técnica de reducción de dimensionalidad de componentes principales (Principal

Component Analysis, PCA) y nueve técnicas de reducción: (1) Kernel, (2) Isomap, (3) Máxima Varianza Desplegada, (4) mapas de difusión, (5) Incorporación lineal a nivel local, (6) laplacianos*Eigenmaps*, (7) Hesse, *Locally Linear Embedding* (LLE) (8) Análisis local espacio tangente y (9) gráficos múltiples.

Actualmente son necesarios otros procedimientos en el procesamiento y extracción de características de la señal temporal que permitan superar el reduccionismo y el determinismo extremo, entre los cuales se destacan los sistemas dinámicos no lineales. Las características no lineales son encontradas en bombas hidráulicas debido a la presencia universal de caos y fenómenos intrínsecos. En [5] se estudia la combinación de la teoría de caos con las máquinas de soporte vectorial para detectar varios tipos de fallas en una bomba de émbolo con la predicción de una etapa de las series caóticas temporales. Otra investigación en la que se presenta la predicción de una etapa de las series caóticas temporales se muestra en [2], donde se entrena una red de función base radial caótica paralela (*Radial Basis Function Chaotic Parallel*, CPRBF) utilizando conjunto de datos de estado normal y de falla de una bomba hidráulica. En [12] se presenta la metodología para el cálculo de la dimensión de embebimiento y el tiempo de retardo, siendo parámetros estudiados en el análisis no lineal necesario para conocer las características estadísticas del sistema.

En el presente trabajo se determina la dinámica presente en una bomba centrífuga operando en estado de cavitación mediante el registro de señales temporales. Se revisa el comportamiento natural de la señal por medio de sus propiedades estadísticas empleando el test de recorrido o *runtest*, posteriormente, se calcula la dimensión de embebimiento y el tiempo de retardo por medio del algoritmo de falsos vecinos y la función de autocorrelación respectivamente. Los coeficientes de Lyapunov son encontrados para determinar si el sistema es sensible a las condiciones iniciales y finalmente se reconstruye el espacio de fases con el atractor característico del fenómeno y se valida con el atractor hallado para una condición óptima de operación de la bomba centrífuga.

# Métodos

#### Dinámica de un sistema no lineal

Dadas las ecuaciones de movimiento de un sistema dinámico de orden n, como se expresa en la ecuación 1

$$\dot{\mathbf{x}}_{i} = \mathbf{f}_{i}(\mathbf{x}_{1}, \dots, \mathbf{x}_{n}, t), \quad i \in 1, n \subset \mathbb{N}$$

Se dice que es un sistema no lineal cuando alguna de las funciones  $f_1$  es no lineal en las variables  $x_1$ . Es decir no cumple con el principio de superposición. Estos sistemas son más complejos de analizar y a menudo exhiben un fenómeno conocido como caos, con comportamientos totalmente imprevisibles y una gran sensibilidad a las condiciones [13].

En un análisis experimental, la mayoría de las ocasiones no se tiene conocimiento previo de la dinámica del fenómeno, como tampoco de las ecuaciones que gobiernan su comportamiento, solo se conoce un grupo de mediciones experimentales que se denomina serie temporal, a partir de esto se determina si el sistema se comporta de una manera lineal, no lineal o caótica.

#### Análisis de estacionariedad

El primer paso para analizar el comportamiento no lineal de una serie temporal es conocer su estacionariedad, es decir, la probabilidad que en un instante de tiempo en el registro de los datos sea fija para todos los momentos, en consecuencia los parámetros como la media (ecuación 2) y la varianza (ecuación 3) no se alteran en ningún instante [14].

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n$$
(2)
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N} (x_n - \bar{x})^2}$$
(3)

El software matemático Matlab cuenta con la función *runtest* que permite determinar la media y la varianza a un vector de datos directamente, verificando la hipótesis de la distribución de los datos. Esta función será empleada en el análisis del trabajo.

#### Reconstrucción del espacio de fase y teoría caótica

Después de reconocer un comportamiento no lineal del sistema, se realiza la reconstrucción del espacio de fases. El espacio de fase puede ser reconstruido a partir de la observación de una serie de tiempo de embebimiento m y un tiempo de rezago  $\tau$ . Estos parámetros logran representar en el espacio de fase un atractor, el cual es la representación de un sistema caótico y exhibe una gran dependencia de las condiciones

(1)

iniciales, cuya dimensión no es un número entero [14]. Para establecer el tiempo de rezago  $\tau$ , se utiliza el primer valor cercano a cero en el cálculo de la función de autocorrelación.

La función de autocorrelación es definida por (4):

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x}) (x_{i+\tau} - \bar{x})$$
(4)

Determinar la dimensión del espacio de fase *m* es necesario con el objetivo de desdoblar las órbitas del atractor y evitar las autointersecciones que podrían encontrarse en espacios de menores dimensiones. Un método para encontrar la dimensión de embebimiento, es el Método de Falsos Vecinos. Este método consiste en suponer que la dimensión mínima para una serie  $\{x^1, x^2, ..., x^N\}$  es $m_0$ , lo cual significa que en el espacio de retardo de dimensión $m_0$ , el atractor reconstruido es una imagen uno a uno del atractor en el espacio de fase original. Las propiedades topológicas se preservan, y los vecinos de un punto dado son trasladados a vecinos del espacio de retardo. La forma y el diámetro de los puntos de la vecindad son transformados de acuerdo con el exponente Lyapunov [15], el cual a su vez cumple con el objetivo de determinar un comportamiento no lineal y caótico de las series de tiempo.

El algoritmo de los falsos vecinos es el siguiente. Se supone que se tiene la reconstrucción del espacio de estados en la dimensión *m* para cada vector de datos (5),

 $v_i = (x_i, x_{i+T}, \dots, x_{i+(m-1)T})$ 

(5)

Donde el tiempo de retardo  $\tau$  es el obtenido de la información mutua promedio. Se observa su vecino más cercano (6),

$$v_{i}^{fv} = \left(x_{i}^{fv}, x_{i+1}^{fv}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}^{fv}\right)$$
(6)

Posteriormente, Se calcula la distancia  $||v_i - v^{fv}||$ , se itera en ambos puntos, y se calcula (7):

$$R_{i} = \frac{|X_{i+(m-1)T} - X_{i+(m-1)T}^{TV}|}{\|V_{i} - V_{i}^{TV}\|}$$
(7)

Donde R<sub>i</sub> excede un umbral R<sub>t</sub> dado, este punto es marcado como el falso vecino más cercano.

La dimensión del espacio de fases debe ser la necesaria para que la estructura geométrica proyectada o atractor, sea completamente relevada, es decir concluir si los puntos cercanos en el espacio de fases se encuentran allí debido a la dinámica del sistema o simplemente a causa de una inadecuada proyección, es decir a una superposición de la trayectoria [13].

#### **Banco experimental**

El banco experimental utilizado se muestra en la figura 1. Está integrado por una bomba centrífuga de 3 álabes con una velocidad de rotación de3450 rpm, acoplada a unmotor eléctrico de 1 HP.



Fig. 1. Banco de pruebas experimental para simular el efecto de cavitación en una bomba centrífuga monoblock

El régimen de operación óptimo de la bomba centrífuga fue calculado experimentalmente y se muestra en la figura 2. Las curvas características de la bomba centrífuga que corresponden a la altura que da la bomba y a la eficiencia para determinado caudal. El punto de mayor eficiencia se encuentra cuando la bomba opera entre 115 y 120 L/min.



Fig. 2. Curvas características de la bomba centrífuga

El registro de la señal temporal es capturado mediante un acelerómetro marca SHINKAWA, con sensibilidad de 100 mV/G ubicado en la parte axial al rodete de la bomba como se muestra en la figura 3. El sistema de adquisición de datos registra una frecuencia de muestreo de 51,2 kHz.



Fig. 3. Acelerómetro ubicado en posición axial al rodete de la bomba centrífuga

### Condición defectuosa de operación

Para generar el fenómeno de cavitación, y simular un efecto negativo en la condición de operación de la bomba centrífuga, se varía el ángulo de apertura de la válvula de succión del banco experimental para interrumpir el flujo del fluido produciendo burbujas de vapor de agua que son llevadas hacia el rodete de la bomba.

La señal en condición defectuosa de operación es registrada en el dominio del tiempo. Esta corresponde al vector de datos de referencia. La figura 4 representa la forma de onda de la serie temporal, visualizando el vector de datos y el vector de tiempo con el software matemático Matlab.



Fig. 4. Forma de onda de la señal temporal

#### Comportamiento del sistema

Al obtener el vector de datos, este se somete a una valoración de su comportamiento aleatorio, esto se hace con el test de recorrido *runtest*, que demuestra si los datos se encuentran uniformemente distribuidos o no. Esta función está incorporada en el *toolbox* estadístico del software matemático de Matlab. El resultado se interpreta por hipótesis en la cual, una hipótesis nula representa que los datos se encuentran uniformemente distribuidos, de lo contrario es rechazada.

La comprobación de la hipótesis nula en la cual trabaja el *runtest*, arrojó resultados del vector de datos registrados en condición defectuosa igual a 1, lo cual rechaza la hipótesis indicando que los datos no cumplen un comportamiento lineal.

#### Cálculo del Tiempo de rezago y dimensión de embebimiento

Después de encontrar un comportamiento no distribuido uniformemente en los datos experimentales encontrados para el estado de cavitación de la bomba centrífuga, se comienza a realizar el tratamiento de la señal encontrando las propiedades de los elementos que lo componen mediante análisis no lineal.

El tiempo de rezago de un sistema puede definirse como la información necesaria para predecir qué hará el sistema un tiempo después. Debido a que la dinámica del sistema no se hace visible a partir de las observaciones de una sola variable, se requiere un espacio multidimensional. Por tal razón, se debe hacer un gráfico retrasado y(t)a partir de coordenadas retrasadas, es decir,  $y(t) = [x(t), x(t - \tau_1), x(t - \tau_2), ... donde \tau_i$  se logra a partir de analizar cuándo una función de correlación no lineal tiene su primer mínimo. La figura 5 representa la función de autocorrelación para el vector de datos registrados.



Fig. 5. Función de autocorrelación de la serie temporal para estimar el tiempo de rezago

De la figura 5 se deduce que,  $\tau=6$ .

Para el cálculo de la dimensión de embebimiento *m*, se utiliza el algoritmo propuesto por [13] el cual utiliza el valor de  $\tau$  y el método de los falsos vecinos cercanos. Se deben estudiar los puntos y su vecindad en las diferentes dimensiones, hasta que se pueda establecer que la cercanía de los puntos de la estructura obtenida obedece a una razón dinámica y no a la de una proyección geométrica de un atractor de mayor dimensión en un espacio de fases de menor dimensión. La tabla 1presenta la dimensión de embebimiento *m* calculado con el estadístico de falsos vecinos para la serie temporal.

Número de Dimensión de embebimiento <i>m</i>	1	2	3	4	5	6
Señal temporal	0,20	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00

Tabla 1. Falsos vecinos pa	oara serie temporal
----------------------------	---------------------

Como se indica en la tabla 1, si se toma *m*=4, la geometría del atractor no presentará cambios. El número de la dimensión de embebimiento, representa cuatro grados de libertad o cuatro ecuaciones diferenciales que gobiernan la evolución de las variables dinámicas.

Otra invariante topológica en sistemas no lineal importante a ser analizada son los exponentes de *Lyapunov*, los cuales son cantidades que se pueden calcular para definir la forma en que evolucionan las trayectorias de un sistema partiendo de determinadas condiciones iniciales. Su comportamiento es el siguiente: Cuando el mayor de los exponente es negativo, la trayectoria del sistema dinámico converge a un punto fijo en el espacio de fase; cuando el mayor exponente es igual a cero,  $\lambda = 0$ , la trayectoria converge a una órbita periódica, y cuando el exponente es mayor que cero  $\lambda > 0$ , el sistema es divergente, es decir su comportamiento es caótico. La tabla 2 muestra los exponentes de *Lyapunov* para la serie temporal.

Número del	λ	Número del	λ
exponente	~	exponente	'n
0	1,52294053	6	2,87690925
1	2,44530258	7	3,09682482
2	2,91826524	8	3,31090347
3	3,0967851	9	3,40937529
4	3,08541622	10	3,42322079
5	2,98857531		

**Tabla 2.** Exponentes Lyapunov encontrados para la serie temporal

Como se observa en la tabla 2, todos los exponentes encontrados en la serie temporal son positivos, lo cual indica que el sistema se comporta de una manera caótica.

La representación del atractor en el espacio de fase para la serie temporal en estado de falla en la bomba centrífuga se representa en la figura 6a. Para realizar la comparación del atractor obtenido, se realizó el mismo análisis en estado de condición normal de operación, la cual corresponde cuando la bomba trabaja con la máxima eficiencia, entre 110 y 120 L/min.  $\tau = 6$ , m = 2. El atractor obtenido se representa en la figura 6b.





Fig. 6. Representación del atractor en el espacio de fases

# **Resultados y Discusión**

Las técnicas tradicionales empleadas en el diagnóstico de fallas en máquinas industriales, en especial las máquinas hidráulicas, disminuyen la precisión al representar la dinámica del sistema de manera lineal. De esta manera, las fallas pueden llegar a ser no detectadas en un estado temprano. El estudio realizado en la presente investigación ha mostrado el comportamiento no lineal y caótico que genera la cavitación en una bomba centrífuga, evidenciándolo en la figura 6 con la representación del espacio de fases del atractor. Este análisis mostró el comportamiento más aproximado que exhibe el sistema, a diferencia de otras técnicas empleadas, como es el caso de la transformada Wavelet [8], que promedia la aleatoriedad de la señal detectada. La dimensión de embebimiento y el tiempo de rezago son parámetros necesarios para comprender el comportamiento del sistema no lineal en un espacio de estados, sin embargo, estos parámetros deben ser adecuadamente determinados para no implicar a interpretaciones erróneas de los resultados. En el presente trabajo, se emplearon algoritmos correctamente probados y fundamentados en la literatura [12,13]. Es necesario seguir investigando en este campo con otros fenómenos de bombas centrífugas, reconociendo atractores para diagnosticar de una manera más precisa y para el pronosticar fallas de manera no determinista

# Conclusiones

A partir de los datos registrados de un análisis de vibración en un banco de pruebas experimental construido para simular el fenómeno de cavitación en una bomba centrífuga y reconocer la dinámica del sistema, se reconoció el comportamiento no lineal y caótico que existe cuando opera la máquina en este estado. Este desarrollo se basó inicialmente en determinar la distribución de los datos de las señales que mostraron estar no uniformemente distribuidos, aprobando la metodología no lineal para el estudio. Posteriormente, un análisis no lineal y caótico fue empleado para encontrar las características topológicas, determinando los parámetros fundamentales como el tiempo de retardo, dimensión de embebimiento y los exponentes de Lyapunov, comprobando que el sistema es altamente sensible a las condiciones iniciales. El presente estudio indicó que

un análisis tradicional puede generar una baja precisión en el diagnóstico al sobreajustar datos aleatorios, mientras que para efectuar un pronóstico de falla, al haber una sensibilidad a las condiciones iniciales, es inviable emplear teoría lineal.

# Referencias

1. US DOE. United States Industrial Electric Motor Systems Market Opportunities Assessment. 2002.

[Citado 30 de noviembre de 2014]. Disponible en: http://www.energy.gov/sites/prod/files/2014/04/f15/mtrmkt.pdf

2. Chen L, Ning M y Zhipeng W. Fault detection for hydraulic pump based on chaotic parallel RBF network. EURASIP. Journal on Advances in Signal Processing. 2011:1-10. ISSN 1687-6180.

3. Zhou Y y Zhao P. Vibration fault diagnosis method of centrifugal pump based on emd complexity feature and least square support vector machine. Energy Procedia. 2012;17:939-45. ISSN 1876-6102. DOI 10.1016/j.egypro.2012.02.191.

4. Stopa MM, Cardoso BJ y Martinez CB. Incipient Detection of Cavitation Phenomenon in a Centrifugal Pump. Industry Applications, IEEE Transactions. 2014;50(1):120-6. ISSN 0093-9994.

5. Wang Z y Wang Z. Chaotic Parallel Support Vector Machine and its application for fault diagnosis of hydraulic pump. In: Prognostics and Health Management; Gaithersburg, Maryland, USA: IEEE; 2013. DOI 10.1109/ICPHM.2013.6621455

[Citado 30 de noviembre de 2014] Disponible en: <u>http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6621455</u> <u>&isnumber=6621409</u>.

6. Sakthivel NR, Nair BB, Elangoban M, et al. Comparison of dimensionality reduction techniques for the fault diagnosis of mono block centrifugal pump using vibration signals. Engineering Science and Technology, an International Journal. 2014;17(1):30-8. ISSN 2215-0986. DOI 10.1016/j.jestch.2014.02.005.

7. Muralidharan V y Sugumaran V. Rough set based rule learning and fuzzy classification of wavelet features for fault diagnosis of monoblock centrifugal pump. Measurement. 2013;46(9):3057-63. ISSN 0263-2241

DOI 10.1016/j.measurement.2013.06.002.

8. Muralidharan V y Sugumaran V. Feature extraction using wavelets and classification through decision tree algorithm for fault diagnosis of mono-block centrifugal pump. Measurement.

2013;46(1):353-9. ISSN 0263-2241 DOI 10.1016/j.measurement.2012.07.007.

9. Farokhzad S y Ahmadi H. Acoustic Based Cavitation Detection of Centrifugal Pump by Neural Network. Journal of Mechanical Engineering and Technology. 2013;1(1):1-5. ISSN 2331-303X.

10. Muralidharan V y Sugumaran VA. Comparative study of Naïve Bayes classifier and Bayes net classifier for fault diagnosis of monoblock centrifugal pump using wavelet analysis. Applied Soft Computing. 2012;12(8):2023-9. ISSN 1568-4946 DOI 10.1016/j.asoc.2012.03.021.

11. Sakthivel NR, Sugumaran V y Nair BB. Automatic rule learning using roughset for fuzzy classifier in fault categorization of monoblock centrifugal pump. Applied Soft Computing, 2012;12(1):196-203. ISSN1568-4946 DOI 10.1016/j.asoc.2011.08.053.

DOI 10.1016/j.asoc.2011.08.053.

12. Gutiérrez IM, Ramírez GA y Rendón PA. Prueba de no linealidad para series temporales financieras. Scientia et Technica. 2011;1(47):71-6. ISSN 0122-1701.

13. CAO. Liangyue. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. Physica D: Nonlinear Phenomena. 1997;110(1):43-50. ISSN 0167-2789. DOI 10.1016/S0167-2789(97)00118-8.

14. Gutiérrez LM, Ramírez GA y Rendón PA. Prueba de no linealidad para series temporales financieras. Scientia et Technica. 2011;1(47):71-6. ISSN 0122-1701.

15. Infante S, Ortega J y González X. Estimación de la dimensión fractal en series de tiempo de la frecuencia cardíaca fetal. Revista Científica UNET. 2009;21(1):35-45. ISSN 1316-869X.