

Análisis para la modelación y optimización geométrica de un reactor tipo tornillo sin-fin empleando el método de grafos dicromáticos

Analysis for geometric modeling and optimization of a worm type reactor using the method of dichromatic graph

Armando Díaz-Concepción^I, José Martínez-Escanaverino^{II}, Roberto García-Ramírez^{III}, Reinaldo-I Benítez-Montalvo^{IV}, Sergio Marrero-Osorio^V

I. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría. Centro de Estudios en Ingeniería de Mantenimiento. La Habana, Cuba

II. Consultor Internacional. Toronto, Canadá

III. Chief Executive Officer and Product Development en LATAMCONTROL S.L. Barcelona, España

IV. Centro de Inmunología Molecular. La Habana, Cuba

V. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría. Facultad de Ingeniería Mecánica. La Habana, Cuba

Correo electrónico: adiaz@ceim.cujae.edu.cu

Recibido: 16 de marzo de 2015 Aceptado: 2 de mayo de 2015

Resumen

En el presente trabajo se realiza la modelación, simulación y optimización de un reactor utilizado en las plantas para la obtención de un alimento animal, sobre la base de la predigestión del bagacillo de caña y el hidróxido de calcio en presencia de vapor denominado *PREDICAL* utilizando grafos dicromáticos. Se obtuvo el modelo matemático para el diseño del reactor, donde se vinculan

las variables geométricas y tecnológicas. El modelo formulado permitió la optimización de la variable costo a partir de minimizar la variable geométrica diámetro exterior del reactor.

Palabras claves: modelación reactor tipo tornillo sinfin, grafos dicromáticos, modelo matemático

Abstract

The present work performs modeling, simulation and optimization of a reactor used in plants for the obtention of animal feed. It's made on the basis of pre-digestion of cane bagasse and calcium hydroxide in the presence of steam called *PREDICAL* and using dichromatic graphs. It was achieved the mathematical model for the design of the reactor, where are linked geometric and technological variables. The model developed allowed cost

optimization based on minimize the geometric variable outside diameter of the reactor.

Key words: worm type reactor modeling, dichromatic graphs, mathematical model.

Introducción

Los transportadores sinfín constituyen el medio más frecuentemente usado por el hombre para el transporte de materiales a granel a corta distancia desde hace más de 200 años. Hoy en día la tecnología ha hecho de este, uno de los métodos más eficientes y baratos, pues pueden operar desde un plano horizontal o inclinado y presentar varias entradas y salidas.

En el presente trabajo se pretende diseñar un transportador de tornillo sinfín para la transportación de alimento animal a base de *PREDICAL* [8] teniendo en cuenta los criterios de costo y las restricciones de dimensión de la instalación donde será emplazado. Para la selección se empleará un algoritmo de cálculo que optimiza las dimensiones (diámetro y longitud) del sinfín y con ello su costo, obtenido a través de generador de grafos dicromáticos.

Las plantas de producción de alimento animal base *PREDICAL*, son compactas y deben tener un diseño óptimo de los equipos que disminuya el costo de la inversión. En las mismas, es esencial contar con un reactor, en el que se lleva a cabo la reacción en fase sólida del bagacillo mezclado con hidróxido de calcio. Este proceso se realiza en presencia de vapor durante un tiempo de cocción determinado, con vistas a aumentar la digestibilidad de la fibra para finalmente mezclarlo con miel u otros productos según se formule el alimento.

Aunque existe en la literatura diferentes métodos o herramientas para realizar este proceso de simulación y optimización, un ejemplo es el algoritmo de Lee y Christensen [3, 5, 12] que se basa en un análisis a través de la creación de matrices, el que resulta muy complejo, trabajoso e ineficiente y otro ejemplo de esto es la utilización de los algoritmos Nassi – Scheiderman donde se vuelve engorroso el trabajo a la hora de realizar simulaciones buscando opciones de selección. [9]

Para mejorar la eficiencia en el proceso de diseño o selección de estos equipos se utilizarán grafos dicromáticos y resolvedores matemáticos.

En el trabajo se persigue como objetivo describir la modelación, simulación y optimización de un reactor, tipo tornillo sinfin, utilizado en las plantas para la obtención de un alimento animal base PREDICAL

Métodos y Materiales

El reactor tipo tornillo sinfin utilizado en este tipo de planta, consta de un tornillo helicoidal continuo de paso constante, montado en un tubo, que rota a velocidad constante, accionado por un motor eléctrico a través de un reductor de velocidad. Este tornillo traslada la mezcla y la retiene durante el tiempo necesario en una atmósfera de vapor de agua para garantizar la reacción de la mezcla de bagacillo con hidróxido de calcio. Las dimensiones del reactor son mucho mayores que las de los otros equipos de la planta y constituye el 55 % del costo de todos los equipos instalados y un 25 % del valor total de la inversión. Ver figura 1.

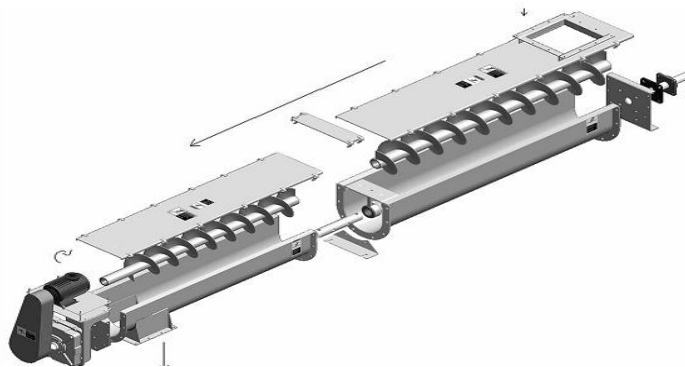


Fig. 1. Esquema de un transportador tipo tornillo sinfin

Los componentes principales de un reactor tipo tornillo sinfin utilizado en estas plantas son el grupo de accionamiento, la tolva de carga, el tornillo helicoidal, el sistema de vapor, entre otros.

En la figura 2 se muestran varios de sus componentes básicos

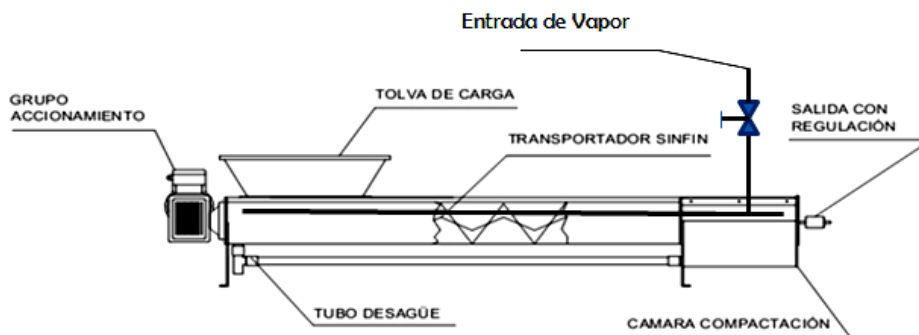


Fig. 2. Componentes básicos de un transportador utilizado para estos fines

Durante el proceso de diseño deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos [11]:

Material a transportar, tamaño de la partícula, volumen en porcentaje de tamaño de partícula, capacidad requerida, distancia a la que se debe transportar.

Clasificar el material en abrasivo, explosivo, fluido, etc.

Capacidad de diseño (tipo de accionamiento, diámetro del eje o del tubo, etc.)

Cálculo del diámetro y la velocidad: determina la capacidad, diámetro del sinfin y la correspondiente velocidad que va a tener el transportador

Normalizar diámetro exterior de la helicoide

Determinar el tipo de buje a emplear

Determinar la potencia y el torque: potencia total necesaria en función del tipo de transmisión a utilizar. Además del torque se evalúa la resistencia de los componentes móviles que van a transmitir el movimiento (tubo y eje recomendado

Normalizar la potencia y el torque

Seleccionar el resto de los componentes.

Deflexión: cuando la longitud en el tramo final es mayor que la recomendada o sea fuera de los cuales la deflexión puede ser crítica.

Existen diferentes procedimientos a seguir cuando se decide utilizar la simulación [2, 4, 6]. En general, todos presentan una serie de etapas que deben ser transitadas a la hora de planificar un experimento de simulación y entre ellos no se presenta ninguna contradicción, sólo que [4, 6] integran en una etapa dos o más de las dadas por otros. Uno de estos pasos siempre lo constituye el diseño del modelo matemático.

Modelo Matemático

El modelo matemático que describe el diseño de un reactor, tipo tornillo sinfin, consta de las variables y relaciones que se emplean para el diseño [7]:

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot S \cdot n \cdot \varphi \cdot \rho \quad (1)$$

Este modelo da un criterio de las diferentes variables geométricas (D, d, S), físicas (ρ) y de operación (n, φ), donde a partir del mismo se derivan las diferentes ecuaciones (relaciones) que interrelacionan la geometría y la operación. A continuación se presentan las variables así como las relaciones que describen el modelo anterior. [7]:

Variables:

Q: capacidad del transportador, en kg/s (t/h).	ρ : densidad del producto, en kg/m ³ .
D: diámetro exterior del helicoide, en m.	w: peso de la helicoide en kg/m.
d: diámetro interior del helicoide o diámetro del tubo, en m.	η : eficiencia de la transmisión (a dimensional).
d*: diámetro de los muñones, en m	N: potencia que consume el transportador, en kW.
S: paso del helicoide, en m.	N _m : potencia producida por el motor, en kW.
n: frecuencia de rotación del tornillo, en Hz.	i: relación de transmisión de la transmisión (a dimensional).
n _m : frecuencia de rotación del motor, en Hz.	f: coeficiente de fricción entre el material de los muñones y el material del buje de apoyo (adimensional).
T: tiempo de retención, en s.	F: factor que tiene en cuenta la fricción del material con el cuerpo del transportador (adimensional).
L: longitud del transportador, en m.	H: diferencia de altura entre los extremos del transportador en caso de inclinación, en m
φ : coeficiente de llenado del transportador, en %.	s: espesor del tubo, en m.

Relaciones:

$$N = \left(L \cdot \left[\left(\pi \cdot g \cdot w \cdot d^* \cdot n \cdot f \right) + \frac{Q \cdot g \cdot F}{0.5} \right] + Q \cdot g \cdot H \right) \cdot 1.2 \quad (2)$$

$$S = 0.8 \cdot D \quad (3)$$

$$d = \frac{D}{4.5} \quad (4)$$

$$T = \left(\frac{L}{S \cdot n} \right) \quad (5)$$

$$i = \frac{n}{n_m} \quad (6)$$

$$N_m = \frac{N}{\eta} \quad (7)$$

$$d^* = d - (2 \cdot s) \quad (8)$$

$$\varphi \leq 75 \% \quad (9)$$

Para la ayuda en el proceso de diseño o selección se empleará el método de grafos dicromáticos y resolvidores matemáticos que agilizan el proceso de toma de decisiones

La teoría de grafos ha sido ampliamente estudiada y en la actualidad es aplicada en la solución de un sin número de problemas en diferentes ramas de la ciencia y la técnica. Entre estas aplicaciones se pueden mencionar la solución de problemas de camino óptimo, de flujo máximo, de costo mínimo, la representación y análisis de redes complejas (redes sociales), entre otras. Se basan en que una vez que esté planteado el problema de cómputo, se van realizando pasos desde la eliminación de los datos o variables de entrada hasta obtener el grafo del modelo y llegar al diagrama del problema. [9]

El modelo matemático propuesto (M), está formado por un conjunto de variables V_m y un conjunto de relaciones R_m .

$M (R_m, V_m)$

$V_m (20)$ (Variables)

$R_m (9)$ (Relaciones)

$V_m (Q, D, d, S, n, \varphi, \rho, L, T, w, f, F, d^*, H, l, n_m, N_m, N, \eta, s)$

El problema formulado P, tomando como base el modelo matemático, M, está compuesto por un conjunto de variables de entrada, E y el de variables de salida S.

$P (E, S)$

$E (Q, T, w, f, F, H, \eta, \psi, \rho, n, m, s)$

$S (D, d, S, L, l, n, N, N_m, d^*)$

En la figura 3 se muestran las dimensiones generales del reactor tipo tornillo sin-fin, así como su integración con el sistema motriz, de donde entre la variable L y los parámetros del reductor y el motor se obtendrá una velocidad de traslado del producto que está intrínsecamente relacionado con el tiempo de retención, para lograr un nivel de digestibilidad planificado.

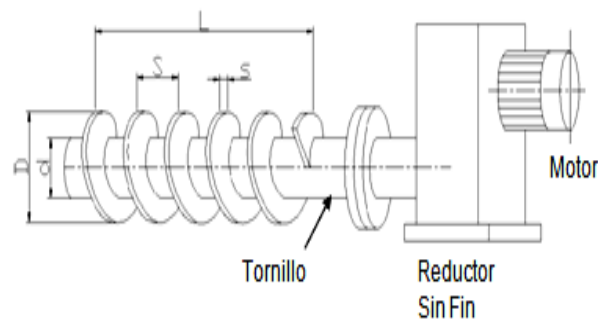


Fig. 3. Diagrama del tornillo

En la figura 4 se pueden observar las diferentes variables geométricas de un reactor tipo tornillo sin fin.

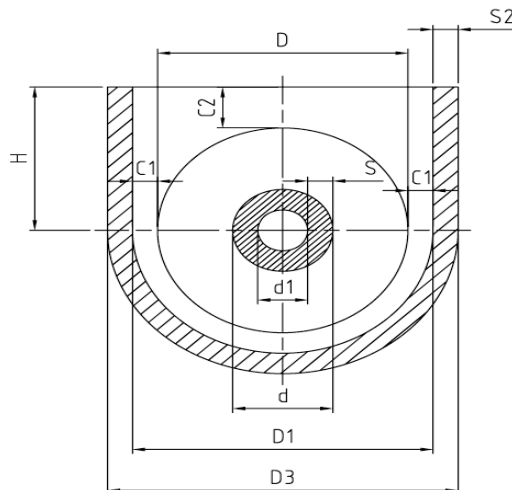


Fig. 4. Geometría de reactor total

El proceso de simulación se realiza en el reactor utilizado en las plantas de producción de PREDICAL La función objetivo para la optimización será el costo. Se emplean los softwares Yed Graph Editor 7.0 y el TK Solver 5.0

El proceso de optimización se realizará a partir de obtener una función objetivo partiendo del análisis de la relación de los diferentes costos implícitos en el problema, tanto de mantenimiento, montaje, construcción y del sistema motriz. Anteriormente se había explicado la influencia de este equipo en el costo total del equipamiento, por lo que este proceso debe tomar como base la obtención de un equipo, tanto en su diseño como selección, óptimo en cuanto a costo para obtener una planta en valores de inversión adecuada

Relación total del costo:

$$CT = C_{mont} + C_{const} + C_{mat} + C_{s-motriz} + C_{mtto} \quad (10)$$

Donde:

$C_{mont.}$: Costo de montaje del equipo y sus accesorios.

$C_{cost.}$: Costo de construcción del equipo.

$C_{s.motriz.}$: Costo del sistema motriz.

$C_{mtto.}$: Costo de mantenimiento.

$C_{mat.}$: Costo del material.

Los costos de montaje, construcción, montaje y selección del elemento motriz no presentan variaciones significativas respecto a las variaciones de los parámetros geométricos del equipo

Por lo que partiendo de la ecuación 10 y despreciando los otros indicadores quedaría

$$CT = 0,55 \cdot C_{mat} \quad (11)$$

El costo del material viene dado por:

$$C_{mat} = V_{Tmat} \cdot P \cdot \rho \quad (12)$$

Donde:

$V_{Tmat.}$: Volumen total del material.

P: Precio del acero, el mismo es prácticamente es constante en un período determinado.

ρ : Peso específico de acero, es constante

Quedando el costo del material (C_{mat}) como relación directa del volumen total del material (V_{Tmat}).

Función Objeto

La función objeto relaciona los diferentes volúmenes del transportador sin-fin, así como su carcasa.

$$V_{mat} = V_1 + V_2 + V_3 \quad (13)$$

Donde:

V_1 : Volumen del material de la helicoide.

V_2 : Volumen total del tubo que soporta la helicoide.

V_3 : Volumen total de la altura o carcasa.

$$V_1 = \frac{\sigma}{4} (D^2 - d^2) \cdot n_{esp} \cdot S_1 \quad (14)$$

Como:

$$D = d \cdot 4,5 \text{ y } n_{esp.} = \frac{L}{S} = \frac{L}{0,8 \cdot D} \quad (15)$$

Sustituyendo en la ecuación 12 y resolviendo:

$$V_{mat} = 0,933 \cdot D \cdot L \cdot S_1 + 0,038 \cdot L \cdot D^2 - 0,57 \cdot D \cdot L \cdot S_2 - 0,785 \cdot \left(\frac{D}{4,5} - S \right)^2 \cdot L + 3,14 \cdot L \cdot S_2 \cdot C_1 \quad (16)$$

$$+ 1,57 \cdot L \cdot S_2^2 + 2 \cdot C_3 \cdot S_2 \cdot L$$

Donde:

$s = 0.008$ m

$S_2 = 0.006$ m.

$S_1 = 0.004$ m.

$C_1 = 0.005$ m

$C_2 = 0.3$ m

$L = 8$ m

Sustituyendo los valores en la ecuación 15 y agrupando:

$$V_{mat} = 3,7 \cdot 10^{-6} \cdot D \cdot L + 0,038 \cdot D^2 \cdot L - 0,785 \cdot \left(\frac{D}{4,5} - 0,008 \right)^2 \cdot L + 3,7 \cdot 10^{-3} \cdot L \quad (17)$$

Quedando así definida en (17) la ecuación de la función objeto.

Como se puede observar esta ecuación está en función de dos de los parámetros fundamentales de diseño, el diámetro D y longitud L. Para poder obtener la mejor variante ante un diseño o selección de un reactor tipo tornillo sin-fin, se deberían realizar diferentes corridas, discutiendo los resultados obtenidos en cada una, preferiblemente dentro de un grupo de especialistas y en bases a estos decidir la mejor opción.

Resultados y Discusión

En la figura 5 se observa el diagrama del modelo general (M) obtenido a partir del Yed Graph Editor 7.0, el cual sirve de base para formular el problema (P). El diagrama del modelo vincula con líneas cada relación (representadas con rectángulos sombreados) con las variables que incluye (rectángulos sin sombreado), este diagrama permite observar la relación entre las variables que componen el modelo, de forma gráfica. [1, 10, 13]

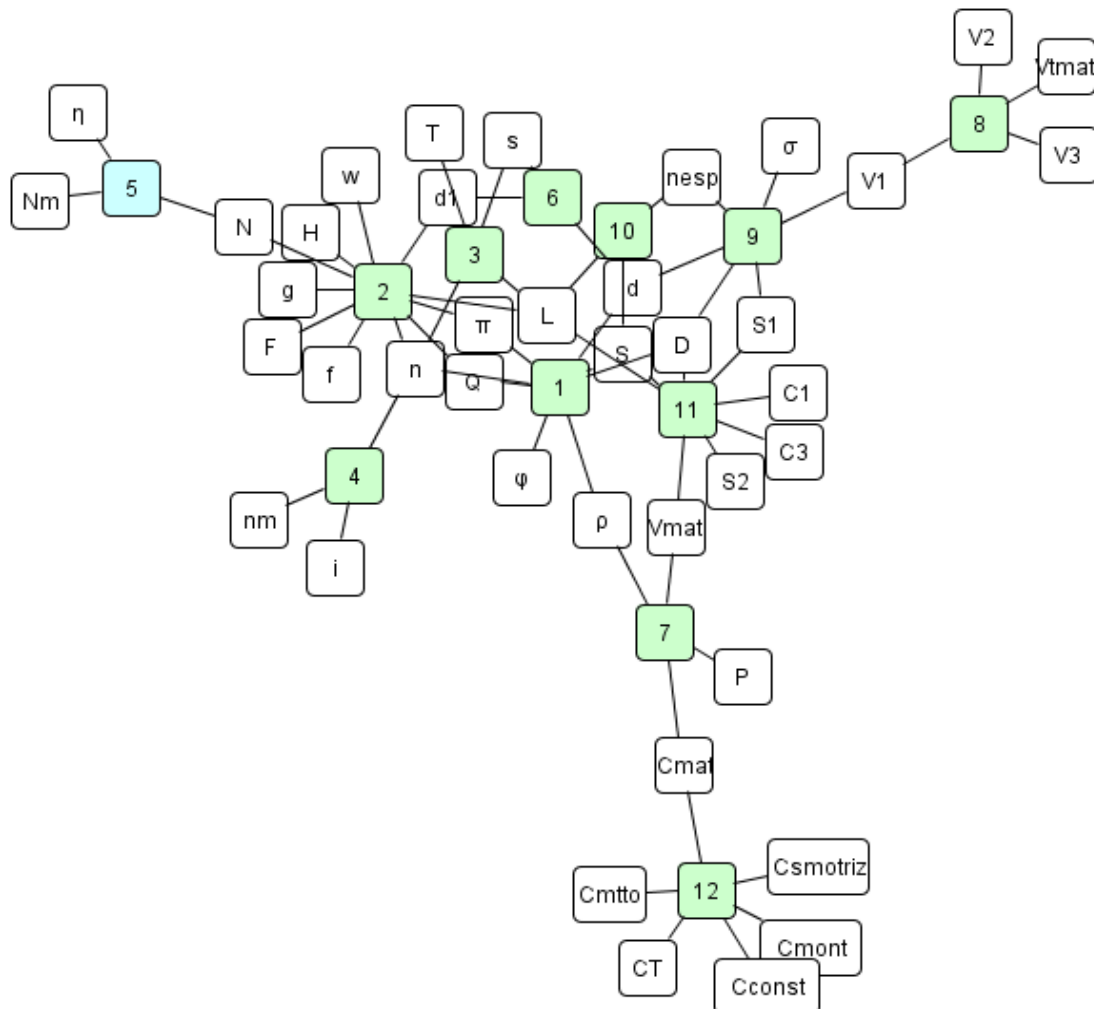


Fig. 5. Diagrama del modelo

En la figura 6 se muestra el grafo dicromático del problema (P) que resulta compatible e indeterminado, quedando como variable de asignación o grado de libertad la variable D, diámetro exterior del helicoides. Como es un ciclo cerrado y no se encuentran lazos, al asignar valores a dicha variable (D), que es de asignación, se obtienen los valores de salida que caracterizan a dicho reactor.

Del proceso de simulación, se obtuvieron a través del diámetro exterior D, los demás parámetros de la geometría del sin-fin y los del motor a utilizar, a estos últimos los llamaremos parámetros tecnológicos que tienen estrecha vinculación con el funcionamiento del equipo. Para el proceso de optimización se calculará el costo de la construcción completa del reactor, el cual tiene en cuenta no solo los parámetros del sin-fin, sino también la geometría de la carcasa o altura del equipo. Se llevará a cabo el cálculo del costo debido a que el equipo es el de mayor incidencia en los costos totales del equipamiento y de la inversión total, en muchos casos se parte de tener una cantidad de dinero inicial y lo que se desea evaluar es si el diseño que se está realizando se encuentra por debajo del costo máximo para este equipo.

Para realizar la simulación, con el empleo del modelo del problema, se utilizó el resolvidor matemático *TK Solver*.

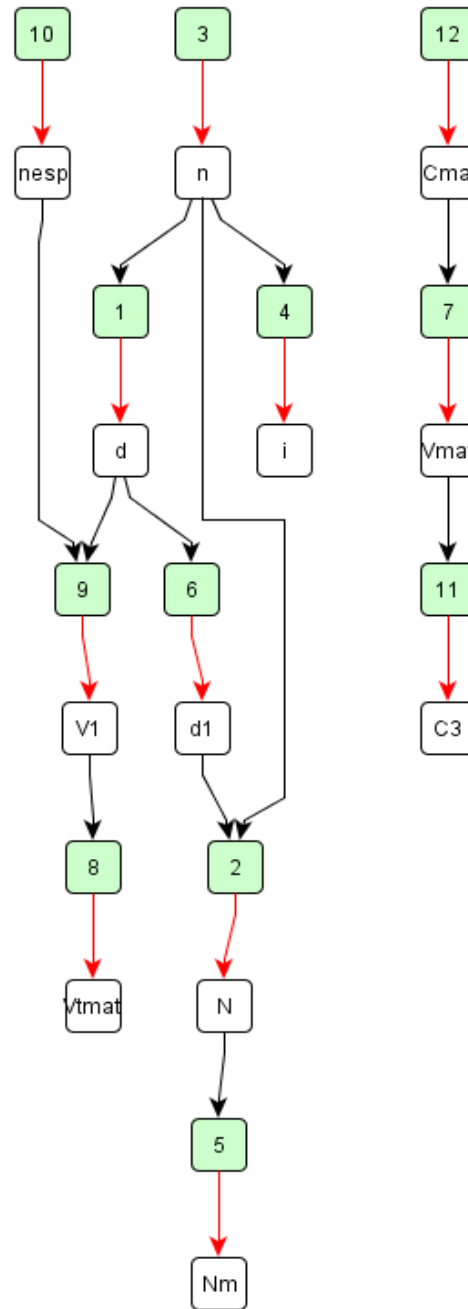


Fig. 6. Algoritmo del problema

En la tabla No. 1 se muestra los datos de entrada al programa atendiendo las características del material para el problema formulado y en la Tabla No. 2 a las características constructivas y de proceso. Por medio de esta el diseñador define los valores de las variables que emplea en el proceso de simulación.

Dada que la densidad del producto es $180 \text{ kg/m}^3 = 11,23 \text{ lb/ft}^3$ se obtiene F_m de 2 y carga en la altura de 30 %A.

Tabla 1. Datos de entrada atendiendo características del material

Material	Peso lb por pies cubico	Código del material	Selección rodamiento intermedio	Serie de componentes	Factor del material F_m	Carga de Alteza
Alfalfa, semilla	10-15	B6-15N	L-S-B	1	0,4	45 %
Avena cascarilla	8-12	B6-35NY	L-S-B	1	0,5	30 %A
PREDICAL	10-15	PREDICAL	L-S-B	1	2,0	30 %A

Tabla 2. Datos de entrada atendiendo a características constructivas y de proceso

Diámetro del helicoide m	Capacidad Q m ³ /s	Carga Alteza A	Velocidad rpm
0,762	6,110	30	130
0,690	3,350	30	120
0,508	2,060	30	100
0,457	1,600	30	95
0,406	1,180	30	90
0,355	0,830	30	85
0,304	0,550	30	80
0,254	0,340	30	75
0,203	0,260	30	70
0,154	0,085	30	65
0,101	0,024	30	60

En la tabla No. 3 se muestran los datos de entrada al programa en base a parámetros geométricos y tecnológicos

Tabla 3. Entrada de datos geométricos y tecnológicos para la simulación utilizando el *Tk Solver*

	Valor	Variable	Unidad
Datos	0,83	Q	kg/s
	480	T	s
	22	w	kg/m
	0,01	f	
	2	Fm	
	0	H	m
	0,3	ψ	
	180	ρ	kg/m ³
	0,95	η	
	14,4	mm	Hz
	0,008	s	m
	9,81	g	m/s ²
	0,355	D	m
	0,355	S	m
6	L	m	

En las tablas 4 y 5 se muestran los resultados de la simulación después de prefijado el diámetro D, la capacidad de transportación Q y el tiempo de retención como variables tecnológicas.

Tabla 4. Valores obtenidos en el proceso de simulación dependiendo de las variables D, Q y T

Q	T	w	f	F	H	ψ	ρ	η	mm	s	g	D
0,83	480	22	0,01	2	0	0,3	180	95	14,4	0,08	9,81	0,355
0,83	480	22	0,01	2	0	0,3	180	95	14,4	0,08	9,81	0,355
0,83	480	22	0,01	2	0	0,3	180	95	14,4	0,08	9,81	0,355

Tabla 5. Valores obtenidos en el proceso de simulación dependiendo de las variables D, Q y T

S	L	nsp	i	N	Nm	d1	n	d
0,355	6	17	0,10	256,25	2,69	0,285	1,56	0,30
0,355	5	14	0,09	209,88	2,20	0,27	1,3	0,29
0,355	4	11	0,07	165	1,73	0,25	1,04	0,27

Del proceso de simulación de los parámetros geométricos del reactor utilizados en las plantas de PREDICAL se obtuvieron los resultados de las variables geométricas, las que fueron mostradas en las figuras 3 y 4.

d': Diámetro interior del tubo que soporta la helicoide m

s: Espesor del tubo.

C₁: Holgura existente entre el diámetro exterior de la helicoide y la carcasa.

S₁: Espesor de la helicoide.

S₂: Espesor de la pared de la carcasa.

h: Altura del centro del sin fin a la parte superior de la carcasa.

C₂: Altura del diámetro exterior de la helicoide a la carcasa.

L: Longitud del sin fin.

S: Paso de la helicoide.

D_1 : Diámetro interior de la carcasa.

D_3 : Diámetro exterior de carcasa.

Además se obtendrá el número de espiras (n_{esp}).

Sobre los valores obtenidos en las tablas 4 y 5, a partir de prefijar el diámetro exterior de la helicoide D como variable geométrica y el tiempo de retención T y la capacidad de transportación Q como variables tecnológicas se obtienen diferentes opciones para la toma de decisiones de los especialistas donde pueden decidir la opción más efectiva para el diseño de la planta o en la selección de alguna alternativa de poderse contar con transportadores en existencia

Conclusiones

En el trabajo se obtuvo un proceso para el diseño y simulación de un reactor, tipo tornillo sinfín, utilizado en las plantas de producción de PREDICAL, donde se vinculan las variables geométricas y tecnológicas.

El modelo del problema formulado permite la optimización de la variable costo a partir de minimizar la variable geométrica diámetro exterior de la helicoide y el largo del reactor.

Referencias

1. Puchades Cortés V, Mula Bru J, Rodríguez Villalobos A. Aplicación de la Teoría de Grafos para mejorar la planificación de rutas de trabajo de una empresa del sector de la distribución automática. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*. 2008;6:7-22. ISSN 1886-516X.
2. Delgado K, Mejía M. Aplicación de la simulación discreta para proponer mejoras en los procesos de atención en el área de emergencia de un hospital público. *Industrial Data*. 2011;14(1):47-54. ISSN 1810-9993.
3. Guardián BD. La Teoría de Ausubel, Novak y Gowin en la enseñanza del diseño de los algoritmos computacionales. *Revista Electrónica d'Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa*. 2011;3(1). ISSN 1989- 0966.
4. Averill M L. *Simulation Modeling and Analysis with Expertfit Software* 4ª ed. USA: Mc Graw Hill International; 2006. ISBN 9780073294414.
5. Leiserson C, Rivest R, Stein C. *Introduction to algorithms*. Massachusetts, EUA: The MIT Press; 2009. ISBN 9780262033848.
6. Lieberman G, Hillier F. *Introducción a la Investigación de Operaciones*. México: Prentice Hall; 2006. ISBN 978-607-15-0308-4
7. Petit Nodar C. *Transportadores de sin fin*. La Habana, Cuba: Centro de Información Científica y Técnica, Universidad de La Habana; 1971. [Citado 10 de septiembre de 2014] Disponible en: <https://books.google.com/cu/books?id=Eq3qZwEACAAJ>
8. Pérez Hernández JA, Perez Perez C, Islén Limont P, et al. Planta diversificada para la producción de alimento animal. *Revista ICIDCA*. 2013;47(3). ISSN 0138-6204.
9. Rodríguez Marrero R, Sergio A, Cortés IM, et al. Aplicación de un algoritmo de reducción de grafos al Método de los Grafos Dicromáticos. *Ingeniería Mecánica*. 2012;15(2):158-68. ISSN 1815-5944.
10. Frieze A, Krivelevich M, Sudakov B. The Strong Chromatic Index of Random Graphs. *Journal on Discrete Mathematics*. 2005;19(3):543-813. ISSN 1095-7146.
11. Sorrentino E, Zavala A, Rodríguez J. Web Application for Load Flow Problems. *Latin America Transactions*. 2014;12(6): 1094-100. ISSN 1548-0992
12. Chardon M, Moukrim A. The Coffman, G: Algorithm Optimally Solves UET, Task Systems with Overinterval Orders. *Journal on Discrete Mathematics*. 2005;19(1):109-21. ISSN 0895-4801.
13. Vanegas J, Henao SM, Gustin J. La teoría de grafos en la modelación matemática de problemas en contexto. In: *Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*; Bogotá, Colombia: Perry, Patricia; 2013. [Citado 10 de septiembre de 2014] Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/3773/1/VanegasLateoriaGeometri a2013.pdf>