

Cálculo de la mantenibilidad usando la distribución gamma

Assess the maintainability using gamma distribution

Reinaldo Ihosvanny Benítez-Montalvo^I, Armando Díaz-Concepción^{II},
Alberto J. Rodríguez Piñeiro^{II}, Leisis Villar Ledo^{III}, Hilario Rodríguez Perez^{III}

I. Centro de Inmunología Molecular. La Habana, Cuba

II. Universidad Tecnológica de la Habana José Antonio Echevarría, Centro de Estudios en Ingeniería de Mantenimiento. La Habana, Cuba

III. Universidad Tecnológica de la Habana. Facultad de Ingeniería Industrial. La Habana, Cuba

Correo electrónico: reynaldo@cim.sld.cu

Este documento posee una [licencia Creative Commons Reconocimiento-No Comercial 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Recibido: 13 de marzo de 2017

Aceptado: 17 de julio de 2017

Resumen

El objetivo de esta investigación fue identificar las distribuciones más usadas en el cálculo de la mantenibilidad a partir de los parámetros de Thom utilizados para estimar los parámetros de la distribución gamma. Los datos utilizados agrupan valores de tiempo de reparación entre los años 2009 a 2015 que representan las tres distribuciones normal, exponencial y Weibull. Se obtuvo como resultado una coincidencia de 99.92 % para la distribución exponencial y 95% para la normal. Para la distribución de Weibull se demostró que el método de aproximación de Thom es válido

para estimar este tipo de distribución y que pueden ser usados los parámetros de esta como parámetros de la distribución Weibull con un error de 3%. Para validar este estudio se comparan los resultados con los obtenidos con los métodos Thom y Weibull.

Palabras claves: mantenibilidad, distribución Weibull, normal, exponencial y gamma, parámetros de forma y escala.

Abstract

To can identify way the most distribution used in the assess maintenance from the Thom parameters to using for estimate the gamma distribution parameters was the target of this research. The dates used to comprise several time of repair between 2009 and 2015 years that represent the normal, exponential and gamma distribution. 99.92 percent of coincident was obtained for exponential distribution and 95 percent for normal distribution. For Weibull distribution on showed that approach Thom method is

indeed valid forestimate Weibull distribution and the parameter of this distribution can be use as the Weibull distribution with error of 3 %. To validate this study on compare the results with the obtained results for the several well-known methods including Statgraphic.

Key words: maintainability, Weibull, normal, exponential and gammadistribution, scale and shape parameter.

Introducción

Para evaluar el estado de la gestión de mantenimiento existen tres parámetros fundamentales: confiabilidad, disponibilidad y mantenibilidad. A esta última nos referiremos en este trabajo.

Para evaluar la misma es imprescindible conocer el tipo de distribución que siguen los tiempos de reparación, variables del objeto de estudio. Se parte de que los datos siguen una distribución exponencial lo que equivale a considerar que cada restablecimiento de la función del activo es equivalente a un activo recién adquirido. También el uso de una ecuación empírica permite discriminar entre la distribución exponencial y la Weibull en función del coeficiente de determinación R^2 .

Otros métodos son los modelos paramétricos y no paramétricos. Los modelos paramétricos se basan en la filosofía que algunos autores han llamado: dejar que los datos decidan por sí mismos. Son usados en el análisis del tiempo de vida y en problemas relacionados con la modelación del envejecimiento y el proceso de fallo [1]. Los univariados tales como la distribución Exponencial, la distribución Weibull, la distribución Log Normal y la distribución Gamma, entre otras, son los modelos paramétricos que más se usan para analizar los tiempos de reparación, los parámetros usados en estas distribuciones son: media, forma y escala, según corresponda.

En este trabajo se evalúan los parámetros a través del Método de Estimación de Thom, el Método de los Momentos y el Método de Máxima Probabilidad, porque la necesidad de obtener los parámetros de forma y escala usando otras vías que no sea el aritmético y el método gráfico, ha dado al traste con opciones alternativas de estimación que incluyen el uso de métodos paramétricos y no paramétricos, ecuaciones empíricas y modelación estadística con programación.

En los últimos años la obtención de los parámetros de forma y escala de la distribución Weibull han sido de gran interés por su uso extendido para cálculos de confiabilidad y mantenibilidad, en aplicaciones del ciclo de vida, tiempo de respuesta y tiempo de reparación [2-6].

La distribución exponencial, la cual es un caso especial de la distribución Gamma presenta una evidente conexión entre la distribución Poisson y Gamma y sus parámetros se estiman a través de los métodos de estimación puntual método de máxima verosimilitud y método de los momentos [7]. En el caso de la distribución normal sus parámetros pueden ser estimados usando el módulo de regresión lineal simple a través del análisis de regresión.

La distribución Gamma aparece asociada con variables aleatorias que se distribuyen en forma normal, como la distribución de la suma de cuadrados de variables normales independientes con media cero y varianza uno, se aproxima a una Ji-Cuadrada, la cual es usada ampliamente en tablas de contingencia, Esta distribución incluye a la exponencial, ha sido usada como un modelo estadístico para medir el tiempo de vida de ciertos materiales. También ha sido usada para medir procesos aleatorios en el tiempo, en particular, procesos de precipitación meteorológica.

Hasta el presente el uso de la distribución Gamma solo se limita al estudio de las variables meteorológicas. En la bibliografía consultada no se conoce antecedente de su uso en cálculos relacionados con la mantenibilidad, en este trabajo mostramos su aplicación.

El objetivo de esta investigación fue identificar las distribuciones más usadas en el cálculo de la mantenibilidad a partir de los parámetros de Thom utilizados para estimar los parámetros de la distribución gamma. Para esto se utilizaron muestras de datos de tiempos de reparación de equipos obtenidos a través de la base de datos de un sistema de gestión de mantenimiento, cuyas distribuciones están probadas que tienen distribución Normal, Exponencial y Weibull y determinar por el método de aproximación de Thom el cálculo de los parámetros de forma, escala de la distribución gamma que con ellos se pueden identificar las distribuciones anteriores. Para ello se utilizan como referencia los valores obtenidos en el Statgraphic y se comparan con los métodos de máxima probabilidad y el método de los momentos.

Se demuestra que el error que se comete al tomar el parámetro escala y forma estimados por Thom para identificar la distribución normal y exponencial es de 0 %. Para el caso de la distribución Weibull es de 3 %.

Métodos y Materiales

En la investigación se tomaron como referencia los históricos de tiempos de reparación de los fermentadores (variable objeto de estudio) que intervienen el proceso de elaboración de una vacuna. El período de análisis se enmarca entre los años 2009 y 2015. Los datos son extraídos de la base de datos del programa de un sistema de mantenimiento asistido por computadora SGezman.

Se utilizó el analizador estadístico Statgraphic 5.0, mediante su aplicación en este trabajo se pudo obtener un análisis descriptivo de una o varias variables utilizando gráficos que expliquen su distribución o calculando sus medidas características. Los resultados alcanzados, son las bases de referencia comparativa con los restantes métodos.

Para realizar esta investigación se utilizaron los siguientes métodos:

Método de Thom

Consiste en determinar a través de tres ecuaciones los parámetros de forma y escala de la distribución gamma: α , A y β . [8]

Máxima Probabilidad

El método de máxima probabilidad consiste en realizar iteraciones numéricas para determinar los parámetros de la distribución. [1,9]

Método de los momentos

Se utiliza también para determinar los parámetros de forma y escala: α y β , (alpha y beta) [10]

Para las distribuciones objeto de estudio se calculan los dos parámetros alpha y beta por el método de aproximación de Thom. Se introducen los datos en el Statgraphic y se determina si tienen o no una distribución normal. Si coincide, se comparan las medias. Si el error es menor o igual al 5 % se toman los parámetros α y β como identificadores de la distribución normal.

Para la distribución exponencial se realiza el mismo procedimiento descrito antes. Al rechazarse la hipótesis de que los datos siguen una distribución normal con 90 % ó 95 % de confianza se comprueba que responden a una distribución exponencial con un error igual o menor al 10 % en el Statgraphic, en este caso el valor a comparar será la media con el mismo criterio de error porque mediante el Statgraphic no se obtiene el valor del parámetro de escala β y porque cuando el parámetro de forma es 1 la distribución gamma se aproxima a la distribución exponencial y las medias son iguales. Para el cálculo de la mantenibilidad el parámetro de escala

de la distribución exponencial será el inverso del producto de los parámetros de forma y escala del método de Thom.

Para la distribución Weibull se procede de forma similar a lo descrito para la exponencial hasta identificar el tipo de distribución. En este caso además se comprobará si es posible utilizar los parámetros de forma y escala de la distribución gamma estimados por el método de Thom como los parámetros de la distribución Weibull y para ello además del método estadístico Statgraphic se utilizarán el método de máxima probabilidad y el de los momentos. Los resultados obtenidos por los tres métodos se compararán con los datos de referencia (Statgraphic) a fin de seleccionar el de mejor aproximación, para ello se compararán los promedios de las medias y se calcula el error relativo porcentual el cual no debe ser mayor del 10 % [11].

En la figura 1 se muestra el algoritmo que se utilizó para, a partir del método de aproximación de Thom, identificar las distribuciones mencionadas anteriormente, así como los criterios de aceptación en función de los parámetros de forma y escala obtenidos.

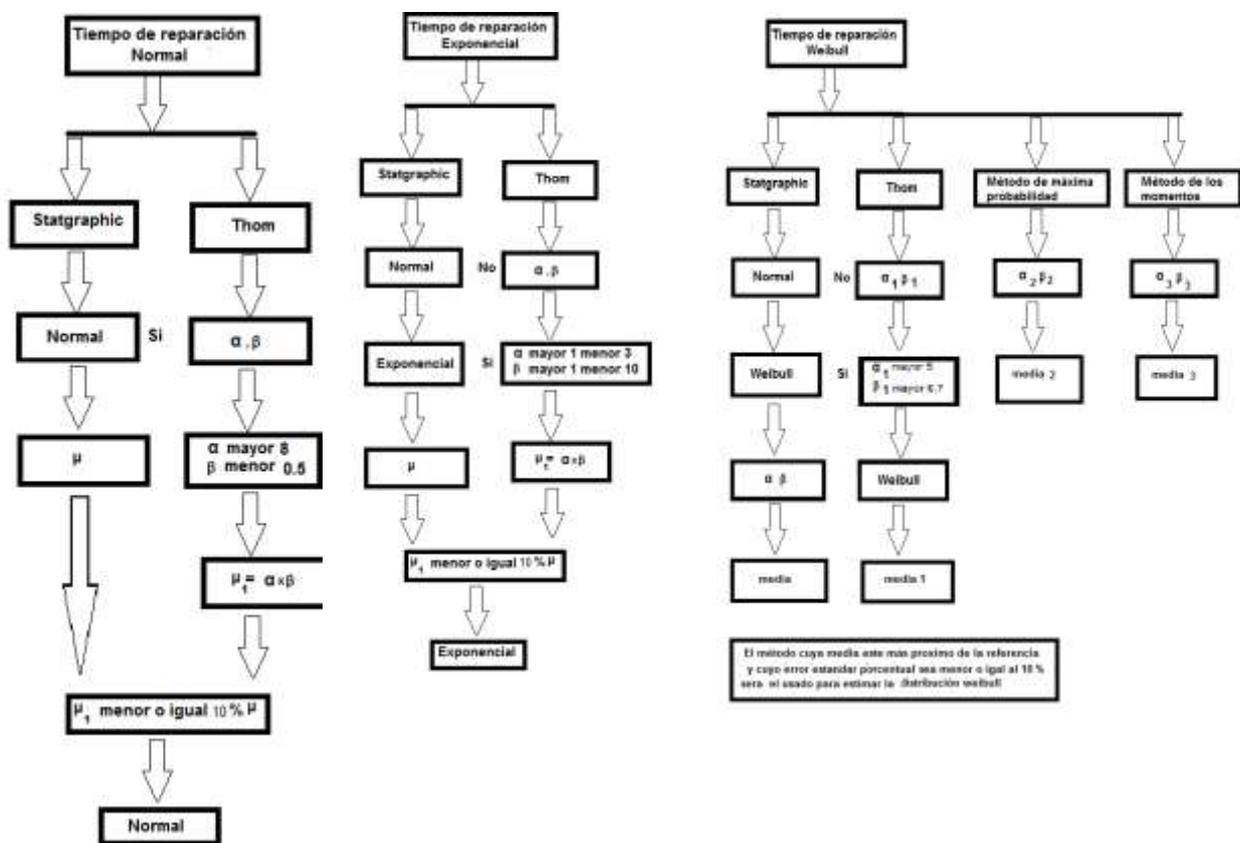


Fig. 1. Método de estimación de las funciones normal, exponencial y Weibull a partir del método de aproximación de Thom

Observación: puede descargar la figura 1 en el siguiente enlace:
http://www.ingenieriamecanica.cujae.edu.cu/public/descargas/Fig1_art07.pptx

Resultados y Discusión

Se muestran los resultados obtenidos a partir de los diagramas de la figura 1.

En la tabla 1. Se observan los tiempos de reparación en horas correspondientes al período 2009-2015 que responden a una distribución normal.

Tabla 1. Tiempo de reparación en horas (distribución normal)

2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
67,60	0,22	5,73	3.42	6.11	1,28	3,02
113,60	2,00	7,73	3.60	4.91	2,40	3,48
46,20	1,50	6,05	1.46	9.57	3,02	2,32
79,00	4,17	8,72	4.53	5.88	3,48	3,59
46,53	5,00	8,81	2.35	6.02	2,32	5,49
0,15	2,50	4,03	5.43	3.52	3,59	5,00
15,00	0,42	4,69	1.92	8.32	4,41	3,64
0,00	3,25	4,74	3.71	9.36	1,81	1,28
0,00	0,00	8,24	2.47	4.65	2,97	2,40
0,00	0,00	4,34	2.97	5.29	4,31	3,59
0,00	0,00	5,22	3.08	8.17	3,24	4,47
0,00	0,00	5,15	2.50	8.41	2,80	5,48
0,00	0,00	7,83	0.88	5.65	0,00	4,83
0,00	0,00	7,49	3.49	2.90	0,00	0,00
0,00	0,00	6,21	3.34	7.83	0,00	0,00

En la tabla 2 se muestran los resultados que se obtienen de aplicar el algoritmo de cálculo descrito en la figura 1 cuando los tiempos de reparación siguen distribución normal a partir del método de aproximación de Thom.

Tabla 2. Resultados de aplicar el algoritmo1 de la figura 1 para la distribución normal

Thom			Statgraphic	Error relativo porcentual
μ_1	α	β	μ	Statgraphic-Thom
2,38	1,69	1,41	2,38	0,00
52,79	1,16	45,51	52,58	0,39
6,44	14,3	0,45	6,44	0,00
2,90	14,51	0,20	2,38	18,00
1,84	7,98	0,23	1,70	7,60
3,72	11,28	0,33	3,24	12,90
6,32	6,20	1,02	6,33	0,15
			Media	5,57

Los resultados obtenidos en esta tabla corroboran que el error que se comete al estimar la distribución normal a partir de los parámetros de forma y escala utilizando el método de aproximación propuesto y las ecuaciones de la referencia [8] se encuentra dentro del rango prefijado en el algoritmo 1 de la figura 1 para la distribución normal.

En la tabla 3, se muestran los tiempos de reparación en horas correspondientes al período 2009-2015 que responden a una distribución exponencial.

Tabla 3. Tiempo de reparación en horas distribución exponencial

2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
3	13	3,45	9,21	3,21	60,00	7,18
2	8	7,33	35,15	17,14	41,05	6,20
3	4	12,26	4,07	5,25	18,26	3,33
2	39	8,36	9,06	,63	10,02	15,54
19	6	12,52	8,46	4,03	1,13	23,14
3	10	11,33	13,33	25,14	19,24	9,42
1	30	2,05	1,28	14,08	12,05	7,33
2	1	14,36	21,28	5,49	14,00	0,18
4	53	5,11	0,34	2,57	5,47	32,43
6	19	38,09	2,23	0,93	4,50	0,25

En la tabla 4, se muestran los resultados de aplicar el algoritmo de cálculo 2 propuesto en la figura 1, cuando los datos siguen una distribución exponencial a partir de los parámetros de forma y escala utilizados para estimar la distribución gamma por el método de aproximación de Thom, tabla 4.

Tabla 4. Resultados de aplicar el algoritmo 2 de la figura 1 para la distribución exponencial

Thom			Statgraphic	Error relativo porcentual
μ_1	α	β	μ	Statgraphic-Thom
4,50	2,42	1,86	4,50	0,00
11,48	1,80	10,16	11,48	0,00
18,29	2,85	4,02	18,30	0,05
10,44	1,47	7,10	10,44	0,00
7,87	1,64	4,80	7,84	0,38
18,58	1,86	10,00	18,57	0,05
10,51	1,21	8,69	10,50	0,09
			Media	0.08

Pudo observarse que el comportamiento de las medias obtenidas por ambos métodos es muy similar y que el promedio del error relativo porcentual de las medias obtenidas es de 0.08 por ciento quedando cumplida la condición planteada en el algoritmo 2 de la figura 1 para la distribución exponencial.

En la tabla 5 se muestran los tiempos de reparación en horas correspondientes al período 2009-2015 que responden a una distribución Weibull.

Tabla 5 . Tiempo de reparación en horas distribución Weibull

Tiempo de reparación en horas (distribución Weibull)						
2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
19,40	0,42	193,5	3,75	4,33	8,00	16,40
2,00	0,22	2,00	1,50	3,25	25,3	2,30
0,60	50,50	0,63	4,17	5,00	0,50	0,75
0,30	94,00	0,30	5,00	0,16	1,83	1,33
3,75	25,00	0,00	4,00	48,00	0,75	0,42
1,50	3,00	0,00	0,00	0,00	1,50	0,33
4,17	5,00	0,00	0,00	0,00	0,42	93,97
5,00	2,50	0,00	0,00	0,00	0,33	24,83
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,75
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Al igual que en las tablas anteriores de tiempo de reparación en los meses en los que no se recogieron datos se escribe un cero. Esto es de gran importancia para la estimación de los parámetros de forma y escala por el método de Thom [12,14].

En la figura 2 se pueden observar los valores de los parámetros de forma y escala obtenidos al aplicar las ecuaciones correspondientes al método de Thom según referencia [8, 9] y de los otros métodos usados para comparar según algoritmo 3 de la figura 1, además de los valores promedios de las medias para cada método.

Se concluye que el método que mejor aproximación a la referencia es el método de Thom, seguido del método de los momentos según muestran los valores promedios de las medias obtenidas, figura 2.

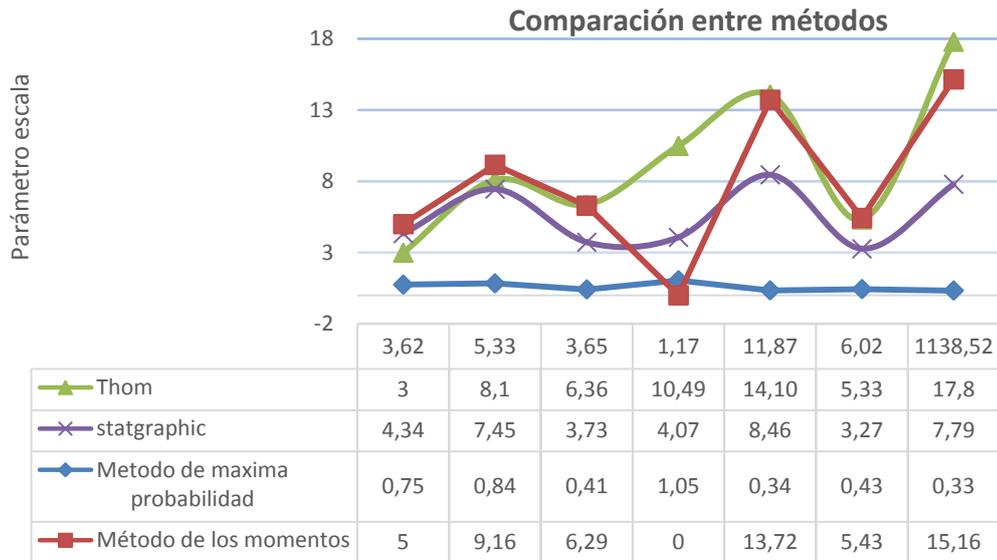


Fig. 2. Comparación entre métodos.

Para dar respuesta a la hipótesis de si es posible usar los parámetros de aproximación de Thom como los parámetros de la distribución Weibull para el cálculo de la mantenibilidad, se calcula el error relativo porcentual de cada uno de los métodos con respecto a referencia, tabla 7

Tabla 7. Errores relativos porcentuales entre métodos

	Statgraphic	Thom	Máxima probabilidad	Método Momento
Media	7,35	7,59	55,65	6,57
Error relativo porcentual	3,27			
	656,99			
	10,69			

Se pudo observar que el método de Thom es el menor error relativo porcentual y el mismo se encuentra en el rango establecido en el algoritmo 3 de la figura 1.

El estudio realizado permitió demostrar que el error que se comete al estimar las distribuciones normal y exponencial a partir de los parámetros de forma y escala que se obtienen del método de aproximación de Thom para estimar la distribución gamma para el cálculo de la mantenibilidad no supera el 6 %

Es posible usar los parámetros de forma y escala del método de aproximación de Thom para estimar la distribución Weibull para el cálculo de la mantenibilidad, como se puede observar en la tabla 7, figura 2.

Los parámetros de forma y escala del método de Thom pueden ser usados como parámetros de la distribución Weibull porque el error que se comete al asumir estos parámetros como los de Weibull no supera el 10 %.ver tabla 7.

Conclusiones

Como resultado obtenido en esta investigación se demostró que la distribución Gamma puede ser utilizada para los cálculos de mantenibilidad.

Referencias

- Návar J.J. Estimaciones empíricas de parámetros de la distribución Weibull en bosques nativos del norte de México. Revista Forestal Latinoamericana. 2009;24(2):51-68.
- Benítez Montalvo RI, Díaz Concepción A, Cabrera Gómez J, et al. Assessment of components of operational reliability in walk-in freezer. Ingeniería Mecánica. 2016;19(2):78-84.
- Sarabria AA. El problema al final de la muestra en la estimación de la brecha del producto. 2010;19(1): 5-30.
- Viego N, Díaz A, Abril J. Estudio de confiabilidad operacional como soporte al mantenimiento aeronáutico en Cuba. Revistas Ingenieras. 2015;XVIII:7-15.
- Deepak Prabhakar P y Jagathy Raj VP. CBM, TPM, RCM and A-RCM - A Qualitative Comparison of Maintenance Management. IJMBS. 2014;4(3):5-8.
- Moubray J. Mantenimiento Centrado en Confiabilidad. Gran Bretaña: Aladon Ltda; 2004.
- Arroyo I, Bravo LC, Llinas H, et al. Distribuciones Poisson y Gamma: Una Discreta y Continua Relación. Revista Colombiana de Estadística. 2014;12(1):99-107.
- Gastaldi L.B y Quaino O. Eventos secos y húmedos del régimen de precipitaciones de la localidad de la provincia de Santa Fe. FAVE-Ciencias Agrarias. 2009;8(2):47-55.

9. Serrano JC. Comparación de métodos para determinar los parámetros de Weibull para la generación de energía eólica. *Scientia et Technica*, 2013;18(2):316-317.
10. Rico JC. Comparación de métodos para determinar los parámetros de Weibull para la generación de energía eólica. *Scientia et Technica*. 2013;18(2):315-322.
11. Abbas P, Gholam A, Mansour S. Inferencia para la distribución Weibull basada en datos difusos. *Rev. Colombia Estado*. 2013;36(2):3-68
12. Badi MH, Guillen A, Araica LA, et al. Métodos no-paramétricos de uso común. *International Journal of Good Conscience*. 2012;7(1):132-155.
13. Borthakur T, Gogoi B. A Study on Some Tests of Goodness of Fit For Exponentiality. *International Advanced Research Journal in Science, Engineering and Technology*. 2016;3(3):145-155
14. González C, Rodríguez Pérez JM, Ruelle P. Estimación de índices normalizados de lluvia mediante la distribución gamma generalizada extendida. *Tecnología y Ciencias del Agua*. 2011;11(4):65-76