

## **Relaciones de funcionalidad: un aporte a la teoría general del flujo hidrogeoelectrico en los acuíferos**

### **Functional relationships: a contribution to the general theory of hydrogeoelectric flow in aquifers**

Eugenio Vidal-Méndez<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Guantánamo, Guantánamo, Cuba.

---

#### **Resumen**

Estimar las propiedades hidrogeológicas de los acuíferos a escala de sistema a partir de los parámetros geoelectricos que los caracterizan ha sido un asunto muy debatido y controversial debido a la carencia de una teoría que apoye la existencia de relaciones de funcionalidad entre parámetros geoelectricos y propiedades hidrogeológicas. En este artículo se desarrollan ecuaciones que fundamentan una teoría que sustenta la existencia de tales relaciones.

**Palabras clave:** flujo hidrogeoelectrico; aguas subterráneas; relaciones de funcionalidad; conductividad hidráulica; acuíferos; geoelectricidad.

#### **Abstract**

A controversial and a highly debated issue has been estimated the hydrogeological properties of aquifers at the system scale from the geoelectrical parameters that characterize them due to the lack of a theory that supports the existence of functional relationship between geoelectrical parameters and hydrogeological properties. Equations that support a theory that back up the existence of such relationships are developed in this paper.

**Keywords:** hydrogeoelectric flow; groundwater; functional relationship; hydraulic conductivity; aquifers; geoelectricity

---

## **1. INTRODUCCIÓN**

A fin de mejorar el nivel de certidumbre en las investigaciones hidrogeológicas se utilizan métodos geofísicos de superficie y de pozos; sin embargo, estimar las propiedades hidrogeológicas de los acuíferos a partir de los parámetros geoeléctricos que los caracterizan ha resultado hasta hoy una tarea compleja que requiere de una teoría que demuestre, para todos los regímenes de flujo de agua subterránea presentes en la naturaleza, la existencia de relaciones de funcionalidad entre los parámetros geoeléctricos de los acuíferos y sus propiedades hidrogeológicas.

Es conocido que sobre los parámetros geoeléctricos de los acuíferos influyen diferentes factores del medio natural y de las aguas difíciles de cuantificar. Ello, unido a la ausencia de una teoría que demuestre la existencia de relaciones de funcionalidad entre dichos parámetros y las propiedades hidrogeológicas de los acuíferos para todos los medios, ha hecho que la estrategia más comúnmente utilizada sea seleccionar un lugar y establecer una relación empírica entre la medida geofísica y las propiedades hidrogeológicas de interés, controlando en el laboratorio los parámetros petrofísicos. Tal procedimiento, que según Ferré y otros investigadores (2005) permite definir las condiciones hidrogeológicas de un modo más completo y preciso, no resulta adecuado cuando se estiman las propiedades medias de los acuíferos a escala regional o de sistema, debido a que no considera el efecto distorsionador que la escala de mediciones introduce en el valor medio de las propiedades estudiadas (el conocido efecto del factor de escala, EFE). Además, teóricamente no está sustentado por ecuaciones que relacionen, en términos físicos, los parámetros geoeléctricos e hidrogeológicos del acuífero dentro las expresiones clásicas de la hidrogeología.

De modo que la inexistencia de una ecuación general que establezca relaciones de equivalencia entre los principios que rigen el flujo eléctrico y el de las aguas subterráneas en los acuíferos y que permita, a partir de los parámetros geoeléctricos de estos, estimar sus propiedades hidrogeológicas en un entorno más cercano a la realidad, condujo a establecer para este estudio el objetivo siguiente: desarrollar la ecuación general que demuestre la existencia de relaciones de funcionalidad entre los parámetros geoeléctricos de los acuíferos y sus propiedades hidrogeológicas, para todos los regímenes de flujos de las aguas subterráneas.

## **2. METODOLOGÍA**

Esta investigación se desarrolló en el plano teórico; se revisaron los trabajos relacionados con la hidráulica subterránea (Pérez-Rosales 1982;

Ruiz y Kobr 1989; Rodríguez 1995; Ferré *et al.* 2005, entre otros) y se utilizaron resultados de métodos geofísicos de corriente continua, tanto de superficie como de pozo, aplicados al estudio de las aguas subterráneas, así como de la petrofísica.

Se partió de la hipótesis de que si la conductividad eléctrica en los acuíferos es posible solo a través del agua que satura sus poros y grietas, estando esta afectada por las mismas propiedades físicas del medio que afectan al flujo de las aguas subterráneas, existe entonces una ecuación general que relaciona, funcionalmente, los parámetros geoelectrónicos con las propiedades hidrogeológicas de los acuíferos para todos los regímenes de flujo subterráneo de agua existentes en la naturaleza.

### **3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

#### **3.1. El flujo eléctrico en los acuíferos**

Cuando se hace circular corriente eléctrica por el interior de un acuífero la resistencia que el medio ofrece a su paso (resistividad eléctrica) depende de la compleja interacción de diferentes factores (porosidad, agrietamiento, distribución granulométrica, contenido de agua, mineralización del medio natural y el agua que lo satura). Esta interacción, comparada con la que establece el flujo de las aguas subterráneas con el medio es prácticamente la misma, por lo que se puede decir que el flujo de carga eléctrica en los medios porosos saturados está influido por las mismas propiedades que afectan al flujo de las aguas subterráneas.

En relación con el flujo eléctrico en el interior de un acuífero, Rodríguez (1995) demuestra que la resistividad eléctrica de una roca saturada ( $R_s$ ) es directamente proporcional al factor de formación o de resistividad eléctrica del medio ( $F$ ) y a la resistividad eléctrica del agua que la satura ( $R_w$ ).

$$R_s = F R_w \quad (1)$$

Despejando  $F$  de la ecuación anterior, se tiene que:

$$F = \frac{R_s}{R_w} \quad (2)$$

El factor de resistividad  $F$  depende directamente de la resistividad de la roca saturada, la que, de acuerdo con Ruiz y Kobr (1989), es afectada por diferentes características y factores del medio natural, entre ellos: su estructura interna, el sistema de conducción y la presencia de arcillas en su interior. En cuanto a la estructura interna Ruiz y Kobr (1989) admiten que el volumen de poros comunicados y saturados de agua en el volumen total

de roca (porosidad efectiva) es el factor principal que controla el paso de la corriente eléctrica, y deducen que la ecuación general que caracteriza al factor de resistividad ( $F$ ) en los sedimentos con porosidad intergranular se expresa por la relación:

$$F = a \varphi^{-m} \quad (3)$$

En la que:

$\varphi^{-m}$  : es la porosidad efectiva.

$a$ : es el parámetro que representa la geometría interna del medio, el cual es análogo al reportado por Mendoza y Valle (1996) con la letra **G**.

$m$ : El factor de flujo o exponente de entrapamiento.

Para acuíferos desarrollados en rocas consolidadas Pirson (1965) establece que el factor de formación o de resistividad eléctrica es directamente proporcional al cuadrado de la tortuosidad ( $\tau$ ) de los conductos por donde circula la corriente eléctrica, e inversamente proporcional a la porosidad activa o efectiva del medio:

$$F = \frac{\tau^2}{\varphi_f} \quad (4)$$

Despejando de esta ecuación la  $\tau$  se aprecia la indiscutible relación de funcionalidad directa existente entre esta propiedad y el factor de resistividad del medio impuesto por la porosidad activa ( $\varphi_f$ ).

$$\tau^2 = F \varphi_f \quad (5)$$

Igualando entonces la ecuación (4), derivada por Pirson (1965) para rocas consolidadas, con la (3), deducida por Ruiz y Kobr (1989) para sedimentos con porosidad intergranular, quedaría:

$$\frac{\tau^2}{\varphi_f} = a \varphi^{-m} \quad (6)$$

$$\tau^2 = a \varphi^{1-m} \quad (7)$$

La relación expuesta en (7) demuestra que independientemente del tipo de porosidad que participe en el flujo (de fractura o intergranular), la tortuosidad de los conductos ( $\tau$ ), como resistencia que el medio ofrece al

flujo eléctrico y al agua subterránea, depende de la geometría interna de los conductos ( $a$ ) y del coeficiente de entrapamiento ( $m$ ) (Vidal 2010).

Para acuíferos desarrollados en rocas heterogéneas y de doble porosidad Pérez-Rosales (1982) había encontrado que el espacio poroso está constituido por dos regiones que participan en el flujo eléctrico: los espacios comunicados  $\varphi_f$  (porosidad activa o de flujo) y las zonas de entrapamiento o de estancamiento  $\varphi_s$ , deduciendo así que la porosidad total está dada por la expresión:

$$\varphi = \varphi_f + \varphi_s \quad (8)$$

El mismo autor indica la razón por la cual la porosidad de flujo nunca es mayor que la porosidad total, cuando establece que la porosidad de flujo ( $\varphi_f$ ) satisface las siguientes condiciones:

$$\varphi_f = 1 \quad \text{Cuando } \varphi = 1$$

$$\varphi_f = 0 \quad \text{Cuando } \varphi = 0$$

$$\varphi_f \leq 1 \quad \text{Cuando } 0 \leq \varphi \leq 1$$

La relación más simple que cumple con las tres condiciones anteriores es la formulada en (9) y revela claramente que la porosidad de flujo, en rocas heterogéneas y de doble porosidad, también depende del exponente de entrapamiento o de flujo ( $m$ ).

$$\varphi_f = \varphi^m \quad \text{Para } m > 1 \quad (9)$$

Con base en la ecuación Maxwell, Pérez-Rosales (1982) demuestra que la ecuación más general que relaciona al factor de resistividad eléctrica del medio con sus propiedades físicas se expresa en (10). Sustituyendo en esta ecuación el factor de formación ( $F$ ) por su expresión en (4) se obtiene (11); la expresión general para la tortuosidad de los conductos porales del medio (Vidal 2010), la que en su forma más simple, queda expresada en (12), con la que se demuestra que la tortuosidad de los conductos porales también se constituyen por dos regiones que se resisten al flujo: una debido las zonas porosas activas y la otra a las zonas de estancamiento.

$$F = 1 + G(\varphi^{-m} - 1) \quad (10)$$

$$\tau^2 = G \varphi^{1-m} + \varphi(1 - G) \quad (11)$$

$$\tau^2 = \tau_f^2 + \tau_s^2 \quad (12)$$

De este modo, las ecuaciones (8) y (11) conducen a una importante conclusión: la tortuosidad de los conductos en los sedimentos con porosidad intergranular libre de arcillas depende de los mismos factores que la tortuosidad de las rocas heterogéneas de doble porosidad, diferenciándose, en este último caso, por la existencia de una zona adicional denominada de tortuosidad de estancamiento, la cual no ejerce efecto de consideración en el valor de esta propiedad.

A una conclusión semejante se llega para el factor de formación o resistividad, si en la ecuación (11) se restituye la porosidad  $\varphi$  al miembro izquierdo de la expresión.

$$F = G \varphi^{-m} + (1 - G) \quad (13)$$

Esta ecuación, en analogía con la expresión (12), se puede escribir también en la forma:

$$F = F_f + F_s \quad (14)$$

Con la que queda demostrada la existencia en los acuíferos de dos zonas de resistividades eléctricas con características propias: una correspondiente a las zonas de porosidad activa o de flujo y otra a las de estancamiento, la cual, como ya se sabe, es despreciable frente al de las zonas porosas activas, que no contienen arcillas y que hacen que el factor de formación  $F_f$  sea independiente de la resistividad del agua; es decir: una propiedad litológica invariable que caracteriza la porosidad y el grado de consolidación (Pirson 1965).

De acuerdo con la ecuación (1), la resistividad eléctrica de los acuíferos es directamente proporcional al producto del factor de formación por la resistividad del agua que los satura. Pero como se sabe, la conductividad eléctrica es el inverso de la resistividad:

$$C_e = \frac{1}{R_s} \quad (15)$$

Sustituyendo en la ecuación anterior, la resistividad de la roca saturada por su forma dada en (1), se aprecia que la conductividad eléctrica se puede expresar también de la siguiente manera:

$$C_e = \frac{1}{F R_w} \quad (16)$$

De acuerdo con esto, y en virtud de las expresiones (13) o (14), la ecuación más general que describe el comportamiento de la conductividad eléctrica en los acuíferos está dada por la expresión:

$$C_e = \frac{1}{F_f R_w} + \frac{1}{F_s R_w} \quad (17)$$

o por su forma más abreviada:

$$C_e = C_f + C_s \quad (18)$$

De ahí que para los acuíferos desarrollados en rocas consolidadas, donde la conductividad eléctrica solo es posible a través de las grietas saturadas de agua, la ecuación (17) se reduce a la forma:

$$C_e = \frac{1}{F_f R_w} \quad (19)$$

O a la forma:

$$C_e = C_f \quad (20)$$

Para las arcillas y rocas arcillosas, donde el factor de resistividad disminuye en presencia del agua de baja resistividad, y por tanto la misma se considera una función de la salinidad de esta, se obtiene (Vidal 2010) la siguiente ecuación:

$$R_a = R_w G \varphi^{-m} + R_w (1 - G) \quad (21)$$

La que también se puede expresar en la forma:

$$R_a = R_w [G \varphi^{-m} + (1 - G)] \quad (22)$$

Y donde al pasar al miembro izquierdo la  $R_w$ ; en virtud de (2) se obtiene la siguiente expresión:

$$F_a = [G \varphi^{-m} + (1 - G)] \quad (23)$$

La expresión anterior permitió demostrar que los acuíferos arcillosos también se encuentran afectados por dos factores de resistividades diferentes que participan en el flujo, conectados en paralelo (Vidal 2010); uno donde coexisten el flujo eléctrico y el del agua  $R_w G \varphi^{-m}$  y otro donde

únicamente es posible el flujo eléctrico  $R_w(1-G)$ . De acuerdo con las ecuaciones (22) y (23), se puede concluir que para estos tipos de acuíferos, en la zona donde coexisten el flujo eléctrico y el flujo hidráulico ( $R_w G \varphi^{-m}$ ), la estructura interna de los minerales arcillosos  $G$  y la porosidad activa  $\varphi^{-m}$  son los que determinan el valor del factor de formación ( $F = G\varphi^{-m}$ ), influido por la resistividad del agua  $R_w$  y el exponente de flujo o entrapamiento ( $m$ ). Mientras que en la zona donde solo es posible el flujo eléctrico, el factor de resistividad ( $F$ ) depende únicamente de la influencia ejercida por la  $R_w$  en la estructura interna de los minerales arcillosos  $G$ , siendo esta última la que determina que, en las rocas arcillosas, la presencia de aguas de bajas salinidad disminuya adicionalmente la resistividad  $R_a$ , debido a la formación de una capa de hidratación ( $C_h = R_w - R_w G$ ) de baja resistividad, al ser desprovistos los minerales arcillosos de sus iones positivos.

Para la zona donde coexisten el flujo eléctrico y el del agua subterránea ( $R_w G \varphi^{-m}$ ) la conductividad hidráulica disminuye debido a que el incremento del volumen de los minerales arcillosos, en presencia del agua, cierran los conductos porales y hacen que el exponente de flujo se haga menor que la unidad ( $m < 1$ ).

La presencia de estas dos zonas explican las causas por las que en las rocas arcillosas la porosidad de flujo se hace aparentemente mayor que la porosidad total y, por tanto, la permeabilidad intrínseca y, en consecuencia, la conductividad hidráulica esté afectada por errores de consideración cuando no se tiene en cuenta el efecto del factor de escala (EFE).

### 3.2. Teoría general del flujo hidrogeoelectrico

Para fundamentar esta teoría se parte de la ley de Darcy para el flujo de las aguas subterráneas, la cual establece que: la velocidad del flujo de estas aguas ( $U$ ), en régimen lineal, es proporcional al gradiente de carga hidráulica ( $I$ ) y a la conductividad hidráulica del medio acuífero ( $K_D$ ).

$$U = K_D I \quad (24)$$

Como parámetro del medio que caracteriza la facilidad con que el agua subterránea circula a través de él la conductividad hidráulica darciana ( $K_D$ ) depende de una propiedad característica de este denominada permeabilidad intrínseca ( $k$ ); así como de la viscosidad dinámica del agua ( $\mu$ ), la cual relaciona la aceleración de la gravedad ( $g$ ) con la viscosidad cinemática de esta ( $\nu$ ):  $\mu = \frac{g}{\nu}$

$$K_D = k \frac{g}{\nu} \quad (25)$$

De acuerdo con Ruiz y Kobr (1989) "la más notable y fundamental" de las ecuaciones propuestas para la permeabilidad intrínseca es la desarrollada por Kozeny en 1927, la cual establece que: como verdadera resistencia que el medio ofrece al paso del agua, la misma está relacionada con las propiedades de este a través de la siguiente expresión:

$$k = \frac{\varphi_f^3}{\tau^2 \sigma S_V^2 (1 - \varphi_f)^2} \quad (26)$$

En la que:

$\varphi_f$  : es la porosidad activa o de flujo

$\tau$  : la tortuosidad de los conductos de circulación del medio

$\sigma$  : el grado de consolidación de la roca, la que para formaciones consolidadas  $\sigma \cong 2$ ; y para las no consolidadas  $\sigma \cong 2.5$

$S_V$  : La superficie específica de los granos por unidad de volumen de roca.

En relación con la  $S_V$  la consideran un espacio singular definido como: el área total de los granos expuestos dentro del espacio poroso  $S_\varphi$  por unidad de volumen; encontrando que esta se relaciona con el espacio poroso efectivo y la porosidad a través de la siguiente expresión:

$$S_V = S_\varphi \frac{\varphi}{1 - \varphi} \quad (27)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación 26, después de algunas simplificaciones, se obtiene la siguiente ecuación para la permeabilidad intrínseca:

$$k = \frac{\varphi_f}{\tau^2 \sigma S_\varphi^2} \quad (28)$$

La que revela la influencia que ejerce el espacio poroso efectivo ( $S_\varphi$ ) a través del cual discurre el flujo en el acuífero, como consecuencia de su grado de consolidación ( $\sigma$ ) y la tortuosidad de los conductos porales ( $\tau$ ), en la resistencia que el medio ofrece al paso del agua.

En relación con el espacio poroso efectivo ( $S_\varphi$ ) Shestakov (1983) estableció la siguiente relación:

$$S_{\varphi} = \varphi_f A \quad (29)$$

En la que  $A$  es el área bruta de la sección transversal de flujo, la cual define como un espacio singular donde el esqueleto mineral sólido de la roca representa la unidad de volumen, por lo que ella se expresa como:

$$A = B \times H \quad (30)$$

Donde  $B$  es el ancho medio de la sección transversal del acuífero y  $H$  su espesor medio saturado.

Los métodos más empleados para determinar las propiedades hidrogeológicas media que caracterizan a los acuíferos son las pruebas de bombeos o aforos de pozos. Sin embargo, estas pruebas, además de resultar costosas, introducen errores de consideración en los estimados de dichas propiedades debido a que el espacio abarcado por ellas (el radio de influencia) permite solo un determinado grado de detalle. Para eliminar dicho error Bear, Zaslasky e Irmay (1968) recomiendan definir un volumen, área o longitud mínima, en los que las variaciones de sus dimensiones no afectasen sustancialmente el valor medio de las propiedades estudiadas.

Siguiendo dicha recomendación, y apoyado en la teoría de las variables regionalizadas, se introduce el concepto de área elemental representativa (AER), la que define como el área mínima por unidad de volumen de roca de la sección transversal del acuífero, dentro de la cual una adición o sustracción de sus medidas elementales no afecta significativamente el valor medio de la propiedad estudiada (Vidal 2007).

Como las propiedades hidrogeológicas de los acuíferos constituyen variables regionalizadas para la determinación de su comportamiento espacial con la menor incertidumbre posible el autor recurrió a las técnicas geoestadísticas mediante el empleo de los gráficos de variogramas, los cuales permiten definir una zona de influencia o radio de alcance máximo ( $R_{A.Máx}$ ), dentro del cual la varianza espacial de la propiedad o propiedades estudiadas no distorsionan significativamente sus valores medios.

Partiendo de este concepto, el ancho o longitud elemental representativa ( $LER$ ) de la sección transversal de flujo de un acuífero, dentro del cual el valor medio de la propiedad estimada no se distorsiona sustancialmente, está dado por la expresión:

$$LER = 2 R_{A.Máx} \quad (31)$$

Y su área elemental representativa como:

$$AER = LER \times H \quad (32)$$

Por lo de acuerdo con esto, y en virtud de la ecuación (29), el espacio poroso efectivo por metro cúbico de roca acuífera de la sección transversal de un acuífero será igual a:

$$S_p = \phi_f AER \quad (33)$$

Introduciendo este nuevo concepto en la ecuación 28, y teniendo en cuenta que el factor de resistividad eléctrica de un acuífero es función de la tortuosidad de los conductos porales (ecuación 5), la permeabilidad intrínseca estará dada por la ecuación:

$$k = \frac{1}{F \sigma S_p^2} \quad (34)$$

La que, de acuerdo con (25), también se puede expresar en función de la resistividad de la roca y del agua de saturación:

$$k = \frac{R_w}{R_s \sigma S_p^2} \quad (35)$$

Las ecuaciones 34 y 35 demuestran que la permeabilidad intrínseca, como verdadera resistencia que el medio ofrece al paso del agua en los acuíferos, se opone de igual modo al de la corriente eléctrica. De esta manera se puede afirmar que en las zonas donde la resistividad eléctrica del acuífero disminuye, manteniéndose la del agua aproximadamente constante, la permeabilidad intrínseca del acuífero se incrementa y en consecuencia su conductividad hidráulica (ecuación 25).

Por otra parte, la resistencia transversal ( $R_T$ ) y la conductancia longitudinal ( $S$ ), denominados por Maillet (1947) parámetros de Dar Zarrowk y expresados por las ecuaciones:

$$R_T = R_s H \quad (36)$$

$$S = \frac{H}{R_s} \quad (37)$$

También establecen relaciones de proporcionalidad directa e inversa con la resistividad del acuífero ( $R_s$ ):

$$R_S = \frac{R_T}{H} \quad (38)$$

$$R_S = \frac{H}{S} \quad (39)$$

Lo que permite expresar la permeabilidad intrínseca dada en (35), en función de dichos parámetros.

$$k = \frac{R_W H}{R_T \sigma S_p^2} \quad (40)$$

$$k = \frac{S R_W}{H \sigma S_p^2} \quad (41)$$

En cuanto a la ley de Darcy (ecuación 24), Pérez-Franco (1977) demuestra que esta no resulta válida para caracterizar el comportamiento general del flujo de las aguas subterráneas, debido a que la misma es incapaz de expresar el comportamiento no lineal de este, una vez rebasado ciertos límites de velocidad. Esta situación indujo la necesidad de buscar una nueva ecuación más general, que considerara como sucesos particulares: el flujo lineal y el turbulento puro. Como es el caso de la desarrollada por Pérez-Franco (1977):

$$I = \frac{\nu}{gk} U + \frac{C}{gk^{1/2}} U^2 \quad (42)$$

Como se puede apreciar, en la anterior expresión, para el flujo lineal, la conductividad hidráulica se relaciona con la permeabilidad intrínseca a través de la ecuación:

$$\frac{\nu}{gk} = \frac{1}{K_b} \quad (43)$$

$$K_b = \frac{gk}{\nu} \quad (44)$$

Y para el turbulento puro por:

$$\frac{C}{gk^{1/2}} = \frac{1}{K_r^2} \quad (45)$$

$$K_r^2 = \frac{gk^{1/2}}{C} \quad (46)$$

Donde  $C$  es una propiedad intrínseca del medio, característica de cada uno de ellos que denomina rugosidad equivalente.

Teniendo en cuenta las expresiones 44 y 45, Pérez-Franco (1977) encontró la siguiente relación entre la velocidad del flujo, el gradiente y conductividad hidráulica del medio.

$$I = \frac{1}{K_D} U + \frac{1}{K_T^2} U^2 \quad (47)$$

En la que se advierte que, para el régimen de flujo lineal (Darciano), la velocidad del flujo es proporcional al gradiente y a la conductividad hidráulica del acuífero:

$$U = K_D I \quad (48)$$

Mientras que para el turbulento puro esta se incrementa de forma cuadrática, como consecuencia del incremento en igual proporción de la conductividad hidráulica.

$$U^2 = K_T^2 I \quad (49)$$

Expresando la permeabilidad intrínseca de ecuación 42, en función del factor de formación o de resistividad eléctrica del acuífero (ecuación 34), se obtiene la siguiente expresión general para el flujo hidrogeoelectrico de los acuíferos:

$$I = \frac{F\sigma S_p^2 \nu}{g} U + \frac{F^{1/2} \sigma^{1/2} S_p C}{g} U^2 \quad (50)$$

La que, al tener en cuenta la relación de proporcionalidad existente entre el factor de formación, la resistividad eléctrica del acuífero y la del agua subterránea (ecuación 2), se puede expresar también en la forma:

$$I = \frac{R_S \sigma S_p^2 \nu}{R_W g} U + \frac{R_S^{1/2} \sigma^{1/2} S_p C}{R_W^{1/2} g} U^2 \quad (51)$$

En esta se aprecia fehacientemente la relación existente entre el gradiente hidráulico, la velocidad del flujo, los parámetros geoelectricos del medio, el agua y las propiedades intrínsecas de este, para todos los regímenes existente en la naturaleza. De esta manera, la ecuación anterior muestra que cuando el flujo que se produce en el acuífero, en condiciones naturales, resulta lineal (darciano), se rige por la expresión:

$$U = \frac{R_w}{R_s \sigma S_p^2} \frac{g}{\nu} I \quad (52)$$

La que revela que en las zonas donde la resistividad del acuífero disminuye en proporción lineal, como consecuencia del incremento cuadrático del espacio poroso efectivo de flujo, la velocidad de este se incrementa.

Mientras que para las zonas donde el flujo resulta turbulento puro, la velocidad vendrá expresada por la ecuación:

$$U^2 = \frac{R_w^{1/2} g}{R_s^{1/2} \sigma^{1/2} S_p C} I \quad (53)$$

En la que se observa que la velocidad del flujo se incrementa de forma cuadrática en las zonas donde la resistividad del acuífero disminuye en igual proporción, como consecuencia de la disminución del espacio poroso efectivo, el grado de consolidación del acuífero y su coeficiente de rugosidad ( $C$ ); lo cual se produce fundamentalmente en condiciones alteradas por la explotación o en acuíferos de gran desarrollo cársico.

De igual manera, si expresamos en la ecuación 42 la permeabilidad intrínseca en función de la resistencia transversal ( $R_T$ ) y la conductancia longitudinal ( $S$ ), dada a través de las ecuaciones 40 y 41:

$$I = \frac{\nu R_T \sigma S_p^2}{g R_w H} U + \frac{C R_T^{1/2} \sigma^{1/2} S_p}{g R_w^{1/2} H^{1/2}} U^2 \quad (54)$$

$$I = \frac{\nu \sigma S_p^2}{g S R_w} U + \frac{C H^{1/2} \sigma^{1/2} S_p}{g R_w^{1/2} S^{1/2}} U^2 \quad (55)$$

Se puede apreciar que la ley general del flujo hidrogeoelectrico aquí propuesta también resulta válida para dichos parámetros.

Las ecuaciones 50 a la 55 constituyen la base que fundamenta la teoría general del flujo hidrogeoelectrico aquí desarrollada. Con ellas queda demostrada la existencia de relaciones de funcionalidad entre el flujo de las aguas subterráneas, los parámetros geoelectricos del acuífero y sus propiedades intrínsecas, para todos los regímenes de flujo existentes en la naturaleza.

#### 4. CONCLUSIONES

- El desarrollo y establecimiento de las nuevas ecuaciones que en este trabajo se presentan permiten concluir que la teoría general del flujo hidrogeoelectrico establece relaciones de funcionalidad entre los

parámetros geoelectricos de los acuíferos y las propiedades hidrogeológicas intrínsecas de estos, que la hacen válida para todos los regímenes de flujo saturados existentes en la naturaleza; lo cual da la posibilidad de estimar, a partir de su comportamiento geoelectrico, las propiedades hidrogeológicas de ellos a escala de sistema, en un entorno más cercano a la realidad.

## 5. REFERENCIAS

- Bear, J.; Zaslavsky, D. e Irmay, S. 1968: *Physical principles of water percolation and seepage*. París: UNESCO. 465 p.
- Ferré, T. P. A.; Binley, A.; Geller, J.; Hill, E. and Illangasekare, T. 2005: Hydrogeophysical Methods at the Laboratory Scale. En: *Hydrogeophysics*. Dordrecht: Springer, p. 441-463.
- Kozeny, J. 1927: Uber kapillare leitung der wasser in boden. *Royal Academy of Science, Vienna, Proc. Class I*, 136: 271-306.
- Maillet, R. 1947: The fundamental equations of electrical prospecting. *Geophysics*, 12(4): 529-556.
- Mendoza, R. y Valle, V. 1996: Modelos petrofísicos para la descripción de yacimientos fracturados. *Ciencias de la Tierra* Instituto Politécnico Nacional. México. 370 p.
- Pirson, S. 1965: *Ingeniería de yacimientos petrolíferos*. Barcelona: Ediciones Omega, S.A. 786 p.
- Pérez-Rosales, C. 1982: On the relationship between formation resistivity factor and porosity. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 22(04): 531-536.
- Pérez-Franco. D. 1977: *Theoretical and practical investigation into non Linear seepage law*. Doctoral thesis. University of Budapest. Hungary.
- Rodríguez, C. I. 1995: Resistividad eléctrica específica de las rocas. *Revistas Ingeniería de Minas*, VII(7): 25-29, Colombia.
- Ruiz, J. I. y Kobr, M. 1989: *Métodos geofísicos de pozos*. La Habana: Editorial ISPJAE.
- Shestakov, V. M 1983: *Hidrología subterránea*. Moscú: Editorial Vneshtorgizdat. 433 p.
- Vidal, M. E. 2007: Un nuevo método para determinar la conductividad hidráulica media de acuíferos cársicos a partir de la resistividad eléctrica. Estudio de caso. En: VIII Congreso Internacional de Ingeniería Hidráulica. Isla de la Juventud. ISBN 978-959-247-036-1.
- Vidal, M. E. 2010: *Cálculo de la conductividad hidráulica media de los acuíferos a partir de su resistividad eléctrica. Validación práctica*. Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. 97 p.

Recibido: 28/04/17  
Aceptado: 09/11/17

*Eugenio Vidal-Méndez*, Doctor en Ciencias Técnicas. Universidad de  
Guantánamo, Cuba [eugeniovm@cug.co.cu](mailto:eugeniovm@cug.co.cu)