

# Modelación 3D de la masa volumétrica en yacimientos lateríticos mediante estimadores $(A,U,\theta)$

## Volumetric mass 3D modeling in lateritic ore deposits using $(A,U,\theta)$ estimators

Justino Tomás-António<sup>1\*</sup>, Arístides A. Legrá-Lobaina<sup>1</sup>, Ramón Gilberto Polanco-Almanza<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Moa, Holguín, Cuba

\*Autor para la correspondencia: [justino@ismm.edu.cu](mailto:justino@ismm.edu.cu)

### Resumen

Se propone un estimador UPD de la familia  $(A,U,\Theta)$  para modelar la masa volumétrica en yacimientos lateríticos el cual tiene en cuenta las relaciones espaciales y de composición geoquímica. Su implementación satisfactoria en el yacimiento Punta Gorda con un soporte compacto que tiene en cuenta el dominio territorial del yacimiento, las capas verticales y un número razonable de muestras cercanas al punto donde se estima cada vez, permitió realizar un procedimiento de validación cruzada que indica que más del 90 % de las estimaciones tienen diferencias no mayores que un 20 % con respecto a los valores medidos.

**Palabras clave:** masa volumétrica; yacimiento laterítico; estimación; modelo UPD; validación cruzada.

### Abstract

To model volumetric mass in lateritic deposits which takes into account geochemical composition and spatial relationships a UPD estimator from  $(A, U, \Theta)$  family is proposed. Its satisfactory implementation in Punta Gorda deposit with a compact support that takes into account the territorial domain of the field, the vertical layers and a reasonable number of samples close to the point where it is estimated every time, allowed carrying out a cross-validation procedure that shows more than 90% of the estimates have differences no greater than 20% with respect to the measured values.

**Keywords:** Volumetric mass, lateritic deposit, estimation, UPD model, cross validation.

## 1. INTRODUCCIÓN

La estimación de los recursos minerales de un yacimiento consiste en la determinación de la cantidad de su masa minera. Estos recursos se contabilizan en toneladas métricas para varias categorías del mineral en función de las propiedades que definen el acceso al cuerpo mineral, el equipamiento necesario para su extracción, su almacenamiento y la preparación mecánica y beneficio que se aplicará al mineral útil para que pueda ser apto para su utilización industrial.

Los recursos geológicos de los yacimientos se expresan mediante un modelo tridimensional (3D) denominado **Modelo de Recursos** que consiste en tablas que, por bloques con formas regulares 3D de mineral, relaciona valores (generalmente valores medios) de las propiedades de interés para la gestión geólogo-minera. Cada bloque es un subconjunto disjunto del yacimiento (es decir, los bloques no se interceptan entre ellos) y la unión de todos ellos representa al yacimiento.

A partir del modelo de recursos geológicos se realizan estudios sobre la viabilidad técnica y económica de la explotación del yacimiento considerando diversas propuestas o variantes de sistemas de explotación minera. Estos estudios conducen a los **Modelos de Reservas** que definen, para cada sistema de explotación estudiado, cuál es el volumen de los recursos minerales (materia prima *in situ*) que puede ser considerado útil para la explotación (conocida como mena útil) y cuál no (denominada escombro) y, sobre todo, la selección de los sistemas de explotación más rentables.

En los yacimientos lateríticos cubanos se estudian sistemáticamente las propiedades: litológicas, mineralógicas, geoquímicas, geofísicas, hídricas, geométricas, genéticas, estructurales, biológicas y sociales.

Según varios autores (Ruz 1978; Vera-Yeste 1979; García 1986; Miranda 1998; Lavandero 1988; Ramos 1989; Lepin y Ariosa 1990; Mustelier 1990; Rodríguez 1990; Serrano 1991; Calderín 1994), una variable importante es la masa volumétrica del material seco *in situ* que en estos yacimientos se determina a partir de muestras tomadas en pozos criollos, trincheras y otras excavaciones, considerando muestras de masa, volumen y humedad conocidas.

Durante el estudio de esta propiedad se presenta una importante contradicción dada porque:

- la gestión geólogo-minero-metalúrgica del mineral del yacimiento necesita de un conocimiento adecuado (suficiente) de las propiedades en cada localización del yacimiento.
- las observaciones, mediciones y análisis solo se realizan en muy pocas localizaciones, por lo cual, según los datos obtenidos, gran parte del yacimiento es desconocido.

La solución de esta discordancia es bien conocida: a partir de los datos reales disponibles en algunas localizaciones se modelan matemáticamente las propiedades para todo el dominio geológico del yacimiento y a partir de estos modelos se estiman los valores de las propiedades en las localizaciones donde no hubo muestreo.

Entonces pueden enunciarse dos problemáticas importantes:

- ¿Cómo diseñar el muestreo de las propiedades de forma tal que se garantice suficiente representatividad de la realidad para que los modelos matemáticos se alimenten con datos significativos?
- ¿Cuál modelo matemático escoger entre varios disponibles de manera que el seleccionado tenga las propiedades deseadas, explique correctamente la "realidad" que expresan las muestras y, además, sea capaz de estimar nuevos valores de las propiedades en localizaciones no muestreadas con valores cercanos a los valores reales desconocidos?

El presente artículo se refiere al segundo aspecto en referencia a la propiedad masa volumétrica en los yacimientos lateríticos cubanos.

### **1.1. Análisis crítico de la modelación de masas volumétricas en yacimientos lateríticos cubanos**

La información primaria sobre esta propiedad se obtiene a partir del muestreo en pozos criollos (Vera-Yeste 1979) que son excavaciones verticales de base cuadrada, donde para cada un metro lineal de profundidad se toma manualmente en cada pared del pozo una muestra a la cual se le determina su masa volumétrica (MV), la humedad (H), el coeficiente de disgregación (CD) y los contenidos porcentuales de níquel, hierro y cobalto (Ni, Fe y Co, respectivamente). También se ha muestreado la MV en otros tipos de excavaciones como las denominadas trincheras (Rodríguez 1990; Serrano 1991; Calderín 1994).

Históricamente en los yacimientos lateríticos cubanos a partir de las concentraciones de Ni y Fe se definen los denominados tipos tecnológicos (que llamaremos TT): FB (mineral de hierro de balance); FF (mineral de

hierro fuera de balance); LF (laterita fuera de balance); LB (laterita de balance); SB (serpentina de balance); SD (serpentina dura); SF (serpentina fuera de balance); y RE (roca estéril). Los rangos de estas clasificaciones dependen de los porcentajes de Ni mínimo y de Fe mínimo (*cut-off*) que se requieran para garantizar el desarrollo de los procesos metalúrgicos (Legrá-Lobaina 1999) y se asignan a cada muestra según los valores de Ni y Fe que esta obtenga.

A cada muestra procesada se le asigna un valor de la propiedad TT y obviamente si cambiasen los *cut-off* de Ni y Fe (debido a cambios en el proceso metalúrgico u otra causa) entonces se tendrían que dar nuevas clasificaciones de TT a cada muestra.

Las ideas tradicionales para modelar la masa volumétrica en los yacimientos lateríticos se han basado en cuatro principios:

- Excavar 10-12 pozos criollos por cada  $\text{km}^2$  de área de superficie del yacimiento. Cuando la superficie de un yacimiento se define por bloques cuadrados de 300 m de lado, 11 pozos criollos equivalen aproximadamente a un pozo por bloque, de lo cual se infiere que este último es un criterio equivalente (Vera-Yeste 1979).
- Asumir como valores de muestreo en cada pozo criollo las medias de sus propiedades medidas en las cuatro caras para cada un metro de profundidad (Vera-Yeste 1979).
- Por ejemplo, para cada intervalo vertical  $d_i=[z_i; z_{i+1}]$  del pozo criollo se tendrá un solo valor de Ni obtenido como la media aritmética de los valores muestreados en las cuatro caras del pozo en  $d_i$ ; lo mismo sucede para el resto de las propiedades Fe, Co, CD, H y MV. Por supuesto, en cada intervalo  $d_i$ , el valor de cada TT es único y se determina a partir de los valores promedios de Ni y Fe en  $d_i$ . Para cada pozo criollo se promedian los valores de todas las muestras que tienen el mismo TT de manera que cada pozo criollo se vincula con un único valor de MV para cada TT presente en el pozo.
- Dividir la región que ocupa el yacimiento en varias subregiones a veces denominados dominios (Vera-Yeste, 1979; Vera-Sardiñas 2001) y promediar en cada una de ellas los valores de MV para cada TT, considerando los pozos criollos que pertenecen a cada subregión. Con este proceder en cada subregión se tiene un valor de MV para cada tipo tecnológico.
- El valor de MV en cualquier localización del yacimiento donde esta propiedad no ha sido muestreada, pero se conocen los valores de Ni y

Fe y, por tanto, su TT, se determina la subregión a la que pertenece la localización y se "estima" (asigna) el valor de MV que corresponde según el valor del TT de la muestra (Miranda 1998; Legrá-Lobaina 1999).

Estos criterios han evolucionado sobre la base de considerar que la MV es una función del porcentaje de los elementos presentes (en este caso de Ni, Fe y Co) y también es una función de la posición geométrica de la localización y, en particular, de su posición relativa con respecto a las coordenadas de las muestras que aportan información real sobre el comportamiento de la MV.

Sobre los métodos de estimación de las masas volumétricas son significativos los trabajos de:

- El peso volumétrico como función de los contenidos de yacimientos lateríticos de corteza de intemperismo (Serrano 1991).
- Método basado en triangulizaciones (Legrá, Polanco y Miranda 1999; Legrá-Lobaina 1999).
- Método basado en Co-Krigeaje con variable colocalizada (Cuador-Gil y Lavaut-Copa 2008).
- El uso de modelos mínimos cuadrado para estimar MV a partir de las concentraciones de varios elementos químicos en trabajos técnicos de la empresa Pedro Sotto Alba (Moa, Holguín, Cuba) y de la Empresa Geólogo Minera de Oriente (Santiago de Cuba) durante los últimos 20 años.
- Trabajos del Dr. C. Ramón Eddy Peña Abreu (Peña-Abreu y Sam-Palanco 2013).
- La MV expresada sobre la base de las concentraciones químicas de los elementos en óxidos en función de la masa molecular de los elementos (Muñoz et al. 2019).

A partir del análisis crítico de estos resultados puede concluirse que, a pesar de los evidentes aportes que ha realizado cada una de estas investigaciones, en las mismas se advierten ciertas insuficiencias:

1. Los trabajos mencionados han subutilizado la información primaria disponible cuando la han obviado o se tomaron medias aritméticas en diversas etapas de los métodos propuestos y también se usan como variables clasificatorias solo a los tipos tecnológicos.

2. Algunos de los trabajos citados incluyen procedimientos que dependen en suma medida de la experticia personal de los que lo aplican y los resultados publicados no tienen suficientemente argumentada su formalización algorítmica y los escenarios donde es posible su aplicación.
3. En todos los trabajos mencionados antes se ha argumentado sobre las ventajas teóricas de cada método y su aplicabilidad pero, en ningún caso se ha probado, usando los datos muestreados reales disponibles, la eficacia de los métodos propuestos mediante técnicas reconocidas como la validación cruzada (Arlot y Celisse 2010; Zhang y Yang 2015; Legrá-Lobaina 2020) que permitan comparar los valores estimados con los valores reales.

Entonces se hace necesario dejar establecido que se necesitan estimadores que:

- A. Sin perder eficiencia, maximicen la utilización de los datos disponibles y se eviten las variables intermedias y los modelos secundarios cuando estos no sean suficientemente explicativos y pronosticadores.
- B. Se apliquen teniendo en cuenta las subregiones o dominios del yacimiento que garanticen cierta homogeneidad en el comportamiento de las variables que intervienen en la estimación.
- C. Consideren el enfoque de estimadores puntuales y de bloques en los momentos necesarios durante la determinación del modelo de recursos del yacimiento.
- D. Sus parámetros configuren procedimientos eficaces, es decir, que garanticen que los valores estimados sean adecuados (interpolación exacta, poca variabilidad intermodal y superar pruebas de validación cruzada).

## **2. METODOLOGÍA**

### **2.1. Estimación $(A,U,\theta)$ de valores de masa volumétrica considerando el comportamiento de las concentraciones geoquímicas**

Sin perder generalidad a continuación se presenta el escenario más común para el problema de modelar las masas volumétricas en yacimientos lateríticos en función de la posición geométrica de los datos dadas por los puntos  $P_i$  de coordenadas  $(X_i, Y_i, Z_i)$  y de los valores de algunas

concentraciones de elementos (Ni, Fe, Co) en cada punto muestreado. Sean los  $m$  datos:

$$W = \{ (P_i; MV_i; Ni_i; Fe_i; Co_i) \mid P_i \in R^3; MV_i, Ni_i, Fe_i, Co_i \in R \} \quad (1)$$

El estimador puntual que se necesita debe permitir obtener una aproximación del valor de  $MV_e$  en un punto  $P_e \in R^3$  donde también se conozcan los valores de  $Ni_e, Fe_e, Co_e$ .

Una idea general del estimador que se propondrá en el presente trabajo ha sido explicada por Legrá-Lobaina y Terrero (2019), quienes extienden el uso de los estimadores puntuales básicos denominados  $(A, U, \Theta)$  expuestas por Legrá-Lobaina (2017, 2018).

En el presente estudio se propone que:

$$[A] = \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} & \dots & \theta_{1m} \\ \theta_{21} & \theta_{22} & \dots & \theta_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_{m1} & \theta_{m2} & \dots & \theta_{mm} \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde se asume que  $[A]$  y su transpuesta  $[A^T]$  tienen inversas.

Además, se denotan los vectores:

$$[MV_W] = \begin{bmatrix} MV_1 \\ MV_2 \\ \dots \\ MV_m \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[\theta_e] = \begin{bmatrix} \theta_{e1} \\ \theta_{e2} \\ \dots \\ \theta_{em} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Donde la función real  $\Theta$ , que describe algún tipo de comportamiento de  $MV$ , puede operar sobre dos puntos en la forma  $\Theta_{ij} = \xi(P_i; P_j)$ . En esta oportunidad se propone usar  $\Theta_{ij} = (d_{ij})^q$ , o sea, estimador UPD (Legrá-Lobaina 2017), donde  $q$  es la potencia o exponente al que se eleva de la distancia euclidiana suavizada entre los puntos  $P_i$  y  $P_j$  definida por:  $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 + s^2}$  donde se designa al parámetro  $s \in R$  como factor de suavización.

La Deriva  $\varepsilon(P)$  es el producto escalar usual del vector  $[b]^T = [b_1, \dots, b_t]$ , y un vector de  $t$  funciones conocidas:  $[\theta(P)]^T = [\theta_1(P), \dots, \theta_t(P)]$ . En este caso  $t=4$  y  $[\theta_1(P), \dots, \theta_4(P)] = [1, Ni(P), Fe(P), Co(P)]$  por tanto:

$$\varepsilon(P) = [b] \cdot [\theta(P)] = \sum_{k=1}^4 b_k \theta_k(P) \quad (5)$$

$$= b_1 + b_2 Ni(P) + b_3 Fe(P) + b_4 Co(P)$$

Se propone que la estimación se obtenga mediante la expresión:

$$MV_e = \sum_{i=1}^m L_i \theta_{ei} + \sum_{k=1}^4 b_k \theta_k(P_e) \quad (6)$$

$$MV_e = \sum_{i=1}^m L_i \theta_{ei} + b_1 + b_2 Ni(P_e) + b_3 Fe(P_e) + b_4 Co(P_e)$$

De esta manera estamos asegurando que la  $MV_e$  en cada punto  $P_e$  es función de:

- La posición espacial de  $P_e$  con respecto a los puntos de muestreo  $P_1, \dots, P_m$  y sus correspondientes valores de la masa volumétrica.
- Las concentraciones de Ni, Fe y Co en  $P_e$ .

Asumiendo el vector  $[L]^T = [L_1, \dots, L_m]$  entonces (6) se escribe en notación vectorial:

$$MV_e = [L] \cdot [\theta_e] + [b] \cdot [\theta_e] \quad (7)$$

Considerando que se cumple el principio de que el estimador funciona como un interpolador exacto entonces para cada dato  $(P_j, MV_j, Ni_j, Fe_j, Co_j)$ , donde  $j=1, \dots, m$ , se cumple la expresión (6) y se obtienen entonces las  $m$  ecuaciones:  $\sum_{i=1}^m L_i \theta_{ij} + \sum_{k=1}^4 b_k \theta_k(P_j) = MV_j$ .

Como es usual (Legrá-Lobaina 2017), se asume que  $[L] \cdot [\theta(P_1), \theta(P_2), \dots, \theta(P_m)] = 0$  y se completa el sistema de ecuaciones lineales (8) el cual debe resolverse para obtener los valores de los coeficientes  $L_i$  y  $b_k$ .

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m L_i \theta_{ij} + \sum_{k=1}^4 b_k \theta_k(P_j) = MV_j \\ \sum_{i=1}^m L_i \theta_h(P_i) = 0 \\ j = 1, 2, \dots, m \\ h = 1, 2, \dots, 4 \end{cases} \quad (8)$$

Si se considera la matriz:

$$[\theta_{4m}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ Ni(P_1) & Ni(P_2) & \dots & Ni(P_m) \\ Fe(P_1) & Fe(P_2) & \dots & Fe(P_m) \\ Co(P_1) & Co(P_2) & \dots & Co(P_m) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Entonces la expresión del sistema (8) se escribe matricialmente:

$$\begin{bmatrix} A & \theta_{m4} \\ \theta_{4m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MV_W \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Cuando se utilizan los  $m$  datos para estimar  $MV_e$  se dice que se utiliza un Soporte Global de estimación. Cuando se utilizan  $n < m$  puntos de los datos

para realizar la estimación se dice que se utiliza un Soporte Compacto y es necesario un estudio especial para definir las reglas que en cada estimación permitan seleccionar los  $n$  puntos del soporte. En la Figura 1 se resume el algoritmo del estimador propuesto.

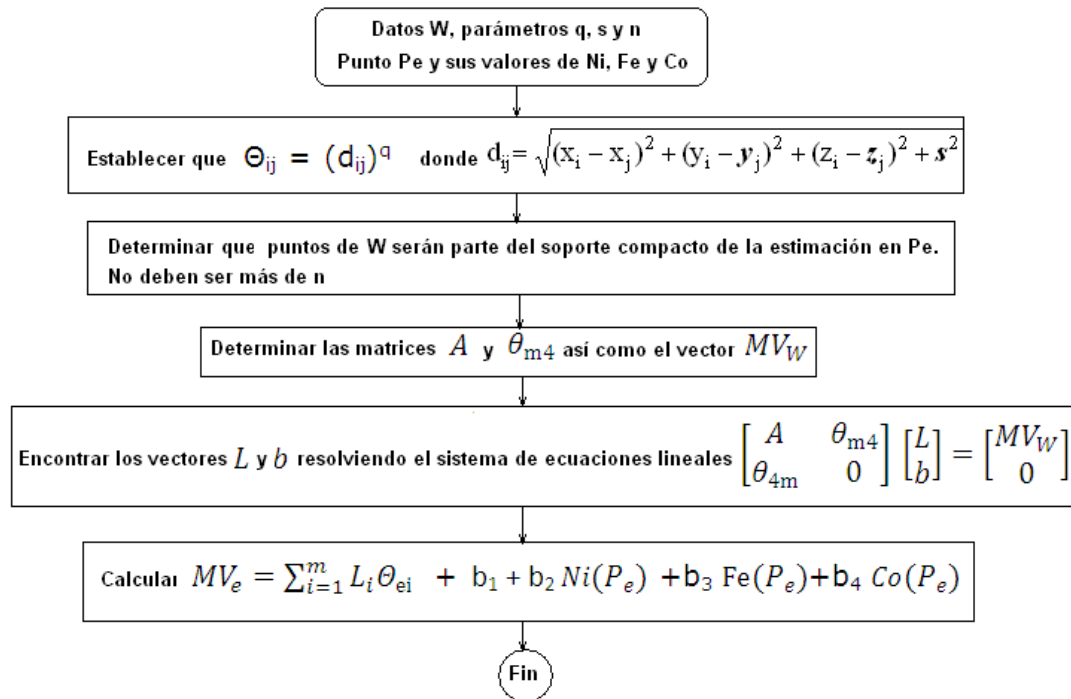


Figura 1. Algoritmo del estimador puntual UPD propuesto.

## 2.2. Soporte compacto del caso de estudio del yacimiento Punta Gorda

Desde la década de los 80 del siglo XX, el yacimiento Punta Gorda es explotado por la empresa Comandante Ernesto Che Guevara (Moa, Holguín, Cuba) y en referencia al tema de las masas volumétricas en el año 1999 se conocían 44 pozos criollos (Legrá-Lobaina 1999) que se representan en la Figura 2. Las características estadísticas de sus datos aparecen en el trabajo de Legrá, Polanco y Miranda (1999).

Puede notarse en la Figura 2 que:

- Se tienen 8 pozos criollos cuyas coordenadas planas XY los ubican fuera de la frontera del yacimiento.
- La distribución de los pozos en referencia a los bloques cuadrados de 300 m de lado (forma usual de subdividir estos yacimientos) es irregular porque se tienen varios bloques sin pozos en su área y algunos bloques con dos o más pozos incluidos en su área.

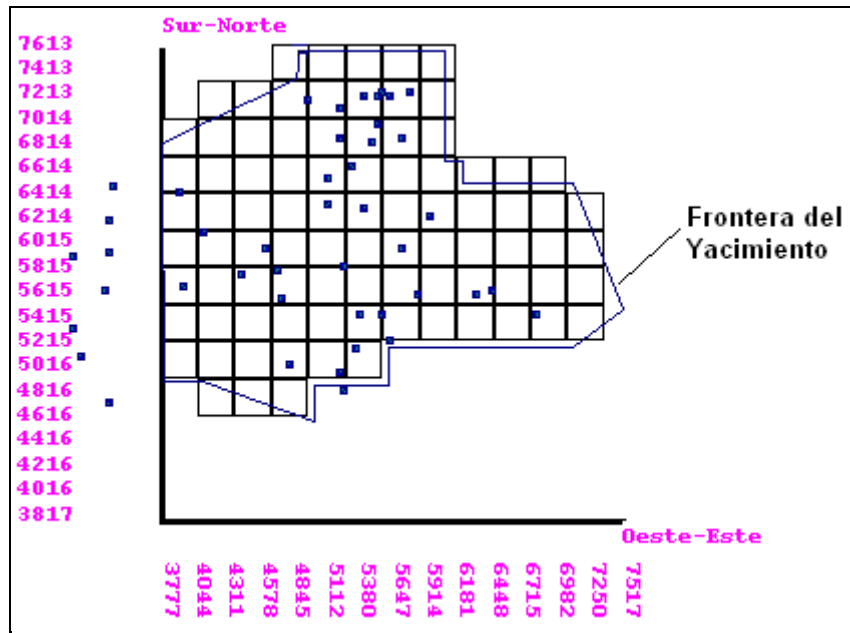


Figura 2. Posición 2D de la ubicación de los pozos criollos relacionados con el yacimiento Punta Gorda en el año 1999 (Fuente: Legrá-Lobaina 1999).

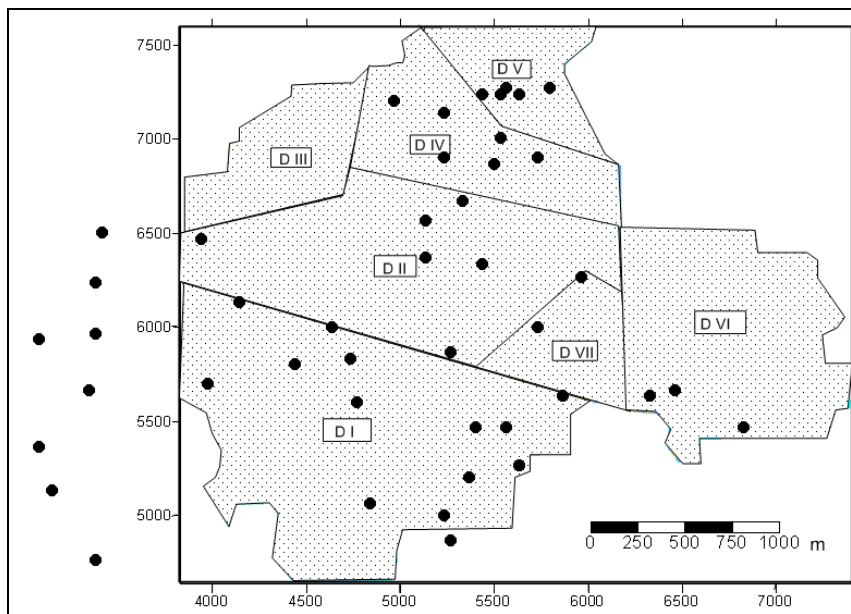


Figura 3. Pozos criollos en los dominios geológicos (Vera-Sardiñas *et al.* 2001).

Si se analiza el plano de los dominios geológicos (Vera-Sardiñas *et al.* 2001), que se muestra en la Figura 3, se concluye que la distribución numérica de los pozos criollos por dominio geológico es irregular, resultando que en algunos dominios aparecen escasos pozos (incluso ninguno) y en otros dominios se muestran varios.

Bajo estas condiciones se ha optado porque en el presente trabajo el soporte del estimador esté sujeto a la siguiente regla:

1. Como dominio geométrico plano se usará la frontera del yacimiento y no serán considerados los dominios geológicos de Vera-Sardiñas (2001). En particular se precisa que solo serán utilizados los 36 pozos que están en el interior o en el borde de la frontera del yacimiento.

En la dirección vertical atendiendo a las concentraciones de Ni, Fe y Co de cada muestra se le asigna un tipo tecnológico (TT), tal como se ha explicado en el punto 2, y se definen tres capas:

- Escombros superior (tipos FB, FF y LF)
- Mineral de balance (tipos LB y SB)
- Escombros inferior (tipos SD, SF y RE)

Ahora se enuncia la siguiente regla:

2. El soporte de estimación tiene la restricción de que se estima  $MV_e$  en el punto  $P_e$  usando datos de la capa con algún TT semejante al TT del punto  $P_e$ .

La próxima y última regla tiene un basamento heurístico que deberá ser estudiado matemáticamente en el futuro y se basa en la necesidad de tomar un número de datos con suficiente información, sin hacer ineficiente el proceso de cálculo. Según la experiencia de los autores:

3. Se estimará  $MV_e$  en  $P_e$  con no más de las  $n=50$  muestras más cercanas a ese punto.

En resumen, para estimar  $MV_e$  en  $P_e$  se buscan en  $W$  las  $n=50$  muestras más cercanas a  $P_e$ , que estén dentro del yacimiento y que tengan TT afines al TT de  $P_e$ . Este es entonces el soporte compacto de la estimación.

### 3. RESULTADOS

#### 3.1. Validación cruzada en el caso de estudio del yacimiento Punta Gorda

La validación cruzada es un procedimiento aceptado para validar las calidades de los datos y del estimador (Legrá-Lobaina y Terrero-Matos 2019). Para este caso, consiste en estimar el valor de  $MV$  en cada punto de los datos  $P_i$  pero sin incluir ese dato. El resultado de la estimación se compara con el valor muestreado mediante algún criterio que indique la calidad de cada estimación.

En la medida en que las estimaciones sean cercanas a sus correspondientes valores muestreados entonces se puede afirmar que el estimador es adecuado para los datos.

En este artículo se tomará como medida de cercanía entre cada valor muestreado  $MV_i$  y su correspondiente valor estimado con el resto de los datos  $MVe_i$  al error relativo absoluto porcentual:

$$eMV_i = 100 \frac{|MV_i - MVe_i|}{MV_i} \tag{11}$$

También es posible tomar el coeficiente de correlación lineal  $C$  entre los valores  $MV_i$  y  $MVe_i$  como medida de la correspondencia entre los valores medidos y los valores estimados. La fórmula para calcular  $C$  es la siguiente (Miller, Freund y Johnson 2005):

$$C = \frac{\sigma_{MV} \times \sigma_{MVe}}{\sigma_{MVMVe}} \tag{12}$$

Donde  $\sigma_{MV}$  y  $\sigma_{MVe}$  son desviaciones estándar y  $\sigma_{MVMVe}$  es la covarianza.

Como resumen, la Figura 4 ilustra el algoritmo de Validación Cruzada.

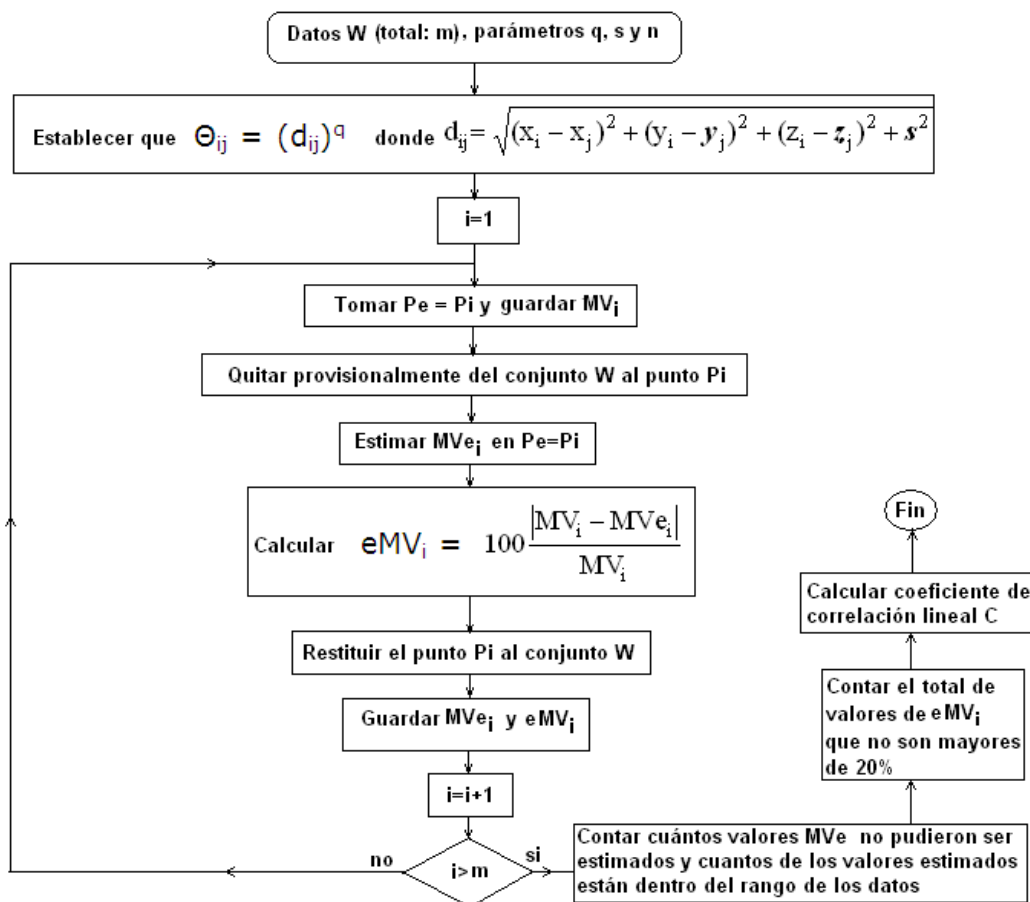


Figura 4. Algoritmo del procedimiento de validación cruzada.

Para los 36 pozos considerados en el soporte de estimación (454 muestras) se tiene que para la MV: el valor mínimo es 0,607; el máximo es 2,87; la media aritmética es 1,249; la desviación estándar es 0,356; y el coeficiente de variación es 28,54 %.

Se realizó el estudio del estimador UPD tomando  $q=1,25$ ,  $s=0,05$  y  $n=50$ , obteniéndose los siguientes resultados para MVe:

- El valor mínimo es 0,55
- El máximo es 2,38
- La media aritmética es 1,249
- La desviación estándar es 0,35
- El coeficiente de variación es 28,03 %.

Solo dos estimaciones están por debajo del mínimo de los datos (sin que signifique esto un problema grave) y ninguna está por encima del máximo de los datos; asimismo, la comparación de los datos con los resultados muestra que las estimaciones son adecuadas. Se obtuvieron los siguientes resultados para eMV (en %):

- El valor mínimo es 0,00794
- El máximo es 122,429
- La media aritmética es 8,548
- La desviación estándar es 12,355
- El coeficiente de variación es 144,53 %.

Como primera medida para evaluar la eficacia del estimador se tienen:

- 329 estimaciones (72,47 % del total) con error menor que el 10 %
- 80 estimaciones (17,62 % del total) con error mayor que el 10 % y hasta el 20 %.
- 40 estimaciones (9,91 % del total) con error mayor que el 20 %.

Como segunda medida para evaluar la eficacia del estimador se tiene el coeficiente de correlación lineal (Miller, Freund y Johnson 2005) entre MV y MVe (en este caso es 0,85) que es aceptable.

Además, se han detectado exactamente cuáles son los 40 muestreos donde las estimaciones son especialmente muy diferentes del valor muestreado y,

por lo tanto, se recomienda realizar un análisis para su posible corrección o eliminación de la data.

#### 4. CONCLUSIONES

- El estimador UPD de la familia  $(A,U,\Theta)$  que se propone para la MV considera sus comportamientos: espacial y con la composición geoquímica.
- Con recursos informáticos, el estimador propuesto se ha implementado satisfactoriamente en el yacimiento Punta Gorda con un soporte compacto que tiene en cuenta el dominio territorial del yacimiento, las capas verticales y un número razonable de muestras cercanas al punto donde se estima cada vez.
- Los resultados obtenidos al realizar un procedimiento de validación cruzada muestran que más del 90 % de las estimaciones tienen diferencias no mayores que un 20 % con respecto a los valores medidos.
- Se han identificado los puntos donde el estimador funciona deficientemente y, por tanto, es aconsejable su revisión.
- Como recomendación se propone estudiar procedimientos para encontrar los valores de  $q$ ,  $s$  y  $n$  que permitan optimizar los resultados del estimador.

#### 5. REFERENCIAS

- Arlot, S. y Celisse, A. 2010: A survey of cross-validation procedures for model selection. *Statistics Surveys*, 4: 40-79. DOI: 10.1214/09-SS054.
- Calderín, D. 1994: *Particularidades de la determinación del peso volumétrico en el yacimiento Moa*. Trabajo de diploma. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba.
- Cuador-Gil, J. Q. y Lavaut-Copa, W. 2008: Integración de datos para la determinación de la masa volumétrica en yacimientos lateríticos. *Revista Avances*, 10(2). ISSN: 1562-3297.
- García, C. 1986: *Análisis de la variabilidad de la laterita en el bloque Z-22. Métodos para el establecimiento de la dirección racional del laboreo*. Trabajo de diploma. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba.
- Lavandero, R. M. 1988: *Principios de Prospección de Yacimientos Minerales Sólidos*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Legrá-Lobaina, A. A. 1999: *Metodología para el pronóstico, planificación y control de la minería en yacimientos lateríticos*. Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba.

- Legrá-Lobaina, A. A. 2017: Modelos de malla basados en estimadores (A,U,Θ). *HOLOS*, 33(4): 88-110.
- Legrá-Lobaina, A. A. 2018: Evaluación del error en estimaciones (A,U,Θ). *HOLOS*, 34(3): 1-23.
- Legrá-Lobaina, A. A. 2020: Sensibilidad de los estimadores (A,U,Θ). *HOLOS*, 36(1): 1-18.
- Legrá-Lobaina, A. A. y Terrero-Matos, E. 2019: Modelación de variables eólicas mediante estimadores (A,U,Θ) multivariados. *Minería y Geología*, 35(1): 84-99. ISSN 1993 8012.
- Legrá-Lobaina, A. A.; Polanco, R. G. y Miranda, J. M. 1999: Propuesta para el establecimiento de las masas volumétricas en los yacimientos lateríticos de Cuba. *Minería y Geología*, 16(2): 9-14. ISSN 0258 5979.
- Lepin, O. y Ariosa, J. D. 1990: *Búsqueda, Exploración y Evaluación Geológico-Económica de Yacimientos de Minerales Sólidos*. La Habana, Pueblo y Educación.
- Miller, I.; Freund, J. y Johnson, R. 2005: *Probabilidades y Estadísticas para ingenieros*. Vol. I y II. 4ta ed. México: Prentice-Hall Hispanoamericana S. A. 624 p. ISBN: 0-13-712-761-8.
- Miranda, J. M. 1998: *Estimación de la masa volumétrica para la red de exploración del yacimiento Punta Gorda*. Trabajo de diploma. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba.
- Mustelier, I. 1990: *Investigación de la variabilidad de las masas volumétricas y sus dependencias del contenido de mineral útil*. Trabajo de diploma. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba.
- Peña-Abreu, R. E. y Sam-Palanco, C. M. 2013: Optimización del muestreo tecnológico en yacimientos lateríticos cubanos. *Revista Ciencias de la Tierra*, 14(1): 38-50. ISSN 1729-3790.
- Ramos, Z. 1989: *Recálculo del peso volumétrico dentro de la capa (LB) por tipos litológicos, en tres yacimientos de la mina Moa*. Trabajo de diploma. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba.
- Rodríguez, H. J. 1990: *Premisas geológicas para la automatización integral de los trabajos de prospección en yacimientos niquelíferos de intemperismo*. Tesis doctoral. Santiago de Cuba.
- Ruz, E. 1978: Propuesta para determinar el Peso Volumétrico de las Menas Ferroniquelíferas en función de los contenidos de Fe y Ni. Reporte de Aplicación de Ciencias Técnicas. Ministerio de Educación Superior. La Habana, Cuba.
- Serrano, J. F. 1991: El peso volumétrico como función de los contenidos de yacimientos lateríticos de corteza de intemperismo. Informe Técnico. Empresa René Ramos Latour de Nicaro. Holguín, Cuba.

- Vera-Sardiñas, L. O. 2001: *Procedimiento para la determinación de las redes racionales de exploración de los yacimientos lateríticos de níquel y cobalto en la región de Moa*. Tesis doctoral. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba.
- Vera-Sardiñas, L. O.; Rodríguez, A.; Cordobés, J. M. y Legrá-Lobaina, A. A. 2001: Dominios geológicos del yacimiento laterítico de Punta Gorda, Moa: delimitación y caracterización. *Minería y Geología*, 18(3-4): 55-66. ISSN 0258 5979.
- Vera-Yeste, Á. 1979: *Introducción a los yacimientos de Níquel Cubanos*. La Habana, Editorial ORBE.
- Zhang, Y. y Yang, Y. 2015: [Cross-Validation for Selecting a Model Selection Procedure](#). *Journal of Econometrics*, 187(1): 95-112. Consulta: 20/05/2019. Disponible en: [http://users.stat.umn.edu/~yangx374/papers/ACV\\_v30.pdf](http://users.stat.umn.edu/~yangx374/papers/ACV_v30.pdf)

## Información adicional

### Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses

### Contribución de los autores

JTA: idea original, obtención e interpretación de datos, cálculos, gráficos, redacción, revisión y aprobación de la versión final. AALL: análisis de datos, diseño y programación de software, gráficos, revisión y aprobación de la versión final. RGPA: análisis de datos, diseño de software, gráficos, revisión y aprobación de la versión final

### ORCID

JTA, <https://orcid.org/0000-0001-7757-3251>

AALL, <https://orcid.org/0000-0002-4793-4754>

RGPA, <https://orcid.org/0000-0001-8229-7044>

Recibido: 24/03/2020

Aceptado: 30/04/2020