

# 08

## LA CLASE DE MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR CON UN ENFOQUE PROBLÉMICO

### MATH CLASS IN HIGHER EDUCATION WITH A PROBLEMATIC APPROACH

Dr. C. Eloy Arteaga Valdés<sup>1</sup>

E-mail: [earteaga@ucf.edu.cu](mailto:earteaga@ucf.edu.cu)

MSc. Maricela de los Ángeles León Capote<sup>1</sup>

E-mail: [malcapote@ucf.edu.cu](mailto:malcapote@ucf.edu.cu)

MSc. Jorge Luis Del Sol Martínez<sup>1</sup>

E-mail: [jlmartinez@ucf.edu.cu](mailto:jlmartinez@ucf.edu.cu)

<sup>1</sup> Universidad de Cienfuegos. Cuba.

#### Cita sugerida (APA, sexta edición)

Arteaga Valdés, E., León Capote, M. Á., & Del Sol Martínez, J. L. (2018). La clase de Matemática en la Educación Superior con un enfoque problémico. *Revista Conrado*, 14(64), 63-71. Recuperado de <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>

#### RESUMEN

La clase en la Educación Superior del siglo XXI, exige de una renovación en su concepción, en particular en su estructura didáctica, sobre la base de los nuevos enfoques del proceso de enseñanza-aprendizaje, donde los conocimientos no son resultado de la transmisión, sino de un proceso de construcción o descubrimiento, guiado o autónomo, del estudiante. En este artículo se exponen las ideas de los autores sobre la concepción de la clase de Matemática en la universidad del siglo XXI, sobre la base de los postulados de la enseñanza problémica. Estas ideas son producto de sus investigaciones teóricas y de su experiencia práctica en la docencia universitaria.

#### Palabras clave:

Clase de Matemática, universidad del siglo XXI, enseñanza problémica, estructura didáctica de la clase, proceso de enseñanza-aprendizaje.

#### ABSTRACT

The class in Higher Education of the 21st century, demands a renewal in its conception, in particular in its didactic structure, based on the new approaches of the teaching-learning process, where knowledge is not the result of transmission, but of a process of construction or discovery, guided or autonomous, of the student. In this article the ideas of the authors on the conception of the Mathematics class in the university of the XXI century are exposed, based on the postulates of the problematic teaching. These ideas are the product of his theoretical investigations and his practical experience in university teaching.

#### Keywords:

Mathematics class, 21st century university, problematic teaching, teaching structure of the class, teaching-learning process.

## INTRODUCCIÓN

Las transformaciones que hoy se operan en la educación superior cubana tienen su repercusión directa en la clase, pero no se puede pensar en la clase, definida como la forma fundamental de organización del proceso de enseñanza-aprendizaje, al margen de sus dimensiones, en las que se expresan las tres funciones básicas de cualquier proceso formativo que son: la instructiva, la desarrolladora y la educativa.

Cualquier tipo de clase que se desarrolle en las universidades cubanas lleva implícitas estas tres funciones, pues una de las ideas rectoras que se erigen como hilo conductor del proceso de formación en la universidad cubana es la **unidad entre la educación y la instrucción**. Esta es la primera y más importante idea rectora de la educación superior cubana –y no sólo de la educación superior, sino también de toda la educación en general– expresa el indisoluble vínculo existente entre los aspectos instructivos y los educativos durante el proceso de formación. En ella se expresa y materializa el indisoluble nexo existente entre las tres dimensiones del proceso de formación (Horruitiner, 2009).

Esta idea constituye uno de los dos de los pilares fundamentales en los que debe sustentarse la clase en la educación superior cubana, pero no basta con que nuestros profesores universitarios tomen conciencia de esto; se necesitan otras cosas que aún estamos lejos de lograr, el profesor de educación superior tendrá que volverse más profesional, es decir, tendrá que formalizar su preparación, sobre todo en lo que atañe a la didáctica. Se espera que sea un excelente maestro, que diseñe cursos y aplique métodos de enseñanza adecuados para cumplir con los elevados requerimientos del proceso formativo en una población estudiantil heterogénea, que sepa lidiar con grupos numerosos de estudiantes, que utilice apropiadamente las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, que inspire a estudiantes (Guzmán, 2011).

La clase en la universidad del siglo XXI no se puede parecer en lo más mínimo a la clase de la universidad cubana del siglo pasado, ni de los siglos precedentes. Ya lo dijo Martí en su época: **“Como quien se quita un manto y se pone otro, es necesario poner de lado la Universidad antigua, y alzar la nueva”** (Martí, 1990). Así es que sobre la base de las ideas del maestro podemos afirmar que la Universidad del siglo XXI exige reflexionar sobre la clase, en particular en su estructura didáctica. Ese es el objetivo que se persigue en este trabajo, expresar algunas ideas sobre la estructura didáctica de la clase de Matemática en la educación superior cubana sobre la base de los postulados de la enseñanza problémica.

## DESARROLLO

La clase es la forma del proceso docente-educativo que se desarrolla cuando este tiene un carácter académico; es decir, cuando no se identifica con la realidad social, sin dejar, por ello, de tener una importancia fundamental (Álvarez, 1999).

Las clases según sus funciones pueden ser de introducción de un nuevo contenido, de asimilación o de desarrollo del contenido, de sistematización del contenido y de evaluación del aprendizaje.

***A continuación, se analiza brevemente la esencia de cada una de ellas:***

- ***Clase de introducción de un nuevo contenido.*** En este tipo de clase el alumno se inicia en la apropiación del contenido y el papel principal lo desempeña el profesor. En la educación superior a este tipo de clase se le llama **conferencia**.
- Este tipo de clase, pues por línea general existen dogmas en relación con la conferencia, muy difíciles de romper, y que han sido perpetuados por el claustro universitario, sobre todo por los más experimentados para los que es muy fácil seguir haciendo lo que se ha convertido en costumbre que, explorar nuevas alternativas o nuevos modos de hacer algo. A veces los resultados de una conferencia no son los esperados, pero se sigue haciendo lo mismo años tras años, esperando que los resultados sean diferentes a los que se han obtenido históricamente y los docentes no se percatan de que las épocas son distintas, los alumnos son distintos, y a pesar de que el contenido sigue siendo el mismo, el aspecto didáctico del contenido nunca puede ser el mismo.
- A pesar de que en la conferencia el rol importante lo desempeña el docente, eso no significa que el estudiante no desempeñe un rol activo en el transcurso de la misma. Cuando se dice que en la conferencia el alumno se inicia en la apropiación del contenido, se está afirmando que el estudiante se apropia no solo de conceptos, leyes, teorías etc., sino también de los métodos y procedimientos típicos de la obtención de esos conocimientos. Cuando el conocimiento científico se convierte en objeto de apropiación, hay que considerar en él un aspecto de contenido (conceptos, leyes, teorías, etc.), pero también, un aspecto lógico – procedimental, es decir, las estrategias, los procedimientos que le permiten adquirir esos conceptos, en eso radica el verdadero valor del aprendizaje (Álvarez, 1999). Lo que no es posible aprender en la conferencia se puede aprender de forma autónoma porque se tienen los procedimientos para hacerlo. La conferencia en la universidad del siglo XXI no tiene como objetivo transmitir conocimientos, sino crear las posibilidades para que el alumno construya, descubra

el conocimiento (Freire, 2010). Ese es el tipo de conferencia a la que se debe aspirar cuando el proceso de enseñanza – aprendizaje tiene un marcado carácter desarrollador. No se trata de copiar, ni de imitar lo que hicieron en el pasado excelentes profesores, se trata de innovar y no al estilo adaptativo, sino al estilo innovador, a tenor de las nuevas concepciones acerca del proceso de enseñanza – aprendizaje y que sin lugar a dudas se materializan en la clase como su forma fundamental de organización.

- En el desarrollo de la conferencia, desde el punto de vista científico se sigue la lógica del proceso de producción o creación de los conocimientos científicos, pero desde el punto de vista didáctico se sigue la lógica del acto didáctico, es decir, del acto de enseñar.
- Si la actividad del científico comienza analizando situaciones problemáticas, identificando problemas como resultado del análisis de esas situaciones, entonces la clase debe comenzar por ahí, por el análisis de verdaderas situaciones problemáticas que le permitan al estudiante identificar el problema que se espera que él resuelva solo o con la ayuda del docente.
- En la escuela cubana desde la década de los 80 del pasado siglo, se introdujo un nuevo enfoque, la teoría de la *enseñanza problémica* (Majmutov, 1983). Más reciente, en el actual siglo XXI, ha surgido con fuerza un nuevo enfoque, el *enfoque desarrollador del proceso de enseñanza – aprendizaje*, que a juicio de los autores de este trabajo incluye, sistematiza e integra los postulados de la mencionada teoría.
- Resumiendo, este tipo de clase en la educación superior, exige de una profunda renovación, fundamentalmente en su estructura didáctica.
- *Clase de asimilación o desarrollo del contenido.* En este tipo de clase el escolar trabaja con el contenido y desarrolla la habilidad. En la educación superior a este tipo de clase se le llama *clase práctica, práctica de laboratorio, taller*, etcétera.
- *La clase práctica*, que en otras educaciones suele llamarse *clase de ejercicios*, al igual que las prácticas de laboratorio y el taller, están dirigidas a la fijación y al perfeccionamiento de los conocimientos y habilidades adquiridos en la conferencia, pero no siempre estas clases logran en todos los estudiantes el objetivo que persiguen, pues existe la creencia errónea de que lo fundamental en estas clases es realizar muchas actividades prácticas o muchos ejercicios y problemas, mientras más ejercicios y problemas resuelvan los alumnos mejor. Una buena clase práctica es aquella que cumple todos los requerimientos didácticos de la clase y sobre todo las exigencias del proceso de interiorización de esos conocimientos y habilidades, proceso que no ocurre de forma espontánea y que debe ser debidamente programado para que esas acciones

externas, no generalizadas, no reducidas, no automatizadas, se conviertan en acciones internas, generalizadas, reducidas y automatizada, y sobre todo que se realicen con rapidez y seguridad, con una participación cada vez menor de la conciencia, que son las cualidades de una habilidad bien formada. La clase práctica, el taller, la práctica de laboratorio tienen también su propia didáctica.

- *Clase de integración del contenido*, que Álvarez de Zayas, 1999, le llama *clase de sistematización*. En este tipo de clase el estudiante integra los contenidos, lo que lo prepara para resolver problemas de la vida cotidiana y aquellos que puedan presentarse en su vida profesional. En la educación superior puede ser un *seminario integrador*, u otro tipo de clase ya mencionado anteriormente que desarrolle esa función.
- Este tipo de clase lo que hace es propiciar la integración de los conocimientos asimilados por los alumnos en la solución de verdaderos problemas, muchos de los cuales son problemas profesionales generales y frecuentes que se dan en el eslabón de base de la profesión, sobre todo en los talleres. Es oportuno recordar que la integración es una exigencia de la didáctica de la educación superior, esta no se concibe solamente como la articulación de los diferentes saberes entre sí, sino, sobre todo, la articulación de estos saberes en las situaciones en que deben ser movilizados, si se trata de una clase, en la solución de una tarea docente o también en las actividades de evaluación. Para ello Roegiers introduce el concepto de *situaciones de integración*. (Roegiers, 2007).
- *Clase de evaluación del aprendizaje.* En este tipo de clase el profesor y los escolares constatan el grado de acercamiento de su aprendizaje a los objetivos programados.
- Este último tipo de clases, por línea general se limita a los trabajos de control, los exámenes finales, etc., en ellas sigue predominando más la calificación que la valoración. Ella requiere también de una nueva concepción desde el punto de vista didáctico, donde tenga un peso fundamental la *valoración* que permite emitir juicios acerca del nivel de preparación y desarrollo del estudiante en correspondencia con los objetivos plasmados en el modelo del profesional, sobre todo aquellos que van encaminados al desempeño profesional integral de este.

Estructura didáctica de la clase de matemática en la educación superior con un enfoque problémico

El enfoque problémico es un enfoque didáctico general que tiene como objetivo central la resolución de problemas. Se caracteriza por una enseñanza que hace el énfasis principal en la creación *de situaciones problémicas*, es decir, mediante problemas se crea la necesidad del

nuevo conocimiento que debe ser objeto de estudio. Debe su nombre a la **enseñanza problémica**. (Majmutov, 1983, Beltrán Molina, Castro Rodríguez & Peña, 2015).

Una enseñanza basada en la solución de situaciones problemáticas permite asimilar los sistemas de conocimientos y los métodos de actividad intelectual práctica, educa hábitos de asimilación de conocimiento y motiva el interés cognoscitivo. El propósito fundamental de la enseñanza basada en la solución de problemas es potenciar la capacidad del estudiante para construir con imaginación y creatividad su propio conocimiento. De igual forma, busca desarrollar en el sujeto un espíritu básicamente científico a partir de la independencia cognoscitiva y la asimilación del sistema de conocimiento, para que se enfrente con eficacia a problemas cognoscitivos o sociales (García & Duarte, 2012).

Algunos propósitos generales de una enseñanza basada en la solución de problemas, son: el desarrollo de la independencia cognoscitiva (la cual se puede definir como la capacidad para determinar los elementos esenciales en objetos, fenómenos y procesos y para organizar los materiales, debatir y criticar las tesis propias y ajenas), la asimilación de nuevos conocimientos y métodos de las ciencias, el desarrollo de actitudes positivas hacia el pensamiento científico (las cuales permiten que el individuo desarrolle la habilidad para cuestionar constantemente), la imaginación, la persistencia y tenacidad en la realización de las tareas, la recursividad y, por último, la autonomía para el aprendizaje y confianza en sí mismo.

Para comprender cómo se estructura una clase con un enfoque problémico es necesario detenerse en sus eslabones y en las funciones didácticas que se realizan en cada momento de su desarrollo.

- Pensar en la estructura de una clase con enfoque problémico requiere pensar en cómo se organizan, desde el punto de vista interno, cada una de sus partes, es decir, ¿qué se hace la introducción y para qué?, ¿qué se hace en él desarrollo? Y ¿qué hacer en las conclusiones? Para ello hay que cuestionarse lo siguiente:
- ¿Cómo se logra que el estudiante tome conciencia de la necesidad de ocuparse del estudio de un problema determinado?
- ¿Cómo se logra que el estudiante se interese por el estudio de una nueva problemática?
- ¿Cómo se logra que el estudiante comprenda lo que se espera de él en la clase?
- ¿Cómo se logra que el estudiante se involucre en la obtención de los nuevos conocimientos?

- ¿Cómo se logra que el estudiante sistematice, profundice, integre y aplique los conocimientos y habilidades asimiladas a la solución de nuevos problemas?
- ¿Cómo estudiantes y profesores pueden constatar el logro de los objetivos previstos en el currículo?

Cada una de estas reflexiones se refiere a la lógica interna del proceso de enseñanza – aprendizaje en una clase. Se está haciendo referencia al aspecto didáctico, a los eslabones, a las funciones didácticas y a los métodos que se emplean en cada uno de ellos. Lo importante no radica en que la clase tenga introducción, desarrollo y conclusiones, sino cómo se estructura cada uno de ellos desde el punto de vista didáctico y metodológico para propiciar el logro de los objetivos.

Antes de caracterizar cada uno los eslabones, es conveniente aclarar que estos eslabones o fases no son más que la expresión de las **funciones didácticas** de la enseñanza, las cuales se apoyan en la psicología del aprendizaje que plantea que la realización de la actividad de apropiación incluye una serie de procesos como: la percepción, comprensión, fijación, aplicación y control. De acuerdo con esto, todo proceso, de enseñanza- aprendizaje persigue que los alumnos se apropien de nuevos conocimientos, los fijen y apliquen a nuevas situaciones, desarrollen habilidades y hábitos, y comprueben el nivel de sus conocimientos. Estas funciones didácticas de la enseñanza, por lo tanto, se identifican con los denominados eslabones o fases.

El **primer eslabón** del proceso docente-educativo en una clase lo constituye la **introducción al nuevo contenido**, que algunos autores lo llaman **preparación para el nuevo contenido o planteamiento del problema y toma de conciencia de la tarea cognoscitiva**. Este primer eslabón tiene entre sus funciones didácticas principales: aseguramiento de las condiciones previas (prerrequisitos) necesarias para el estudio del nuevo contenido, la motivación y la orientación hacia el objetivo.

En este momento lo importante no es sólo demostrar que el conocimiento que posee el estudiante es insuficiente, sino que tiene una gran significación para su vida posterior, es decir, convencerlo de la necesidad de su aprendizaje. La necesidad, para el estudiante de la apropiación del nuevo contenido, es la fuente de la motivación. Las acciones y operaciones que se realizan como parte de las actividades de motivación y de orientación hacia el tema, se orientan básicamente al planteamiento del problema y de los objetivos (Del Cerro & Cruz, 2010; Gutiérrez, 2013).

Estas funciones didácticas, en un proceso con carácter problémico, se realizan básicamente mediante el **planteamiento y análisis de situaciones problemáticas** para

que el alumno reconozca o identifique el problema a resolver (definir un concepto, elaborar un procedimiento de solución, etc.), a partir de la imposibilidad de mejorar o solucionar dicha situación, es decir, en el intento por solucionarla haciendo uso de los conocimientos que posee, el estudiante se percata que los conocimientos o procedimientos que conoce son insuficientes para resolverla, surge así en él la situación problemática, un estado interno de tensión intelectual que surge cuando en la tarea que está resolviendo se tropieza con algo desconocido que lo asombre, que lo alarme, reconociendo la necesidad de ampliar sus conocimientos, cuestión ésta que lo incita a buscar o ampliar sus conocimientos. De esta manera se identifica el problema docente que mueve el pensamiento y la actividad del estudiante encaminado a la solución de dicho problema.

Es importante aclarar que las situaciones problemáticas que se escojan por el docente deben ser interesantes para el estudiante, para que esta sea capaz de motivarlos e involúcralos en su análisis. Mientras el nuevo contenido no se corresponda con sus intereses el proceso no debe continuar. Este eslabón requiere del máximo de comunicación con los estudiantes y la participación de ellos es vital, en la cual deben plantear sus inquietudes, vivencias al respecto y criterios propios. En ese contexto, el nuevo objeto de estudio adquiere significación en la personalidad de cada alumno y establece una relación afectiva con dicho contenido. En la Educación Superior, las situaciones que se escojan deben estar relacionadas con la futura actividad profesional de los estudiantes.

**Por ejemplo:**

Se desea que los estudiantes de las carreras de Licenciatura en Economía, Licenciatura en Contabilidad y Finanzas, Ingeniería Eléctrica, Licenciatura en Física y Licenciatura en Matemática, reconozcan la necesidad de estudiar el “concepto de derivada de una función en un punto” y la “regla para calcular derivadas de funciones potenciales”. Aquí surgen *situaciones problemáticas del primer tipo*.

**Situación Problemática # 1.** Para estudiantes de Licenciatura en Economía, Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.

La relación entre la cantidad de arroz producida  $(y)$  mediante una cierta cantidad de trabajo  $(x)$ , viene dada por la ecuación  $y = 3x^2$  (1) ¿Cómo se expresa la tasa de variación de la cantidad de arroz con respecto a la cantidad de trabajo? ¿Qué cantidad media de arroz produce una unidad de trabajo?

**Situación Problemática # 2.** Para estudiantes de las carreras de Ingeniería Eléctrica, Licenciatura Física.

La cantidad de electricidad  $q$  (en culombios), que pasa por la sección transversal de un conductor, varía según la ley  $q = 3t^2 + 2t$  (2), donde  $t$  es el tiempo y  $q$  cantidad de electricidad. Halla la intensidad de la corriente al finalizar el quinto segundo.

**Situación Problemática # 3.** Para estudiantes de la carrera de Licenciatura en Física.

La altura  $h$  de un proyectil que se puso en vuelo a una velocidad inicial  $v_0$ , bajo un ángulo  $\alpha$  al horizonte, varía según la ley  $h = (v_0 \text{sen} \alpha) t - \frac{g t^2}{2}$  (3), donde  $t$  es el tiempo,  $g$  es la aceleración de la fuerza de gravedad. ¿En qué momento la velocidad de variación de la altura del proyectil sobre el horizonte es igual a cero?

**Situación Problemática # 4.** Para estudiantes de la carrera de Licenciatura en Matemática.

Determine la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = 3x^2$  (4) en el punto de abscisa  $x = 3$ .

Todos estos ejemplos exigen no solo del estudio de un nuevo concepto, sino también de la búsqueda de un procedimiento para la solución de la situación. El **problema docente a resolver es la búsqueda de un nuevo concepto y de un nuevo procedimiento para actuar**.

Para que los estudiantes logren identificar y formular el problema, es decir, reconocer que se espera de ellos en la clase, el docente puede activar el pensamiento mediante preguntas, tales como:

- ¿Puede mejorarse la situación?
- ¿Por qué?
- ¿Qué se necesita?

El **segundo eslabón** del proceso docente-educativo en una clase es la **introducción del nuevo contenido** que algunos autores le llaman **percepción de los objetos y fenómenos. Formación de conceptos y desarrollo de la capacidad de observación, imaginación y razonamiento de los alumnos** y otros, **asimilación del nuevo contenido**.

En esta fase del proceso el estudiante aprende elementos nuevos, pero lo fundamental, es que refuerza la apropiación de la habilidad esencial (invariante) y el conocimiento esencial (invariante), y su estructura, que siempre utilizará en cada caso particular, en cada problema. Aquí lo importante no radica solamente en apropiarse de nuevos conocimientos, sino en los procedimientos

que permiten obtener esos conceptos, leyes, teorías, etc. Conjuntamente con la enseñanza de los nuevos conocimientos, el docente debe enseñar estrategias de aprendizaje que le permitan al estudiante “aprender a aprender”-requisito fundamental del aprendizaje desarrollador.

Como la formación de nuevos conocimientos ocurre generalmente durante el desarrollo de la conferencia, aquí se deben combinar métodos, tanto de la enseñanza problémica como de la enseñanza explicativa- ilustrativa (García Cuza, 2013). Un método ideal, a juicio de los autores, para la formación de nuevos conocimientos es la **exposición problémica** que, a diferencia de la exposición tradicional, el docente expone el nuevo contenido mediante el planteamiento de **preguntas problémicas** que inviten al alumno a reflexionar y a cuestionarse el porqué de las cosas.

Ejemplo:

Se quiere abordar en una conferencia cómo se obtiene la **Regla de la Cadena** para derivar funciones compuestas, utilizando la exposición problémica.

Para ello se plantea la tarea de calcular la derivada de la función  $f$ , definida por la ecuación:

$$f(x) = (x^2 + 3)^3 \quad f'(x) = (x^2 + 3)^3 \quad (5)$$

Esta tarea da lugar al surgimiento de una situación problémica del segundo tipo, pues los estudiantes desconocen el procedimiento para derivar una función compuesta.

Seguidamente se orienta a los estudiantes buscar una función parecida (análoga) a la función dada, esto es la función definida por la ecuación:

$$f(x) = x^3 \quad f'(x) = x^3 \quad (6)$$

Se establecen semejanzas y diferencias entre las funciones (5) – (6) y sobre la base de las semejanzas se llega a la conclusión de que la función dada pudiera derivarse de la misma forma que hizo para derivar la función potencial y se concluye que:

$$f'(x) = 3(x^2 + 3)^2 \quad f'(x) = 3(x^2 + 3)^2 \quad (7)$$

Como la analogía es **falsa o no rigurosa**, es por eso que se plantea ahora la necesidad de comprobar si ese es el resultado deseado, para ello el profesor se cuestiona lo siguiente:

- ¿Es correcto el resultado?
- ¿Cómo se puede comprobar?
- ¿Podría calcularse la derivada de otra forma? ¿Qué tipo de expresión algebraica se tiene en el MD de

la ecuación de la función? ¿Puede transformarse en suma?

De aquí surge la idea de calcular el cubo de la suma en la ecuación de la función (5), derivar la función utilizando la derivada de una suma, descomponer en factores la derivada y comparar los resultados obtenidos por ambas vías. De esta manera el alumno se percató que el resultado obtenido anteriormente es incorrecto.

El profesor sugiere expresar la derivada obtenida por la segunda vía de modo que se asemeje al primer resultado obtenido.

Al realizar esto se obtiene:

$$f'(x) = 3(x^2 + 3)^2 \cdot 2x \quad f'(x) = 3(x^2 + 3)^2 \cdot 2x \quad (8)$$

¿Cómo puede obtenerse  $2x$  a partir de la función (5)? De esta manera reconocen que es necesario derivar la función:

$$g(x) = (x^2 + 3) \quad g'(x) = (x^2 + 3) \quad (9)$$

Con el análisis realizado se llega a la conclusión que si:

$$f(x) = [g(x)]^n \quad f'(x) = [g(x)]^n \quad (10)$$

Entonces:

$$f'(x) = n \cdot [g(x)]^{n-1} \cdot g'(x) \quad f'(x) = n \cdot [g(x)]^{n-1} \cdot g'(x) \quad (11)$$

¿Que, es la regla de la cadena?

Es importante que en una conferencia donde se utilice la analogía como estrategia de aprendizaje, el profesor debe hacer consciente a los estudiantes del valor de esta estrategia en la búsqueda o construcción de conocimientos matemáticos, pues la analogía es un instrumento inagotable de la creación científica, destacando cómo proceder para utilizarla.

Más que enseñar contenidos, se trata de llevar al individuo a desarrollar una forma de ser en el mundo y de considerarse como un aprendiz a lo largo de su vida. Para lograr tal propósito el profesor debería desencadenar procesos que encaminen al alumnado hacia esta manera de ser, de modo que los autores concuerdan con Zapata, 2005- (citado por Summo, Voisin, Téllez, 2016)-que el docente debe ser **“creador de ambientes, situaciones y estrategias que permitan un aprendizaje perdurable”**.

El **tercer eslabón** es la **fijación y perfeccionamiento de los conocimientos y desarrollo de habilidades y hábitos** otros autores como Álvarez de Zayas, lo llama **sistematización** y lo identifica como un cuarto eslabón del proceso. El objetivo fundamental de esta fase del proceso de enseñanza

– aprendizaje es desarrollar habilidades y hábitos, así como sistematizar y profundizar en el contenido estudiado. La fijación se realiza después de la apropiación del nuevo contenido en un tiempo determinado para esto.

Un aspecto significativo que debo valorarse en esta fase, es la selección y gradación de las tareas, para cada etapa del proceso de fijación, de modo que se logre desarrollar la habilidad. En esta fase se pueden utilizar actividades que propicien la integración de conocimientos, la generalización, la sistematización, la profundización y la aplicación del saber y del saber hacer.

En la fase de perfeccionamiento de los conocimientos adquiridos, el aprendizaje debe transitar desde la reproducción hasta la creación.

Un ejemplo de cómo puede concebirse la profundización en una clase práctica o en un seminario sobre los *límites fundamentales*, utilizando el método *conversación heurística* es el siguiente:

**Ejemplo:**

En la conferencia se abordaron los límites fundamentales algebraico y trigonométrico, y aunque no están incluidos en el programa la enseñanza de otros límites fundamentales, el alumno puede obtener otros como resultados de la profundización en este contenido.

Como parte de las actividades de la *clase práctica* o de un *seminario*, se pueden proponer las tareas siguientes:

1. Encuentre una expresión por medio de la cual se puedan sustituir las expresiones dadas a continuación:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x}$     b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$

Estas son *tareas problémicas* que se puede desarrollar utilizando la *conversación heurística*. Para el inciso a) se pueden formular las siguientes *preguntas problémicas*:

¿puede expresarse de otra forma el límite dado? ¿puede aplicarse alguna propiedad conocida de los logaritmos?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_a(1+x) = \lim_{x \rightarrow 0} \log_a(1+x)^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_a(1+x) = \lim_{x \rightarrow 0} \log_a(1+x)^{\frac{1}{x}} \quad (1)$$

¿De qué otra forma se puede expresar el límite obtenido?

$$\log_a \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \log_a \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} \quad (2)$$

El estudiante reconoce que estamos en presencia del límite fundamental algebraico, de donde se obtiene la expresión:

$$\log_a e = \log_a e \quad (3)$$

¿Puede expresarse de otra forma este logaritmo? ¿Se puede aplicar alguna propiedad de los logaritmos? ¿Puede hacerse un cambio de base? ¿Si es así, cuál debería ser la base?

De la reflexión sobre estas preguntas surge la idea de expresar el logaritmo en un logaritmo de base e, y se obtiene que:

$$\log_a e = \frac{\ln e}{\ln a} = \frac{1}{\ln a} \log_a e = \frac{\ln e}{\ln a} = \frac{1}{\ln a} \quad (4)$$

De esta forma se llega a la conclusión que:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln a} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln a} \quad (5)$$

Para el inciso b) se procede de la forma siguiente:

¿Puede transformarse la expresión  $a^x - 1$ ? ¿Qué se puede hacer?

De aquí surge la idea de utilizar un cambio de variable

Haciendo  $y = a^x - 1 \Rightarrow y = a^x - 1$

¿Podemos despejar x en la expresión anterior?

$$a^x = y + 1, \text{ luego } x = \log_a(y + 1)$$

$$a^x = y + 1, \text{ luego } x = \log_a(y + 1) \quad (1)$$

¿Qué se puede hacer ahora?

El análisis de esta pregunta sugiere sustituir x en el límite original

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y}{\log_a(y + 1)} = \frac{1}{\frac{\log_a(y + 1)}{y}} = \frac{1}{\frac{1}{\ln a}} = \ln a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y}{\log_a(y + 1)} = \frac{1}{\frac{\log_a(y + 1)}{y}} = \frac{1}{\frac{1}{\ln a}} = \ln a$$

..... (2)

De esta forma se llega a la conclusión que:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \quad (3)$$

Ambos límites, sirven de base para la obtención de nuevos límites fundamentales para cuando a=e. Para que el estudiante encuentre estos casos particulares se le plantea la interrogante siguiente ¿Qué sucede si la base de la potencia y del logaritmo es e? Esta actividad se puede dejar para el trabajo independiente de los estudiantes.

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

Luego se pueden resumir todos estos límites fundamentales y proponer ejercicios donde haya que hacer uso de ellos, como, por ejemplo:

$$\begin{aligned}
 & a) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1 \\
 & d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln a} \quad a > 0, a \neq 1 \quad e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \quad a > 0 \\
 & f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1
 \end{aligned}$$

2. Calcular

$$\begin{aligned}
 & a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x^2)^{\frac{1}{x^2}} \quad a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x^2)^{\frac{1}{x^2}} \quad b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x-2} \\
 & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x-2} \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} \quad d) \\
 & \lim_{x \rightarrow \infty} \left(e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x}\right)^x \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x}\right)^x
 \end{aligned}$$

El cuarto y último eslabón del proceso es la comprobación y evaluación de los conocimientos y las habilidades, que algunos autores lo denominan como *evaluación del aprendizaje*

La evaluación puede y debe ser diferenciada y un aspecto muy importante es que sea integradora, lo cual prepara al estudiante para resolver en su labor profesional los problemas, generales y frecuentes, que se presentan en sus esferas de actuación, es decir, en el eslabón de base, los cuales exigen de la integración de conocimientos para su solución.

En la evaluación se pueden proponer actividades que exijan de la utilización del *método investigativo* por parte del estudiante, las cuales pueden hacerse de forma independiente o de forma colectiva. Por ejemplo, en el desarrollo del tema Cálculo Integral, se puede proponer como actividad evaluativa la siguiente:

1. Refiérase a los problemas que dieron origen al cálculo integral
2. Realice una periodización en el desarrollo del cálculo integral
3. ¿Cuáles fueron las personalidades que se consideran como precursores del cálculo integral?
4. Haga un resumen de las aplicaciones del cálculo integral en su especialidad.
5. ¿Cuáles son los métodos que se utilizan para calcular el volumen de un cuerpo de revolución y ejemplifique cada uno de ellos?

Actividades como estas, además de su función evaluativa contribuyen a despertar el gusto y el interés por el estudio de la matemática, a la vez que familiariza a los

estudiantes con las situaciones que dieron origen a los conocimientos matemáticos y su desarrollo.

## CONCLUSIONES

Adoptar una práctica educativa en la enseñanza de la Matemática este nivel, basada en la enseñanza problémica, implica replantear la enseñanza y el aprendizaje basándose en estrategias y metodologías que propicien el aprendizaje problémico, es decir, donde se combinen la actividad sistemática independiente de búsqueda de los estudiantes, con la asimilación de los conocimientos ya preparados de la ciencia.

El enfoque problémico del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática, tanto en la educación superior como en cualquier otro tipo de enseñanza, presupone la apropiación por parte de los estudiantes de estrategias para “aprender a aprender”, generales y específicas. Esta es la garantía para que en el futuro puedan enfrentar y resolver los múltiples y complejos problemas que ha de enfrentar en su vida personal y profesional.

El impacto de la enseñanza problémica en el estudiantado de la educación superior se desprende de la acción didáctica creativa desarrollada por el docente, de su capacidad y habilidad para elaborar y plantear situaciones problemáticas interesantes que devengan en situaciones problémicas para el estudiante. Esto unido a la utilización de métodos que favorezcan y propicien la reflexión personal acerca del acto de aprender y de las formas de hacerlo, mejora considerablemente la efectividad de la enseñanza y el aprendizaje.

De la misma manera, que la implementación de una didáctica para enseñar matemática en las aulas universitarias, basada en los postulados de la enseñanza problémica, promueve la motivación y la participación activa de los estudiantes en el proceso de búsqueda de los nuevos conocimientos, esta contribuye de forma decisiva al crecimiento personal y a la formación integral de los estudiantes.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez de Zayas, C. (1999). *La escuela en la vida*. . La Habana: Pueblo y Educación.

- Beltrán, E. C. (2015). *El enfoque problémico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la anatomía y fisiología humanas*. Revista Infociencia, 19(2). Recuperado de <http://infociencia.idict.cu/index.php/>
- Del Cerro, Y. C. (2010). *Reflexiones en torno a la didáctica de la clase encuentro en la educación superior*. Cuadernos de Educación y Desarrollo, 2(20). Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/ced/20/cccc.htm>
- Freire, P. (2010). *Pedagogía de la autonomía y otros textos*. La Habana: Caminos.
- García, J. E. (2013). *Visión metodológica de la clase en la educación superior cubana. Especial referencia para la carrera de derecho*. Revista Jurídica de Investigación e Innovación Educativa, 7, 89-102. Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/rejie>
- García, J., & Duarte, F. E. (2012). Pedagogía crítica y enseñanza problémica: una propuesta didáctica de formación política. *Revista Uni-pluri/versidad*, 12(1). Recuperado de <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/unip/article/view/13280>
- Gutiérrez, A. (2013). *Planeación diaria de la clase en educación superior: una propuesta*. Revista Atenas, 4(23). Recuperado de <http://atenas.mes.edu.cu/index.php/atenas/article/view/71/html>
- Guzmán, J. C. (2011). *La calidad de la enseñanza en educación superior ¿Qué es una buena enseñanza en este nivel educativo?* Revista Perfiles educativos, 33. Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-26982011000500012](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982011000500012)
- Horrutiner Silva, P. (2009). *La universidad cubana: el modelo de formación*. La Habana: Universitaria.
- Majmutov, M. I. (1983). *La Enseñanza Problémica*. La Habana : Pueblo y Educación.
- Martí Pérez, J. (1990). *Ideario pedagógico*. La Habana: Pueblo y Educación. .
- Roegiers, X. (2007). *Pedagogía de la integración. Competencias e integración de los conocimientos en la enseñanza*. San José de Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana y AECI.
- Summo, V., Voisin, S., & Téllez-Méndez, B. A. (2016). *Creatividad: eje de la educación del siglo XXI*. Revista Iberoamericana de Educación Superior, 7(18), 83-98. Recuperado de <https://ries.universia.net/article/view/1126/creatividad-eje-educacion-siglo>