

# 46

## ACCIONES Y OPERACIONES PARA LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS DE LA GEOMETRÍA PLANA

### ACTIONS AND OPERATIONS FOR THE FORMATION OF CONCEPTS OF FLAT GEOMETRY

Lic. Yamile Riascos González<sup>1</sup>

E-mail: [yamirigo@hotmail.com](mailto:yamirigo@hotmail.com)

Dr. C. Domingo Curbeira Hernández<sup>2</sup>

E-mail: [dcurbeira@ucf.edu.cu](mailto:dcurbeira@ucf.edu.cu)

<sup>1</sup> Institución Educativa El Palmar. Colombia.

<sup>2</sup> Universidad de Cienfuegos. Cuba.

#### Cita sugerida (APA, sexta edición)

Riascos González, Y., & Curbeira Hernández, D. (2018). Acciones y operaciones para la formación de conceptos de la geometría plana. *Revista Conrado*, 14(65), 360-366. Recuperado de <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>

#### RESUMEN

El aprendizaje de la Geometría pasa secuencialmente desde el reconocimiento y análisis de las formas y sus relaciones hasta la argumentación formal y la interrelación entre distintos sistemas geométricos; por lo tanto, es importante que el aprendizaje de la Geometría favorezca el desarrollo de habilidades para visualizar, comunicar, dibujar, argumentar y modelar respectivamente. Los estudiantes al desarrollar el pensamiento espacial deben de estar en la capacidad de razonar, que se permita en ellos manipular representaciones mentales de los objetos geométricos y a su vez, que relacionen estos con las representaciones materiales encontradas en los objetos de su entorno, para lo cual se requiere del estudio de conceptos y propiedades del espacio físico y geométrico. En el presente trabajo se presentan las acciones y las operaciones de carácter lógico para la formación de los conceptos de la Geometría Plana en básica secundaria, en Colombia.

#### Palabras clave:

Geometría, acciones y operaciones, Geometría Plana, conceptos, formación de conceptos.

#### ABSTRACT

The learning of the Geometry happens sequentially from the recognition and analysis of the forms and their relations to the formal argumentation and the interrelation between different geometric systems; therefore, it is important that the learning of Geometry favors the development of skills to visualize, communicate, draw, argue and model respectively. Students developing spatial thinking must be able to reason, allowing them to manipulate mental representations of geometric objects and in turn, relate these with the material representations found in the objects of their environment, for which It requires the study of concepts and properties of the physical and geometric space. In the present work the actions and the operations of logical character for the formation of the concepts of the Flat Geometry in secondary basic, in Colombia are presented.

#### Keywords:

Geometry, actions and operations, Plane Geometry, concepts, concept formation.

## INTRODUCCIÓN

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como práctica social, cultural e históricamente situada y científicamente orientada por la didáctica de las matemáticas, instalan hoy nuevas redefiniciones y desafíos (Artigue, 2004; D'Amore, Godino & Fandiño, 2008), centrados en activar la construcción del conocimiento matemático por parte del estudiante. Estas redefiniciones y retos han de instalarse en el proceso complejo y dinámico de la formación y el desarrollo de habilidades matemáticas, en tanto propósito central de los sujetos que construyen y reconstruyen su propio saber (D'Amore, Godino & Fandiño, 2008).

El tratamiento o la formación de conceptos geométricos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en general ha sido objeto de análisis para varios investigadores, entre ellos se citan a González & Borges (2005); Soler, González & Moreno (2009); León (2011); Barrantes-López & Balletbo-Fernández (2012); Marmolejo & González (2013); Barrantes, Balletbo & Fernández (2014); Godino, Wilhelmi, Blanco, De la Fuente & Giacomone (2016); Martín, Machin & Robayna (2016); y Rincón Santana, Montes de Oca Recio & Mola Reyes (2018).

Los autores destacan que en el caso de León y Cabrera (2008) han abordado una concepción didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría con un enfoque dinámico en la educación primaria y en el caso de Rincón Santana, Montes de Oca Recio & Mola Reyes (2018) proponen una estrategia para la comprensión de los objetos geométricos, en la carrera de educación, mención matemática; todos estos trabajos son foráneos.

Se destaca que en los documentos que han sido consultados no se observó que se ilustraran acciones y operaciones para el proceso de formación de los conceptos de la Geometría Plana en Básica Secundaria. El propósito de este trabajo consiste en mostrar las acciones y operaciones para el proceso de formación.

## DESARROLLO

Para Zilmer (1981abc); y Ballester, et al. (1992), los conceptos son una categoría especial en la enseñanza de la Matemática y constituyen la forma fundamental con que opera el pensamiento matemático, por lo que con su tratamiento se contribuye a un importante objetivo de la matemática, representar la relación entre la matemática y la realidad objetiva. Estos autores plantean que se debe lograr que los estudiantes reconozcan que los conceptos,

al igual que las formas de trabajo matemático, tienen su origen en las necesidades de la práctica.

Gamboa (1996), refiere que un concepto es una entidad mental que se forma a través de un proceso de abstracción sobre experiencias con objetos (reales o ideales) y que se designa a través de términos del lenguaje. En Matemática estos **objetos** pueden ser: cosas reales o mentales, acciones sobre cosas, relaciones entre cosas y sistemas de cosas organizadas (estructuras).

Para Mina (2003), un concepto es un elemento lógico central en la construcción del conocimiento, está regulado por leyes, entre los objetos del mundo material y su interpretación ideal; es uno de los componentes determinantes del saber básico de toda disciplina científica, tecnológica o humanística. El concepto es resultado de la captación intelectual de las características esenciales de un objeto. Los conceptos no afirman ni niegan; solo designan objetos del mundo ideal o real. Es por medio de los conceptos que los sujetos conocen el mundo y lo interpretan. Para este autor el concepto es el producto reflejo de las cualidades generales y esenciales de un objeto o fenómeno.

Las proposiciones están formadas por conceptos. Los conceptos pueden ser de la realidad o de la imaginación. Los conceptos indican, no aseveran ni niegan. La comprensión del concepto está determinada por el conjunto de notas esenciales que el objeto posee. Los conceptos son espacio temporal, por tanto, no son perennes. Los conceptos son entes lógicos que facilitan el entendimiento.

En opinión de Mina (2003), los conceptos son de distinta naturaleza: relacionales, operacionales, numéricos, espaciales, de clasificación, de seriación, otros. Un concepto es un conjunto de propiedades o predicados posibles de una clase o de una relación.

Refiriéndose a la formación propiamente dicha de un concepto, Betancourt (1993), cita a Bruner, quien considera que la formación de conceptos es un acto en virtud del cual se construyen clases o categorías, mientras que la obtención de conceptos supone la búsqueda de los atributos que distinguen a los seres que son ejemplares de la clase que se quiere diferenciar.

Al describir los pasos que sigue cada persona para obtener un concepto, se parte de la lógica formal que presuponen una serie de atributos externos e indicios, así como valores de dichos atributos en cada objeto o fenómeno, aquí se introducen dos ideas muy valiosas acerca de la temática que se trata:

- Ante cada atributo, la persona realiza una predicción tentativa o decisión acerca de si este posee o no una propiedad dada.
- Esto le permite formular, como paso posterior a la obtención del concepto, la estrategia que para este proceso (la obtención del concepto) se sigue.

Los autores del trabajo comparten las reflexiones realizadas por (Betancourt, et al., 1993) en cuanto a las diferencias entre formación y obtención de conceptos referidas por Bruner.

Al referirse al modelo cognitivo imagen del concepto-definición del concepto Cabello, Sánchez & López (2014) plantean que este (Hershkowitz, 1987, 1989, 1990; Vinner, 1975, 1983; Vinner & Hershkowitz, 1980, 1983) analiza los procesos cognitivos de la mente de los estudiantes cuando aprenden un concepto geométrico nuevo. Denominan “dibujo mental del concepto” al conjunto de todos los dibujos que el estudiante ha asociado con el concepto. La imagen del concepto es el dibujo mental junto con las propiedades que el estudiante asigna al concepto.

El tratamiento de un concepto puede llevarse a cabo mediante dos vías principales, que según Zilmer (1981abc), son:

**Vía deductiva:** En esta se parte de la definición del concepto y mediante el análisis de ejemplos se descubre la extensión y el contenido del concepto. Esta vía conduce de lo general a lo particular.

El empleo de esta vía ofrece algunas ventajas siempre que estén dadas determinadas condiciones, las cuales son:

1. Los estudiantes conocen los conceptos anteriores que están incluidos en el nuevo concepto a definir.
2. El concepto a definir contiene elementos que son comprendidos por los estudiantes.
3. Los estudiantes están facultados para realizar un trabajo relativamente alto de abstracción.

**Vía inductiva:** En esta se parte de ejemplos, el concepto se desarrolla por medio de descripciones, explicaciones, hasta llegar a la definición, esta última es elaborada paso a paso. Esta vía conduce de lo particular a lo general.

La vía inductiva es recomendable si en el tratamiento de un concepto paso a paso se favorece la comprensión de la definición por parte de los estudiantes. Si no es posible poner a disposición de los estudiantes como objeto de análisis representantes y no representantes del concepto en cuestión, entonces hay que construir los representantes primero, en tal caso se dice que el tratamiento del concepto se realiza por vía constructiva. Esta es una

modificación de la vía inductiva y su empleo en el tratamiento de los conceptos que deben ser definidos o explicados posibilita, junto a la utilización de métodos productivos (la búsqueda parcial o heurística) que el nuevo objeto matemático obtenido sea correctamente asimilado y comprendido por los sujetos.

Como secuencia de pasos para el tratamiento de un concepto por vía inductiva, en opinión de Ballester, et al. (1992), se sugiere:

- Asegurar el nivel de partida.
- Motivar y orientar hacia el objetivo.
- Poner a disposición objetos de análisis (representantes y no representantes del concepto en cuestión).
- Analizar los objetos respecto a características comunes y no comunes.
- Establecer un conjunto de características necesarias y suficientes.
- Formular la definición o explicación del concepto.

**La autora de esta investigación concuerda con lo sugerido por los autores anteriormente citados.**

En el caso en que se emplee la vía deductiva los autores Ballester, et al. (1992), sugieren que la secuencia de pasos a emplear sea:

- Asegurar el nivel de partida.
- Motivar y orientar hacia el objetivo.
- Partir de la definición y analizar el significado de cada una de las partes (definiendum y definiens).
- Poner a disposición de los estudiantes ejemplos y contraejemplos del concepto (objetos de investigación) que deben ser examinadas uno a uno de acuerdo con las características (contenido) del concepto, expresadas en el definiens.
- Analizar con los alumnos cuáles serían las consecuencias si se omitiese alguna de estas características.
- Es necesario realizar en este momento dos precisiones importantes:
- Definir un concepto requiere la elaboración de una definición exacta o rigurosa (formal).
- Introducir conceptos significa que los estudiantes conozcan todas las características que definen el concepto, pero no una definición explícita del mismo (informal).

En el desarrollo del definir, en opinión de Curbeira (2013), se diferencian cuatro niveles, los cuales son:

**1er Nivel:** Se prepara a los estudiantes para la formación del concepto. En este nivel se utilizan procedimientos

semejantes a definiciones (esto ocurre en los primeros grados de la enseñanza primaria, entre primero y quinto grados).

**2<sup>do</sup> Nivel:** Se trata directamente de definir, se introduce el concepto definición, se comparan los conceptos definición y teorema, se definen algunos conceptos utilizando definiciones existenciales (concepto superior y características esenciales) (sexto grado).

**3<sup>er</sup> Nivel:** Se capacita a los estudiantes para definir, estos conocen mejor la relación entre definición y teorema, aplican las definiciones en demostraciones sencillas, las definiciones son formuladas en forma precisa, se definen independientemente conceptos utilizando el concepto superior y las características esenciales (a partir de sexto grado).

**4<sup>to</sup> Nivel:** Se comienza la preparación de los estudiantes para definir conceptos que tienen una naturaleza diferente, es decir, tienen un nivel mayor de abstracción, resultado del estudio de procesos o fenómenos de carácter infinito (este proceso puede realizarse de forma cooperativa). Los estudiantes comprenden perfectamente las diferencias que se establecen entre: una definición rigurosa (formal) de un concepto, una explicación de este y una definición informal de un concepto. Se modifican características esenciales de un concepto ya definido (invariante) y se obtienen nuevos conceptos (enseñanza superior).

Según Jungk (1979); y Ballester, et al. (1992), la estructura total del proceso para el tratamiento de un concepto consta de tres fases, pero la autora de esta investigación asumió lo planteado por Curbeira (2013), quien incorpora una nueva fase en este proceso:

- **Primera Fase:** consideraciones y ejercicios preparatorios. Estos comienzan mucho antes de la formación del concepto, mediante ellos los estudiantes se familiarizan con fenómenos y formas de trabajo correspondientes.
- **Segunda fase:** formación del concepto. Es la parte del proceso que conduce desde la creación del nivel de partida, la motivación y la orientación hacia el objetivo, y que pasa por la separación de las características comunes (necesarias y suficientes) y no comunes, hasta llegar a la definición o explicación del concepto (esta fase está estrechamente relacionada con el objetivo de capacitar a los estudiantes para definir).
- **Tercera fase:** Asimilación del concepto o fijación del concepto. En esta fase se realizan las ejercitaciones, profundizaciones, sistematizaciones, aplicaciones y repases del concepto que siguen a la formación del mismo (en esta fase los estudiantes asimilan el

contenido del concepto, ante todo a través de acciones mentales y prácticas dirigidas hacia ese objetivo).

- **Cuarta fase:** Generalización de conceptos. En esta fase se capacita a los estudiantes para que puedan definir nuevos conceptos, de forma cooperada, a partir de la modificación de determinadas características esenciales de un concepto ya definido, se realiza la formación de un nuevo concepto, más general que el que lo precedió.
- Se destaca que la generalización es un principio heurístico general mediante el cual se direcciona y desarrolla la actividad mental de los estudiantes y, además, se favorece el uso de las formas de trabajo y de pensamiento matemático, necesarios para cualquier estudiante.

En el siguiente apartado, por la importancia que reviste, es abordado el proceso de formación de los conceptos de la Geometría Plana, en particular se presentan las acciones de carácter lógico que, a juicio de los autores, deben ejecutarse para realizar dicha formación, empleando la Geometría Dinámica como ente mediador en este proceso.

Las acciones y las operaciones de carácter lógico para el proceso de formación de los conceptos en Geometría Plana

Desde la impartición de los diferentes complejos de materia Matemática en básica secundaria, se contribuye a que los estudiantes puedan enfrentarse a problemáticas de diferente naturaleza y estén en capacidad de formular proyectos como respuesta a dichas problemáticas de manera eficiente, incorporando los conocimientos, destrezas, herramientas y metodologías adquiridas de naturaleza científica, técnica y tecnológica, al emplearse métodos problemáticos para la adquisición del nuevo conocimiento, por ejemplo, el método de búsqueda parcial o heurística, donde mediante la conversación heurística que se establece, los estudiantes dan soluciones a las problemáticas que se presentan.

Müller (1984), destaca que dentro de los procedimientos heurísticos se encuentran los principios heurísticos que son de gran utilidad para la búsqueda de nuevos conocimientos y también sugieren ideas para la solución de diferentes problemas. Dentro de los principios heurísticos generales, se señala, el de analogía que consiste en la utilización de la semejanza de contenido o forma. Polya (1985), refiriéndose a la analogía expresa: ***dos sistemas son análogos si concuerdan en relaciones claramente definibles de sus partes respectivas.***

La analogía como un factor heurístico positivo puede ayudar en tres direcciones:



- Puede ser aplicada para que los estudiantes descubran una proposición nueva y la puedan formular;
- Puede sugerir el método y el procedimiento para la demostración de una nueva proposición;
- Puede sugerir la vía para la solución de un problema, de un ejercicio.
- Se señala que, al realizar la formación de los conceptos de la Geometría Plana, mediante el empleo del principio heurístico de analogía, se puede establecer una analogía entre cada una de las acciones y las operaciones para el proceso de formación de los conceptos de dicha geometría y los pasos del programa heurístico general para el tratamiento un concepto cualquiera retomado por Ballester y otros (1992). En la siguiente tabla aparecen las acciones de carácter lógico de ambos procedimientos.

Tabla 1. Acciones para el proceso de formación de los conceptos de la Geometría Plana y los pasos del programa heurístico general para el tratamiento de un concepto.

Pasos del programa heurístico general para el tratamiento de un concepto.	Acciones para la formación de los conceptos de la Geometría Plana
Resumen de los conocimientos ya existentes en relación con el concepto a definir. Motivación para la introducción del "nuevo" concepto o para la elaboración de una definición del concepto.	Reactivar los medios que tienen implicación con la problemática que se propone. Motivar la necesidad de un nuevo conocimiento.
Precisar las exigencias de lo que hay que definir atendiendo a las condiciones lógicas y de contenido. Elaborar objetos de análisis. Establecer una estrategia.	Proponer una situación inicial de partida mediante la preparación de objetos de análisis. Presentar representantes y no representantes del concepto a formar. Establecer la forma de proceder para realizar el análisis.
Establecer las características comunes y no comunes de los objetos o pares de objetos a comparar. Formulación de una definición o explicación del concepto, a partir de las características comunes.	Determinar características comunes entre los objetos que se muestran. Determinar características no comunes entre los objetos que se muestran. Elaborar una definición o explicación del nuevo concepto a partir de los rasgos comunes.
Realizar consideraciones retrospectivas y perspectivas.	Realizar consideraciones retrospectivas y perspectivas.

Fuente: elaboración propia.

Para la formación de conceptos de la Geometría Plana resulta necesario reconocer la naturaleza de estos y actuar en función de ellos, los procesos que se ejecuten no deben ser siempre aplicados de forma lineal, sino que, cada estudiante, con sus diferencias individuales, tiene un estilo peculiar de aprender, es decir, una manera concreta de recorrer el camino de su propio proceso del aprendizaje.

Las acciones y operaciones deben tomarse como una forma sutil y organizada para formar un concepto y por ende resolver un problema de aprendizaje. Dichas acciones y operaciones están relacionadas con una base de orientación para la acción (BOA) del tipo III que se ha elaborado teniendo en cuenta el programa heurístico general para el tratamiento de un concepto y que, por tratarse de los conceptos de la Geometría Plana, los autores del trabajo tienen en cuenta los niveles propuestos por los Van Hiele (1986), que se citan a continuación:

Nivel 1: visualización, Nivel 2: análisis, Nivel 3: ordenación o clasificación, Nivel 4: deducción formal y Nivel 5: rigor.

Cada uno de estos niveles está presente en la BOA para la formación de los conceptos de la Geometría Plana, en lo adelante se presentan cada una de estas acciones con sus correspondientes operaciones. En la siguiente tabla aparecen las acciones y las operaciones de carácter lógico que la autora propone para la formación de un concepto de la Geometría Plana.

Tabla 2. Acciones y operaciones de carácter lógico para la formación de un concepto geométrico.

Acciones para la formación de los conceptos de la Geometría Plana	Operaciones para la formación de los conceptos de la Geometría Plana
Reactivar los medios que tienen implicación con la problemática (formación de un concepto geométrico) que se propone. Motivar la necesidad de un nuevo conocimiento.	Clasificar adecuadamente el tipo de concepto a formar (Geometría, Aritmética o Álgebra). Determinar la contradicción existente entre lo que conoce y desconoce.
Proponer una situación inicial de partida mediante la preparación de objetos de análisis. Presentar representantes y no representantes del concepto a formar. Establecer la forma de proceder para realizar el análisis.	Analizar si el concepto a formar es de Geometría Plana o de Geometría del Espacio. Si el concepto es de Geometría Plana, entonces: Proponer representantes y no representantes del concepto en cuestión. Si el concepto es de Geometría del Espacio, entonces: Proponer representantes y no representantes del concepto en cuestión.
Determinar características comunes entre los objetos que se muestran. Determinar características no comunes entre los objetos que se muestran. Elaborar una definición o explicación del nuevo concepto a partir de los rasgos comunes.	Determina los atributos y componentes comunes de los objetos (número de lados, número de vértices, cantidad de ángulos). Determina los atributos y componentes que difieren en cada objeto presentado. Formula, a partir de los atributos y componentes comunes una definición o explicación del concepto a formar.

<p>Realizar consideraciones retrospectivas y perspectivas.</p>	<p>Incluir el concepto en el sistema de conceptos.                  Analizar casos límites y/o extremos.                  Analizar la conveniencia de la definición o explicación del concepto.                  Valorar la posibilidad de transferir el procedimiento seguido.</p>
--	---

Fuente: Elaboración propia.

Estas acciones y operaciones deben ser presentadas a los estudiantes como un conjunto finito de tareas no estrictamente secuenciadas que conllevan un cierto grado de libertad y cuya ejecución no garantiza la consecución de un resultado óptimo, aunque es ese el propósito. Al finalizar el proceso de formación del concepto, el profesor debe hacer un análisis para sistematizar todas las acciones y las operaciones que forman parte de dicho proceso.

Los autores plantean que, el trabajo con la geometría debe tener una propuesta activa, donde el estudiante participe de su propio proceso de formación de conceptos de la Geometría Plana debido a que, esta parte de la actividad del estudiante y su confrontación con el mundo. Dando prioridad a la actividad sobre la contemplación activa de figuras y símbolos mediados con los (AGD), realizar operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas geométricos.

### CONCLUSIONES

Las acciones para la formación de los conceptos de la Geometría Plana son obtenidas por el principio heurístico de analogía a partir de los pasos del programa heurístico general para el tratamiento de conceptos.

Las acciones y operaciones están relacionadas con una base de orientación para la acción (BOA) del tipo III que se ha elabora teniendo en cuenta el programa heurístico general para el tratamiento de un concepto y que, por tratarse de los conceptos de la Geometría Plana, los autores del trabajo tienen en cuenta los niveles propuestos por los Van Hiele (1986).

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación matemática*, 16(3).

Ballester Pedroso, S., et al (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática*. Tomos I y II. La Habana: Pueblo y Educación.

Barrantes, M., Balletbo, I., & Fernández, M. (2014). Enseñar geometría en secundaria. Congreso Iberoamericano De Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Organización De Estados Iberoamericanos. Buenos Aires.

Barrantes-López, M., & Balletbo-Fernández, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8(1), 25. Recuperado de <http://revistacientifica.uaa.edu.py/index.php/riics/article/view/12>

Betancourt, J., et al. (1993) *Sistematización de estudios sobre estrategias, métodos y programas para pensar y crear*. La Habana: Academia de Ciencias.

Bruner, J. (1972). *Hacia una teoría de la instrucción*. La Habana: Ediciones Revolucionarias.

Cabello Pardo, A. B., Sánchez García, A. B., & López Fernández, R. (2014). Errores de conceptos geométricos persistentes en alumnos de 1º de ESO: detección y metodología de corrección. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, (86), 2.

Colombia. Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá: Magisterio.

Colombia. Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: Magisterio.

Curbeira Hernández, D. (2013). *El tratamiento de conceptos matemáticos, su repercusión en el proceso de formación profesional inicial*. *Universidad y Sociedad*, 5(1). Recuperado de <https://rus.ucf.edu.cu/index.php/rus/article/view/445>

D'Amore, B., Godino, J., & Fandiño, M. (2008). Competencias y matemática. Bogotá: Magisterio.

Gamboa Lima, J. L. (1996). *Condiciones necesarias para la construcción de conceptos matemáticos*. Recuperado de <http://macareo.pucp.edu.pe/~jhenost/articulos/conmat.htm>

Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., Blanco, M. T. F., De la Fuente, A. C., & Giacomone, M. B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *Avances de investigación en educación matemática*, (10), 91-110. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6168889.pdf>

- González Hernández, W., & Borges Echevarría, J. T. (2005). Fundamentos para la estructuración del sistema de actividades que contribuya al desarrollo de la creatividad a través de la enseñanza de la Geometría Analítica. *Enseñanza de las Ciencias*, (Extra), 1-4.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological Aspects of Learning Geometry, en Nesher, P. y Kilpatrick, J. (eds.) (1990). *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 70-95. Cambridge: Cambridge UP.
- Jungk, W. (1979). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática I*. La Habana: Pueblo y Educación.
- León González, J. L. (2011). *Estrategia Didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias. Cienfuegos: Universidad de Ciencias Pedagógicas Conrado Benitez García.
- León Roldán, T., & Cabrera, C. R. (2008). *Concepción Didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría con un enfoque dinámico en la Educación Primaria*. La Habana: Universitaria.
- Marmolejo, G. A., & González, M. T. (2013) Función de la visualización en la construcción del area en figuras bidimensionales. Una metodología del análisis y su aplicación a un libro de texto. *Revista Integración*, 31(1). Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=327028023008>
- Martín, M. C. A., Machín, M. C., & Robayna, M. M. S. (2016). La epistemología del profesorado en la implementación de un currículo de geometría desde la perspectiva de los Van Hiele. *El Guiniguada. Revista de investigaciones y experiencias en Ciencias de la Educación*, 9, 393-406. Recuperado de [ojsppdc.ulpgc.es/ojs/index.php/ElGuiniguada/article/view/691/612](http://ojsppdc.ulpgc.es/ojs/index.php/ElGuiniguada/article/view/691/612)
- Mina Paz, Á. (2003). *Aprender a pensar el texto como instrumento de conocimiento*. Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajos14/pensartexto/pensartexto2.shtml#TEXCONC>
- Müller, H. (1984). *Inferencia lógica y demostraciones en la enseñanza de la Matemática*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Polya, G. (1985). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Rincón Santana, E., Montes de Oca Recio, N., & Mola Reyes, C. (2018). Estrategia para la comprensión de los objetos geométricos, en la carrera de educación, Mención Matemática. *Revista Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 8(4), 179-198. Recuperado de <http://runachayecuador.com/refcale/index.php/didasca/ia/article/download/2095/1073>
- Soler, G. G., González, E., & Moreno, M. Á. G. (2009). Criterios específicos para analizar la geometría en libros de texto para la enseñanza primaria y secundaria obligatoria. Análisis desde los cuerpos de revolución. *Investigación en educación matemática XIII* (pp. 247-258). Madrid: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Van Hiele, H. P. (1986). *Structure and Insight*. New York: Academic Press.
- Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Advanced Mathematical Thinking*. Mathematics Education Library. (65-79). Cambridge: Board.
- Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1983). On concept formation in geometry. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 83(1), 20-25.
- Zilmer, W. (1981a) *Metodología de la enseñanza de la Matemática I*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Zilmer, W. (1981b) *Metodología de la enseñanza de la Matemática II*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Zilmer, W. (1981c) *Metodología de la enseñanza de la Matemática III*. La Habana: Pueblo y Educación.