

01

INTERVENCIÓN FORMATIVA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: UNA APROXIMACIÓN DESDE UN DIPLOMADO

FORMATIVE INTERVENTION FOR THE LEARNING OF MATHEMATICS: AN APPROACH FROM A QUALIFIED COURSE

Luisa Morales Maure¹

E-mail: luisa.morales@up.ac.pa

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3905-9002>

Evelyn García Vázquez²

E-mail: evgarcia@suagm.edu

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0168-5350>

Rosa Durán González³

E-mail: rosidurang@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8121-5019>

¹ Universidad de Panamá. Panamá.

² Universidad Ana G. Méndez. Puerto Rico.

³ Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. México.

Cita sugerida (APA, sexta edición)

Morales Maure, L., García Vázquez, E., & Durán González, R. (2019). Intervención formativa para el aprendizaje de las matemáticas: una aproximación desde un Diplomado. *Revista Conrado*, 15(69), 7-18. Recuperado de <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>

RESUMEN

En el artículo se identifican los conocimientos matemáticos clave y el perfil competencial docente contenido en el Módulo 1 del diplomado “Estrategias didácticas para la enseñanza de la Matemática”. Estas competencias las deben tener los profesores para poder realizar las funciones que le corresponden en primaria; con el propósito de: sustentar, diseñar e implementar una propuesta formativa para el desarrollo y evaluación de dichos conocimientos y de dos competencias clave (la competencia matemática y la competencia en análisis e intervención didáctica), que esté alineada con las políticas públicas educativas de Panamá y las orientaciones de la UNESCO. La investigación es cualitativa, puesto que estamos interesados en describir y reflexionar sobre el desarrollo de competencias de los profesores de primaria.

Palabras clave:

Conocimiento matemático, competencias docentes, didáctica, diplomado virtual, instrucción matemática, formación matemática, enfoque onto semiótico.

ABSTRACT

The article identifies the key mathematical knowledge and the teacher competency profile contained in Module 1 of the qualified course “Teaching Strategies for the Teaching of Mathematics”. These competences must have the teachers to be able to perform the functions that correspond to them in primary school; with the purpose of: sustaining, designing and implementing a training proposal for the development and evaluation of said knowledge and of two key competences (mathematical competence and competence in analysis and didactic intervention), which is aligned with the public educational policies of Panama and the UNESCO guidelines. The research is primarily qualitative, since we are interested in describing and reflecting on the development of competences of primary school teachers.

Keywords:

Mathematical knowledge, teaching competences, didactic, virtual qualified course, mathematical instruction, mathematical training, onto-semiotic approach.

Agradecimientos:

Trabajo elaborado en el marco del proyecto de investigación: Convenio de Colaboración Educativa N.º 29-2018 entre la Secretaría Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación SENACYT y la Universidad de Panamá y con Aval del Ministerio de Educación de la República de Panamá (038/PC/2018). Bajo el financiamiento para el programa de Innovación para la Inclusión Social y la Productividad, Contrato de Préstamo N° 3692/OC-PN con la República de Panamá. La investigadora principal es miembro del Sistema Nacional de Investigadores (SNI), además becaria de doctorado en la Universitat de Barcelona. Reconocemos el apoyo del Dr. Jaime Gutiérrez Vicerrector de Investigación y Postgrado, Mgtr. Denis Chávez Vicerrector de Extensión, Dr. Miguel Ángel Esbrí Secretario de Competitividad y Logística y la Dra. María Heller Directora de Innovación en el Aprendizaje de Ciencias.

INTRODUCCIÓN

Los sistemas educativos son el pilar del desarrollo de un país, por esta razón la agenda educativa es uno de los capítulos apremiantes para el crecimiento y evolución de nuestra sociedad, la cual se halla inmersa en un contexto globalizado muy competitivo que demanda la formación de recursos humanos con las competencias adecuadas para insertarse de forma más exitosa en los mercados laborales. En este contexto, las instituciones de educación deben, además de contribuir a su formación integral como ciudadano, proveer al estudiante de las habilidades, conocimientos, valores y actitudes necesarias para responder a tales exigencias en su vida profesional. Para afrontar este doble desafío son necesarios cambios en el sistema educativo para conseguir el desarrollo de las competencias idóneas, de cada uno de sus actores: directivos, docentes y estudiantes. En el caso de Panamá, la Constitución Política de la República de Panamá de 1972 y la Ley 47 Orgánica de Educación, modificada por la Ley Orgánica 34 de 1995, establecen las bases legales que sustentan el desarrollo de diversos programas de mejora y transformación del sistema educativo en todos sus niveles.

En Panamá, a partir del pacto de modernización del sistema educativo de 1995, se enfatiza la necesidad de visualizar a la estrategia educativa como agenda de Estado, lo que conlleva al desarrollo de infraestructura, el uso de las tecnologías en la enseñanza, la actualización de planes y programas de estudio, mejora de los procesos de evaluación, entre otros. En esta misma línea de acciones, en el año 2001 se realiza el diálogo para la transformación del Sistema Educativo Panameño, que reunió a los principales actores y representantes de los organismos públicos y de la sociedad civil, llevando a la discusión cuatro ejes temáticos: la filosofía y calidad de la educación, el perfil del desempeño de los docentes, la inversión en educación, así como las acciones de innovación. **Sustento en el contexto global desde la innovación** A partir de estas mesas temáticas, se desprendieron una serie de recomendaciones que sirven de base para la mejora y actualización de la calidad del Sistema Educativo del país.

Todas estas recomendaciones pretenden evitar que dentro del aula se presenten fallas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, las cuáles impactan los índices de reprobación y/o deserción. No se debe perder de vista que en este proceso de enseñanza-aprendizaje interactúan diferentes elementos: el estudiante, los docentes, las instituciones, los padres de familia y por supuesto los programas de estudio y en general el currículum, entendido este en su concepción más amplia, como un **“ente integral que comprende a los elementos intelectuales y**

organizativos de todos los procesos educativos que convergen en un centro de enseñanza”. (Díaz Barriga, 2005).

Cuando se habla de la calidad educativa y de los distintos elementos que la conforman, resaltan las opiniones de los expertos el importante papel que desempeñan los profesores. Si bien en el **proceso educativo** interaccionan los diferentes agentes antes referidos, la importancia del papel del docente es crucial en el proceso del aprendizaje de los estudiantes (aunque no podemos afirmar que la mayor responsabilidad recae en el docente). En esta línea, varios estudios señalan al factor docente como actor principal de la transformación educativa y de la renovación de los modelos de enseñanza (Aguerrondo, 2004; Fullan, 2002; Vaillant, 2005).

La formación de los futuros profesores de matemáticas constituye un campo de investigación relevante (Even & Ball, 2009) dado que el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes depende, de manera notable, de la formación de sus profesores. En la actualidad han aumentado las investigaciones sobre la formación de profesores de matemáticas. Se puede ver a nivel internacional en las revisiones publicadas en los **handbooks** de investigación en educación matemática (Bishop, et al., 1996; Llinares & Krainer, 2006), y en la publicación de revistas como *Journal of Mathematics Teacher Education*. Hay que resaltar en la investigación **sobre la formación de profesores que existen diferentes contribuciones teóricas y empíricas donde se muestran resultados de investigaciones acerca de esta problemática y de su gran complejidad**. En lo que se refiere a la formación de profesores de matemáticas aun cuando existen diversos trabajos, hay todavía una gran tarea investigativa por realizar sobre este tema.

A nivel internacional, hay mucho interés para describir y evaluar el conocimiento matemático necesario para enseñar esta disciplina en las escuelas de primaria, puesto que son numerosos los estudios que constatan una relación entre el conocimiento matemático (y la competencia matemática) de los maestros y los aprendizajes de sus estudiantes en esta materia. Hasta hace poco, los escasos estudios que comparaban la organización de los programas de formación de maestros ponían de manifiesto unas grandes diferencias en el énfasis que unos y otros ponían al conocimiento del contenido matemático y al conocimiento pedagógico del contenido (Döhrmann, Kaiser & Blömeke, 2012).

DESARROLLO

En 2015, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura en cooperación con

la Universidad Nacional de Seúl, desarrolló un conjunto de indicadores globales de competitividad y aprendizaje permanente, organizados en base a los cuatro pilares clásicos de la educación; que son aprender a *saber, ser, hacer y convivir* (JuSeuk, 2015). En dicho estudio se lograron categorizar tres grupos de países según su nivel de competitividad, en: fuertes, intermedios y frágiles. Los grados de aprendizajes por pilar, en el saber, ser, hacer y convivir, de cada grupo resultó diferenciables, decreciendo en proporción directa al nivel de competitividad del grupo-país. Los países fuertes presentan indicadores de aprendizaje del *saber* y del *ser* superiores al resto de los grupos. Los países intermedios y frágiles mostraron competencias en el *hacer* similares, mientras que el pilar de aprendizajes en el *convivir* se comporta proporcional al nivel de competitividad de cada país. Se intuye que los factores de la vida como los valores y la convivencia están moldeando los resultados en educación y no a la inversa.

Los factores socio culturales están ejerciendo una fuerte influencia en la concepción pedagógica y la práctica de la enseñanza, lo que explicaría en parte el auge que presentan las estadísticas en las últimas décadas sobre el número de investigaciones en torno a las ciencias condicionantes de la educación (biológicas, psicológicas, sociales, económicas, entre otros). Estas ciencias se dedican a estudiar tanto las características de los educadores y sus estudiantes como las convenciones, normas y la organización de las instituciones educativas.

El conocimiento en sí es otro desafío, tanto en lo económico, como en lo político y cultural. Las ciencias (y sus científicos) se organizan en sociedades que a su vez se ocupan de transmitir el conocimiento, pero estas nuevas formas de conocimiento influyen en el orden social. En específico, los científicos e instituciones que trabajan en el desarrollo de las tecnologías y la evolución de las técnicas de modelización de la economía y las poblaciones coinciden en la necesidad de atender la educación desde la escuela con énfasis en las ciencias exactas, y muy en particular en las Matemáticas, como garantía del desarrollo profesional de las sociedades actuales y sus individuos. En otras palabras, las nuevas tecnologías y sus aplicaciones han ampliado de manera significativa el papel de las Matemáticas en las ciencias, los negocios y la tecnología.

La densidad de información que manejan los seres humanos desde temprana edad exige el uso de herramientas e instrumentos que implican un lenguaje abstracto más elaborado, así como capacidades de análisis y reflexión distintas a las requeridas en otras décadas. Los estudiantes de hoy vivirán y trabajarán usando las herramientas

del mañana y, por lo tanto, necesitan aprender una Matemática diferente a la de sus antecesores. No obstante, es un secreto a voces que la práctica escolar estandarizada en la enseñanza de las Matemáticas de hoy en día en múltiples países es aún ejercicio cimentado en *tradiciones y viejas creencias* de forma tradicionalista que se han perpetuado a lo largo del tiempo y que pocas veces se actualiza a la luz de los nuevos hallazgos del conocimiento en las ciencias de la educación.

En el caso de Panamá, el sistema educativo se conforma de tres niveles, el primer nivel que corresponde a la educación básica general y comprende los siguientes tipos: preescolar, primaria y secundaria, el segundo nivel que corresponde a la educación media (bachillerato) y el tercer nivel que corresponde al nivel de educación superior.

Por otra parte, en el área de la Educación Matemática se han realizado investigaciones para conocer la forma en que el conocimiento del contenido matemático de los profesores se hace evidente en sus clases en forma de buenas prácticas. Se trata de investigaciones que, en mayor o menor medida, se relacionan con la competencia en análisis didáctico y, por esta razón, también se han tenido en cuenta en nuestra investigación. Entre ellas hay que destacar:

1. La metodología *Lesson Study* (Fernández & Yoshida, 2004). Con esta metodología se estudian las clases con la colaboración de otros maestros para planificar, observar y reflexionar sobre las lecciones.
2. La metodología *Concept Study* propuesto por Davis & Renert (2013). Se trata de una metodología en la que los investigadores se comprometen con la práctica de los profesores en el examen y la elaboración de modelos sobre la comprensión Matemática. El Estudio del Concepto combina elementos de dos enfoques relevantes en la investigación en educación Matemática: *concept analysis* y *lesson study*. Los estudios enmarcados en el *concept analysis* están focalizados sobre la explicitación y explicación de las estructuras lógicas y las asociaciones que son inherentes a los conceptos matemáticos.
3. Conocimiento matemático para una enseñanza de las Matemáticas de calidad. A partir de la noción de conocimiento matemático para la enseñanza (MKT), el grupo de Deborah Ball y colaboradores se ha planteado cuáles son las características que ha de tener este conocimiento para conseguir una enseñanza de calidad. Han encontrado que, aunque hay una significativa, fuerte y positiva asociación entre determinados niveles de MKT y la calidad Matemática de la instrucción, hay también un número importante de factores que mediatizan esta relación, facilitando o

dificultando el uso del conocimiento del profesor en su práctica.

4. The Knowledge Quartet. (Rowland, 2008) se interesan por conocer cómo el conocimiento del contenido matemático del profesor se hace evidente en sus clases, para ello analizan clases, grabadas en video, con el objetivo de caracterizar el conocimiento del profesor activado durante la instrucción. Proponen cuatro categorías de conocimiento: foundation, transformation, connection y contingency.
5. Competencia *mirar con sentido*: Algunas investigaciones sobre el desarrollo profesional del profesor subrayan la importancia de la competencia denominada *mirar con sentido* el pensamiento matemático de los estudiantes (Mason, 2002). Dicha competencia permite al profesor de Matemáticas ver las situaciones de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas de una manera profesional que lo diferencia de la manera de mirar de alguien que no es profesor de Matemáticas. Esta competencia se puede caracterizar como un conjunto de tres destrezas interrelacionadas: identificar las estrategias usadas por los estudiantes, interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes y decidir cómo responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes.
6. Aproximaciones socioculturales. Por ejemplo, en Planas e Irazo (2009), se presenta un modelo de análisis para la descripción e interpretación de procesos de interacción en el aula de Matemáticas. Se argumenta la importancia de interpretar la clase de Matemáticas desde la doble perspectiva de los contenidos matemáticos y de la interacción social. Para ello, se plantea el uso operativo y la integración de nociones asociadas a distintas tradiciones teóricas socioculturales y semióticas.
7. El modelo de competencias y conocimientos del profesor de Matemáticas propuesto por Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática (EOS).
8. A partir de los años noventa y también en fechas más recientes, y con base a los trabajos de investigación que se desarrollan sobre todo en países como España, Chile, Colombia, Argentina, México y Panamá en el ámbito iberoamericano, se han establecido de modo más formal cinco líneas de investigación en el campo de la formación docente. Estas cinco líneas son: investigaciones en formación docente inicial, en formación docente continua o en servicio, investigaciones sobre talleres de actualización docente, trabajos sobre profesión, identidad y labor docente, e investigaciones curriculares y saberes pedagógicos.

La evaluación en Matemática está relacionada con el desarrollo de la competencia Matemática de los estudiantes, entendida ésta como la capacidad que tiene el estudiante

de utilizar procedimientos matemáticos para comprender e interpretar el mundo real. El objeto de evaluación es la competencia Matemática del alumno entendida en estos términos. La Prueba fue construida para conocer la capacidad del uso de procedimientos matemáticos en una serie de tópicos que fueron seleccionados de forma consensuada a partir del análisis curricular de los países en la disciplina.

El Modelo Ontosemiótico

Desde el punto de vista del Enfoque Ontosemiótico (EOS), la competencia en análisis didáctico –entendida como: diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora– es una de las competencias específicas clave que deben desarrollar los futuros profesores de Matemáticas (Font et al., 2013).

Tabla 1. Proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en el aula.

Proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en el aula										Factor medible
Font (2011) indica que su núcleo fundamental consiste en: Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de idoneidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora.										Teoría fundamentada
Conocimiento especializado del contenido matemático del docente				Competencia de análisis de la actividad Matemática				Competencia de intervención didáctica en Matemáticas		Variables principales
Conocimiento Matemático				Configuración Onto Semiótica		Sistema de Práctica	Ideoneidad Didáctica	Trayectoria Didáctica	Dimensión Normativa	Variables de estudio Supra- Categorías (Font)
Dimensión Matemática	Tipo de Análisis	Profundidad de análisis	Competencias Matemáticas	Tipo de Análisis	Competencias Matemáticas	Proceso de estudio	Dimensión didáctico-matemática		Categorías	
Conocimiento común	Descriptivo Explicativo	Análisis superficial	Pensar, razonar Argumentar	Descriptivo Explicativo	Pensar, razonar Argumentar	Análisis a priori Diseño	Epistémica Ecológica		Niveles	
Conocimiento Ampliado	Valorativo	Análisis con cierta profundidad	Comunicar Modelar Plantear y resolver problemas Representar	Valorativo	Comunicar Modelar Plantear y resolver problemas Representar	Implementación Evaluación retrospectiva Rediseño	Cognitiva Afectiva Interaccional Medicional			
		Análisis profundo	Lenguaje simbólico formal y técnico Ayudas y herramientas		Lenguaje simbólico formal y técnico Ayudas y herramientas					

El tema tratado en la presente reflexión aborda una investigación sobre las habilidades didácticas y cognitivas requeridas para la enseñanza de las matemáticas por los maestros de primaria y preescolar, en un contexto-país y desde el aspecto de la formación del docente en servicio. En tal sentido, se destaca es este estudio (Tabla 1).

- La descripción de la estructura de la oferta de formación inicial docente.
- Su relación con los procesos de reformas educativas implementadas.

- Así como sus experiencias y praxis.
- Para realizar un diagnóstico sobre el subsistema de formación y el desempeño en el aula,
- A los fines de elaborar una intervención efectiva que optimice o mejore el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemáticas.

La teoría del modelo Ontosemiótico que permite:

- definir las situaciones didácticas desde diferentes perspectivas en base a los cuatro pilares de la educación y,
- dimensionar el perfil competencial docente en base a su contexto, el conocimiento matemático y las competencias de análisis e intervención didáctica.

En tal sentido, se propone un diseño de investigación cualitativo de tipo Investigación – Acción, el cual permite que tanto el investigador como el sujeto de estudio colaboren en el diagnóstico y la resolución del problema, siendo agentes de transformación de la realidad.

De las tres categorías de Investigación – Acción que son: positivista, interpretativo y crítico, se propone la interpretativa a los fines de diagnosticar la situación actual (realidad social construida) en las actividades propuestas por los profesores; así como sus reflexiones y testimonios en primera persona. También el estudio recupera los factores contextuales (locales y organizacionales). En resumen, la Investigación – Acción pretende aplicar mejoras en la práctica docente mediante un proceso interactivo de intervención-evaluación-análisis crítico o reflexión basada en evidencias. En este caso dicha práctica se ejerce en el entorno y modalidad virtual de la educación.

Un reto palpable de este tipo de investigación es que exige la participación y colaboración de personas que persiguen un propósito común en situaciones y contextos específicos (Kemmis, 2000). En la Investigación – Acción, los resultados tienen un alto grado de relevancia práctica, hacen uso de datos tanto cuantitativos y cualitativos y profundizan la comprensión del problema. En contraparte, exige que el investigador sepa distinguir la acción de investigación y asegurar la aplicación de ambos, lo que dificulta en ciertos casos la culminación de la investigación. Adicional hay que prestar atención en el rigor y la reproducibilidad del estudio. La Investigación – Acción es un proceso organizado en fases que iteran y a veces se superponen, tal y como se ilustra en la Figura 1.

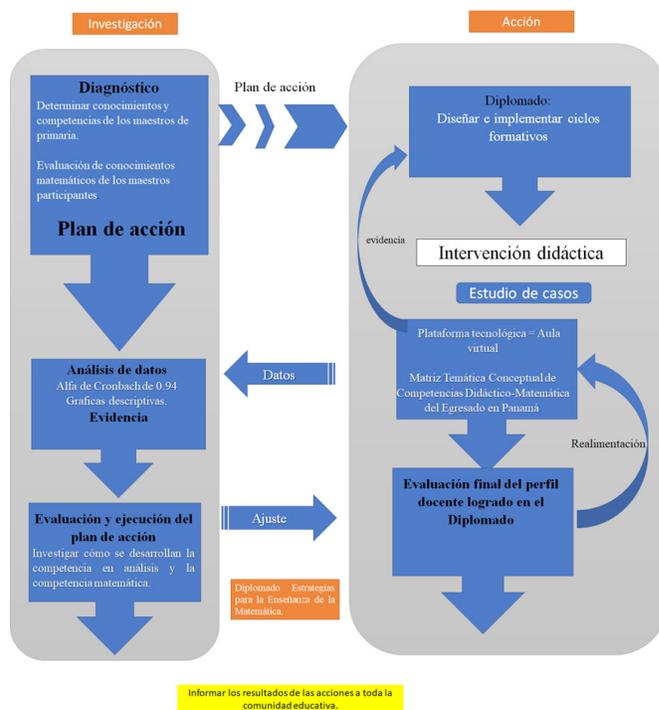


Figura 1. Fases de la Investigación.

Las naturalezas de las fuentes de información utilizadas son:

- Datos estadísticos, documentales, de archivos y otros datos secundarios a ser colectados por el investigador.
- Datos primarios, obtenidos de los sujetos de estudio a lo largo de una intervención formativa diseñada para tal fin mediante un procesamiento de datos cualitativos con el software ATLAS ti. La dimensión didáctico-matemática y los componentes: epistémico, ecológico, cognitivo, afectivo, interaccional y mediacional fueron los sustentos teóricos para el análisis y construcción de resultados. El software ATLAS ti permitió organizar los datos recabados en cuadros, entrevistas, cuestionarios, encuestas, observaciones en el aula entre otros (videos) para generar una Unidad Hermenéutica que permitió los códigos generados y códigos vivos, (testimonios).

El acceso a los participantes de estudio requiere tanto de permisos individuales, a través de un proceso de consentimiento informado, como de permisos institucionales; es decir, de las organizaciones oficiales involucradas, que son: La Dirección de Panamá Centro y Jornada Extendida del Ministerio de Educación. Los sujetos de estudio que participan en la investigación y constituyen en un grupo primario pequeño (menos de 10 personas de la Escuela Omar Torrijos Herrera). Se estudia tanto sus ejecutorias individuales como su rol en equipo.

Desde el punto de vista de la dimensión temporal, esta investigación se realiza en un solo grupo social en un único período de tiempo que va desde el mes de marzo de 2016 hasta septiembre 2018 el cual incluye una fase de estudio diagnóstico y de diseño más una fase de implementación y análisis. La intervención formativa o ciclo formativo se desarrolló entre los meses del 15 de octubre 2017 al 27 de julio 2018; es decir, es una formación de más de seis meses. En tal sentido, esta investigación es longitudinal breve y sigue una estrategia de tipo Estudio de Casos Antes/Después (de la intervención) del cual se presentan hallazgos del Módulo 1. Sobre el grado de control del sistema social bajo estudio, se acota que no se establecieron grupos-control para este estudio. Esta investigación contó con el financiamiento de la Universidad de Panamá (SENACYT), de Panamá, identificada como el proyecto FondoVIP-03-2017.

En los últimos 6 años se evidencia un desequilibrio en la formación permanente del maestro en la Figura 2.

- Didáctica general (área muy fortalecida en los pensum de estudios de la Licenciatura).
- Didáctica Especializada (en matemáticas).
- Conocimiento Matemático (área muy debilitada en los pensum de estudios de la Licenciatura).

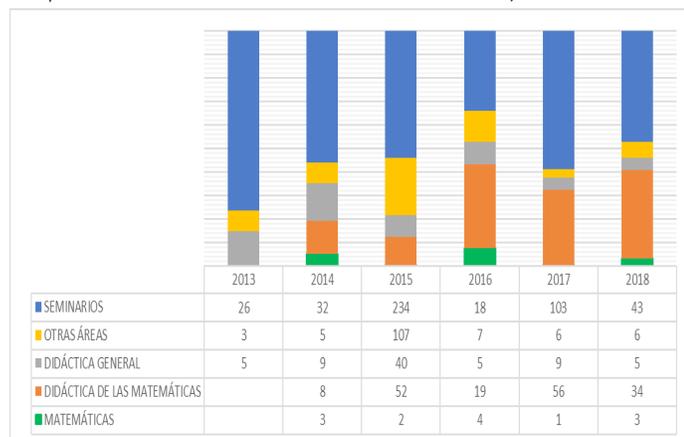


Figura 2. Capacitaciones docentes en matemática, didáctica general y específica, en los últimos cinco años.

II Descripción y Contenido del Diplomado

El experimento de enseñanza fue un piloto Diplomado titulado Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Matemática. Este Diplomado es una iniciativa de la Coordinación de Educación Continua de la Vicerrectoría de Extensión (Viex) y adscrito a la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnológicas de la Universidad de Panamá. Su objetivo es proporcionar una formación profesionalizadora para todos los maestros que quieren

dedicarse a la docencia de las matemáticas en el nivel primario. Su organización educativa se focaliza en el uso de problemas de contexto extra matemático para que los alumnos puedan dar sentido a las estructuras conceptuales que configuran la matemática.

La duración del Diplomado es de cuatro (4) meses y abarca las fechas del 5 de marzo al 27 de julio de 2018 en el horario de 1:00-3:30 pm para un total de 204 horas presenciales. El piloto cuenta con una plataforma digital que permite el desarrollo de foros y comunicación interactiva. El facilitador del diplomado es docente de la universidad con especialidad en matemática y la coordinadora es la investigadora principal de este estudio. La programación analítica de este programa consta de cuatro (4) módulos y los maestros han participado en todas las etapas de esta actividad de capacitación docente y ha completado los módulos educativos correspondientes.

Modulo I- Introducción a la matemática educativa proceso de reflexión sobre la resolución de problemas en la investigación acción.

Este Módulo tiene como objetivo desarrollar características del pensamiento infantil, la formación de conceptos matemáticos, algunas teorías del aprendizaje de las matemáticas y sus implicaciones pedagógicas a nivel cognitivo, afectivo y social. Su contenido ofrece orientación para el desarrollo de competencias y abarca un periodo de 4 semanas y nueve (9) tareas relacionadas con: didáctica de las matemáticas, historia matemática, operaciones de suma, resta y fracciones y solución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En el módulo se hace uso de una plataforma interactiva donde se desarrollan foros, análisis de videos y estudios de caso.

Módulo II- Matemáticas y su didáctica I

Este módulo persigue desarrollar las capacidades de construcción del número, así como su sentido de comprensión y su importancia en el currículo. Esta programación analítica está fundamentada en el constructivismo y focaliza en el aprendizaje de los conceptos: longitud, masa, tiempo y construcción de la unidad de medida. Tiene una duración de cuatro (5) semanas y diez (20) tareas. Para propósitos de este análisis cualitativo fueron seleccionadas 10 tareas a partir de criterios de la idoneidad didáctica. Este Módulo piloto también hace uso de sesión presencial (final de mes) y plataforma digital para la comunicación interactiva en foros, análisis de videos y estudios de caso.

Módulo III- Matemáticas y su Didáctica II

Este Módulo tiene como finalidad desarrollar el concepto de geometría desde un contexto histórico y social y

la discusión de instrumentos que fomenten la solución de problemas en esa materia. Focaliza en competencias afectivas y mediacionales con fundamentos constructivistas para alentar en el alumno el descubrimiento de patrones. Esta programación tiene una duración de cuatro (6) semanas y consta de veintiocho (28) tareas. De estas fueron seleccionadas 15 tareas utilizando criterios de idoneidad didáctica. Similar a los módulos anteriores esta programación analítica piloto combina sesiones presenciales y plataforma digital para la comunicación interactiva en foros, análisis de videos y estudios de caso. Todos los módulos cuentan con sesiones de tutorías en línea individuales como en grupo.

Módulo IV- Intervención y Reflexión sobre la propia práctica

Este Módulo provee para que Julita diseñe actividades de aprendizaje aplicando contenido didáctico de los módulos anteriores. Esta programación consta de tres (3) semanas y persigue que el participante realice un trabajo tutelado donde se destaquen contenidos, estrategias y valoraciones características de la competencia de análisis e intervención didáctica y sus respectivas subcompetencias. Esta sección tiene como finalidad establecer el grado de competencia alcanzado por el docente en términos de: análisis didáctico, y nivel de profundidad, así como su desarrollo en las dimensiones matemática y meta didáctica. La programación provee para el rediseño de contenido, basado en el análisis de un video que demuestra variadas subcompetencias de análisis y acercamientos de valoración de idoneidad didáctica. La metodología y estrategias incluyen: grupos de trabajo, discusión guiada y sesiones de trabajo individual y en línea. La maestra Julita participó de todas las sesiones y completó las tareas requeridas.

Al finalizar el diplomado los maestros llenaban dos instrumentos el primero de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la plataforma virtual Google, este instrumento mostraba que la noción de idoneidad didáctica introducida en el marco del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, y el sistema de indicadores empíricos que la desarrollan, pueden ser el punto de partida de una teoría de la instrucción matemática orientada hacia la mejora progresiva de la enseñanza.

En el segundo, se realizó una entrevista, pues, para Denzin & Lincoln (2005, citado por Vargas, 2012), la entrevista es *“una conversación, es el arte de realizar preguntas y escuchar respuestas”*. Como técnica de recogida de datos, está influenciada por las características personales del entrevistador. En este caso se desarrolló

una entrevista semiestructurada en la cual, se preparó un guión temático sobre lo que queríamos que se hable con los maestros y la directora del centro educativo.

Las preguntas que se realizan fueron abiertas. Ambos maestros pudieron expresar sus opiniones, matizar sus respuestas, e incluso desviarse del guión inicial pensado, cuando se atisban temas emergentes que son precisos explorar. Siempre se mantuvo la atención suficiente como para introducir en las respuestas de ambos los temas que son de interés para este estudio, tratando la conversación de una forma natural. Durante el transcurso de la misma se pudieron relacionar unas respuestas sobre una categoría con otras que van fluyendo en la entrevista y construir nuevas preguntas enlazando temas y respuestas.

Para lograr las competencias, conocimientos, habilidades y destrezas y actitudes antes mencionados se utilizarán dispositivos formativos

El enfoque de enseñanza propuesto para la escuela primaria privilegia la resolución de problemas como la fuente principal de generación de conocimiento matemático. Por esta razón, el inicio del Diplomado está dedicado a la reflexión sobre el papel que juegan los problemas en la enseñanza, y en todas las actividades se ha tratado de mantener el planteamiento, la resolución y el diseño de problemas como el eje que articula los contenidos. Además, los otros cursos amplían y profundizan el conocimiento y comprensión sobre los contextos y las situaciones problemáticas que dan significado a los contenidos matemáticos que se trabajan en la escuela primaria. Por otra parte, se pretende que los asistentes elaboren actividades y secuencias didácticas para su salón de clases sustentadas, tanto en su experiencia como en su comprensión sobre el enfoque didáctico de los nuevos materiales para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

Las actividades han sido concebidas para que los docentes participantes se involucren en ellas como una manera de vivir experiencias de aprendizaje que les sirvan como referencia en su trabajo diario. Están pensadas para abarcar toda la etapa de primaria y no para un grado escolar en específico. A lo largo de todo el curso se tratará de concretar la siguiente recomendación general:

Para que la propuesta actual de enseñanza de las matemáticas pueda ser llevada a la práctica es necesario que los maestros interioricen el enfoque actual, que sepan cómo es el aprendizaje a través de problemas, que sepan manejar situaciones problemáticas para promover el desarrollo de habilidades, respetando los procesos de los alumnos, y que aprendan a detectar cuándo éstos han logrado un avance en la construcción de un conocimiento

Las expectativas de los maestros de primaria y preescolar se ubican en un criterio emocional relacionado con aprender técnicas de enseñanza para que el estudiante se interese en el estudio de las matemáticas. En otro caso, podemos ubicar al profesor en el criterio ecológico respecto a la identificación de lo que se debe enseñar y potenciar la oportunidad de reflexionar y cuestionar como una riqueza de procesos.

“Espero conocer qué realmente se le debe enseñar al niño de educación inicial, y cómo involucrarlo para que tenga oportunidad de reflexionar y cuestionar” (Módulo I maestro 1, 2018).

Respecto al conocimiento disciplinar o saber matemáticas las respuestas apuntan a un criterio emocional en el cual se proponen situaciones de utilidad de las matemáticas, así como un criterio ecológico donde se puedan resolver problemas básicos que se presenten ante cualquier situación, sin necesidad de un tutor, es decir la autonomía argumentativa de situaciones, lenguajes o procedimientos para la resolución de problemas.

Es desarrollar los problemas básicos de matemáticas que le presenten ante cualquier situación sin necesidad de recurrir ante un tutor” (Módulo I maestro 2)

En el caso del otro testimonio resaltan tres criterios: el interaccionar que da cuenta de las relaciones establecidas entre el profesor y el alumno y un medio o recursos, la disponibilidad que tiene el profesor para disponer recursos didácticos; así como la dimensión ecológica por considerar las directrices de la escuela o centro educativo.

Conjunto de relaciones establecidas explícitas o implícitas entre el alumno, un medio (que puede ser los instrumentos) y un sistema educativo Módulo 1 maestro 2).

Educación en matemáticas no es transmitir fórmulas o recetas; aunque una parte de los maestros piensa que las matemáticas son aplicar algoritmos, eso conlleva a confusiones. El reto matemático sería *el de la emotividad* siendo feliz haciendo matemáticas. Que les haga ilusión ir al salón de clases y transmitir su conocimiento. Hay evidencias que muestran que el nivel de contenido matemático es bajo en la formación de los maestros a nivel de licenciatura y normalista. Siendo este el principal obstáculo para lograr las *buenas matemáticas*.

Es la asignatura que más cuesta. Transmitir conocimientos que te permitan desarrollar las diferentes actividades que requieran respuesta basadas en las matemáticas, (Módulo 1 maestro 2).

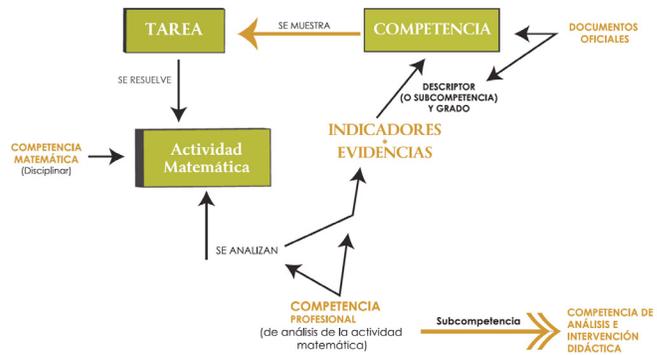


Figura 3. Competencia Matemática y Competencia en análisis de la actividad Matemática.

La Competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica Módulo 1 (Figura 3).

Análisis de idoneidad didáctica (Breda, Font, Lima & Pereira, 2018).

El análisis consistió en identificar las incidencias o recurrencias de cada componente a lo largo del módulo 1 en las actividades, ejercicios y problemas *planteados* a los profesores. En las incidencias podemos analizar que los seis componentes están presentes en los profesores. *Cada componente* es más importante, todos forman parte de la idoneidad de la didáctica matemática, sin embargo, en este estudio se ha identificado que los profesores utilizan conocimientos desde su experiencia docente y también reconocen que no cuentan con aquellas necesarias. Algo importante a resaltar es la limitación o baja expectativa hacia el uso de las matemáticas en niveles de preescolar (Figura 4):

Preescolar: “para preescolar lo veo difícil, algunos apenas están aprendiendo a contar. Algunos no dominan el conteo a la perfección” El concepto de matemáticas es contar” Módulo 1; profesor 1).

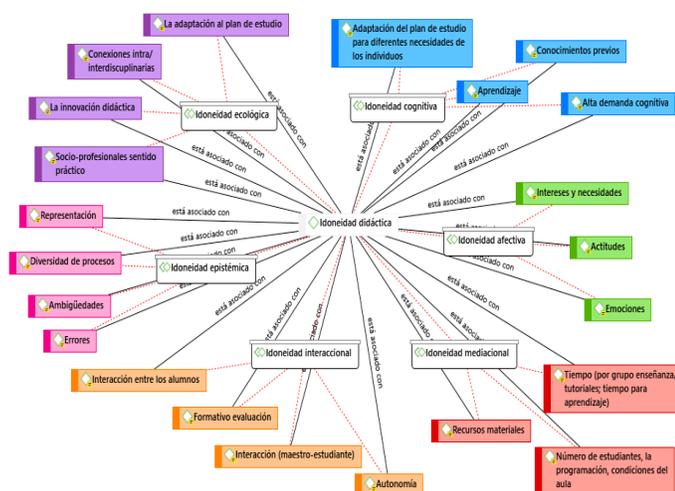


Figura 4. Idoneidad didáctica con sus componentes.

I Idoneidad Epistémica: incidencia en códigos: 12

- En la epistémica se desarrolló la diversidad de procesos y la representación. Los profesores desarrollaron mediante el ejercicio de gallinas y conejos el concepto de razón y proporción y el vínculo entre magnitudes u objetos. Conceptos útiles en la vida cotidiana.
- Los profesores reconocen la importancia del conocimiento y las formas de transmisión *con* los obstáculos o errores que tienen los maestros es por el concepto matemático. (esto es confuso)

II Idoneidad cognitiva: incidencia en códigos 10

- Este diplomado ha verificado una alta demanda cognitiva en el trabajo de los maestros de primaria y pre-escolar en la cual se ve manifestado en las respuestas enviadas por ellos al aula virtual. Asimismo, los maestros reconocen la importancia del conocimiento y las formas de transmisión. Reconocen que los obstáculos o errores que tienen es por la ausencia de técnicas de la disciplina científica en este caso las matemáticas.

I Idoneidad Ecológica: incidencia en códigos: 7

- En este componente el docente capitaliza sus conocimientos disciplinares y pedagógicos, así como su experiencia docente para implementar las estrategias didácticas que favorezcan el desarrollo de habilidades matemáticas en los niños. La conexión disciplinaria que el docente logra, les permite a los niños para resolver en el futuro cualquier problema sin ayuda de un tutor creando diferentes situaciones.
- Con estas herramientas los niños pueden resolver cualquier problema del futuro sin ayuda de un tutor y *trasferible* a cualquier situación de su vida cotidiana. La conexión disciplinaria que el docente logra, son

saberes que ponen en juego en su formación disciplinar, así como la experiencia en la práctica docente. Hay una conexión disciplinaria para que el niño desarrolle su habilidad matemática, para resolver en el futuro cualquier problema sin ayuda de un tutor creando diferentes situaciones. (no está claro)

- Identifican las operaciones en *que* los docentes planean actividades para aplicar la suma y la resta, multiplicación y división. Desarrollan problemas con sentido socio profesional, *trasferible* a diferentes situaciones o contextos representatividad y riqueza de proceso.
- Un maestro de 4º grado pone en juego sus conocimientos curriculares teniendo en consideración los años de servicio, con las consignas dadas anterior. Propone resolver este problema de gallinas y conejos identificando y luego determinando las posibilidades para la solución escogiendo una ecuación de primer grado. Hay un conflicto de rol. Los niños en el cuarto grado dentro del currículo no cuentan con las herramientas para resolver problemas de ecuaciones de primer grado.
- Preescolar la docente vuelve a utilizar estrategias que no es del nivel cognitivo del niño pues ellos están en la etapa manipulativa, no saben hacer una representación gráfica de la suma. Por eso dice que no se puede hacer. Para un maestro de preescolar el resolver este problema a este nivel utilizaría artística, dibujando esquemas matemáticos de agrupamiento o emparejamiento.

III Mediaciones incidencia de códigos 4:

- Uso de recursos Los profesores utilizaron distintas estrategias desde esquemas, material manipulable y juegos para desarrollar el problema de los conejos y gallinas. Los maestros mostraron expectativas para la mejorar su enseñanza con la apropiación de contenidos. En este componente identificamos la dificultad de plantear estrategias

IV Idoneidad Afectiva, incidencia en códigos: (característica de los sujetos por ser mujer por ser indígena)

- Los profesores tienen un interés de que el estudiante reflexione, cuestione, que la matemática no sea aburrida para desarrollar los problemas básicos. Los docentes muestran interés, pero carecen de herramientas matemáticas para la mejora del proceso de enseñanza.
- Enviaron fotografías donde incluían los problemas los alumnos, los niños mostraron interés por desarrollar los retos de los problemas en el diplomado.
- El componente afectivo enfoca el Interés, motivación y actitud tanto de los maestros como de los niños.

$30 \div 2 = 15$ conejos
 23 cabezas menos 15 conejos = 8 gallinas
 Respuesta: Hay 15 conejos y 8 gallinas.

Figura 7. Resolución aritmética para primaria.

Secuencia didáctica para niveles de preescolar, primaria y secundaria

Identificar en un grupo regional la propuesta didáctica de un maestro de la región de Azuero en la cual sostiene un equilibrio de las 6 idoneidades al plantear en los niños desarrollo de la autonomía en cuanto al desarrollo de los esquemas. Incorporó en la actividad la idoneidad interaccional teniendo grupos cooperativos que resaltar para socialización del aprendizaje. De esta forma los estudiantes utilizan sus conocimientos previos para lograr un nuevo conocimiento.

2º grado de primaria: colocó a los niños en el pizarrón. La maestra le indicó a los estudiantes que cada cabeza, dos patas. 23 cabezas por 2 patas son 46 patas. A la cantidad total de las patas, les restó $76 - 46 = 30$ y lo dividió entre 2 que son los 15 conejos. A las cabezas que dan 23 - 15 son 8 gallinas.

Para preescolar Dijo que tenían que dibujar las 23 cabezas y las patitas. Comenzamos a colocar dos patas a cada cabeza, hasta completar 76. En conclusión, contamos cuantos tienen 4 y cuantos tienen 2.

6º grado algebraico. El utilizó la estrategia de ecuación (Figura 8):

Contenido: problema matemático
 Estrategia: ecuación
 $x =$ conejos $y =$ gallinas
 $4x =$ patas de conejos $2y =$ patas de gallinas
 $x + y = 23$ $4x + 2y = 76$
 $x = 23 - y$ $4(23 - y) + 2y = 76$
 $x = 23 - 8$ $92 - 4y + 2y = 76$
 $x = 15$ (conejos) $92 - 2y = 76$
 $92 - 76 = 2y$ $16 = 2y$
 $16 / 2 = y$
 $y = 8$ (gallinas)
 Este valor se reemplaza en la primera ecuación

Figura 8. 6º grado algebraico.

Considerando los resultados de la aplicación de los módulos y sus respuestas, podemos mostrar la siguiente tabla en la cual se presentan habilidades según las facetas del enfoque Ontosemiótico (Tabla 2).

Tabla 2. Habilidades según las facetas del enfoque Ontosemiótico.

COMPONENTE / Faceta	RELACIÓN CON EL SUJETO Postura del profesor	RELACION CON EL OBJETO (Matemáticas) Relación con el objeto	RELACIÓN AXIOLÓGICA (Matemáticas) Valoración del objeto
INTERACCIONAL	Negociación	Resuelve dudas. Media, comunica, interacciona, es mediador y facilitador de conocimiento para propiciar cambios en el diálogo y lenguaje matemático de los estudiantes.	Las interacciones en el aprendizaje de las matemáticas
AFECTIVA / EMOCIONAL	Implicación	Motivación, Afecto. Actitudes positivas valoración hacia las matemáticas	Los intereses y motivaciones de los alumnos hacia el aprendizaje matemáticas
MEDIACIONAL	Disponibilidad	Disponer de recurso, técnicas, instrucciones, adecuaciones	Adecuación de recursos materiales en el proceso de aprendizaje
ECOLÓGICA	Adaptación	recrea el currículo- aspiraciones a la escuela- encargo social a la sociedad	Las directrices curriculares, del centro, y condiciones del entorno
EPISTÉMICA	Representatividad Institucional Argumentativa	Diversidad de procesos, objetos, situaciones proposiciones, procedimientos, argumentos. Autonomía creatividad.	"Buenas matemáticas"

CONCLUSIONES

La presente investigación pone en evidencia mediante un estudio de casos como se produce el desarrollo de conocimientos y competencias en el docente durante su participación en un ciclo formativo en didáctica especializada en matemáticas y como esta experiencia mejora desde la perspectiva del docente y el director de la escuela los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula en una escuela pública en Panamá. (La competencia matemática y la competencia en análisis e intervención didáctica), están alineadas con las políticas públicas educativas de Panamá y las orientaciones de la UNESCO. La investigación tiene enfoque cualitativo, puesto que estamos interesados en describir el desarrollo de competencias de los profesores de primaria.

Los profesores en el primer módulo tienen falta de conocimiento en cuanto a diferenciar qué es un ejercicio y un problema matemático, el cual fue mejorando mientras avanzaba el diplomado.

Para optimizar las experiencias de aprendizaje de las matemáticas en las aulas de preescolar y primaria en la escuela pública se debe fortalecer el conocimiento matemático y la competencia de análisis e intervención, didáctica de los maestros. La reflexión sobre la práctica compensa las deficiencias en el conocimiento matemático porque está en juego el componente afectivo motivador del docente hacia los estudiantes. “El gusto por las matemáticas se contagia”

Los componentes de la idoneidad tienen un constructo dialéctico en relación a la idoneidad se interrelacionan en forma dialéctica y dinámica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguerrondo, I. (2004). *Los desafíos de la política educativa relativos a las reformas de la formación docente*. Santiago de Chile: BID-PREAL.
- Bishop, K. C. (1996). *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Breda, A., Font, V., Lima, V. M. R., & Pereira, M. V. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación*, 14(2), 162-176. Recuperado de <http://scielo.sld.cu/pdf/trf/v14n2/trf03218.pdf>
- Davis, B., & Renert, M. (2013). Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 245-265. Recuperado de <https://www.jstor.org/stable/23434871>
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y.S. (2012). *The Sage Handbook of Qualitative Research*. London: Sage.
- Díaz Barriga, A. (2005). Desarrollo del currículo e innovación: Modelos e investigación en los noventa. *Perfiles Educativos*, 27(107), 57-84. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0185-26982005000300004&lng=es&nrm=i
- Döhrmann, M., Kaiser, G., & Blömeke, S. (2012). *The conceptualization of mathematics educativa*. Madrid: Akal.
- Even, R., & Ball, D. L. (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics* –the 15th ICMI Study. New York, NY: Springer.
- Fernández, C., & Yoshida, M. (2004). *Estudio de la lección: un enfoque japonés para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Mahwah, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/159a/d667dd2f3f20331d9b42a4e25f78424e39fc.pdf>
- Fullan, M. (2002). *Las fuerzas del cambio*. Explorando las profundidades de la reforma. Madrid: Akal.
- JuSeuk, K. (2015). *Development of a Global Lifelong Learning Index*. Seúl: Universidad Nacional de Seúl: Departamento de Educación.
- Kemmis, S. (2000). *Participatory action research*. En, N, Denzin & Y, Lincoln (Ed.), *Handbook of quality research*. (pp. 567-607). Thousand Oaks: Sage.
- Llinares, S. & Krainer, (2006). *Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners*. En, A. Gutiérrez & P. Boero (Eds), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future*. (pp. 429-59). Rotterdam: Sense Publishers.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge.
- Panamá. Constitución Política de la República de Panamá. (1972). *Bases legales para el desarrollo de programas de mejora y transformación del sistema educativo*. Panamá: Gobierno de Panamá.
- Panamá. Gobierno de Panamá. (1995). Ley Orgánica de Educación. *Programas de transformación y mejora del Sistema educativo*. Panamá: Gobierno de Panamá
- Planas, N., & Iranzo, N. (2009). Consideraciones metodológicas para la interpretación de procesos de interacción en el aula de matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(2), 179-213. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v12n2/v12n2a3.pdf>
- Rowland, T. (2008). Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. En, P. Sullivan & T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education*: Vol.1. Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development. (pp. 273-298). Rotterdam: Sense Publishers.
- Vaillant, D. (2005). *Formación de docentes en América Latina*. Reinventado el modelo. Barcelona: Octaedro.
- Vargas, I. (2012). La entrevista en la investigación cualitativa: nuevas tendencias y retos. *Calidad en la Educación Superior*, 3(1), 119-139. Recuperado de <https://investiga.uned.ac.cr/revistas/index.php/revistacalidad/article/view/436/331>