

39

SOFTWARE EDUCATIVO PARA LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE OPERACIONES CON MATRICES EN ESTUDIANTES DEL BACHILLERATO

EDUCATIONAL SOFTWARE FOR TEACHING LEARNING OPERATIONS WITH MATRICES IN HIGH SCHOOL STUDENTS

Edmundo José Jalón Arias¹

E-mail: uq.edmundojalon@uniandes.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3060-736X>

Luis Orlando Albarracín Zambrano¹

E-mail: uq.luisalbarracin@uniandes.edu.ec

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3164-5229>

¹ Universidad Regional Autónoma de Los Andes. Ecuador.

Cita sugerida (APA, séptima edición)

Jalón Arias, E. J., & Albarracín Zambrano, L. O. (2021). Software educativo para la enseñanza aprendizaje de operaciones con matrices en estudiantes del bachillerato. *Revista Conrado*, 17(79), 323-327.

RESUMEN

La presente ponencia es el resultado de un proyecto de investigación desarrollado en la Universidad Regional Autónoma de los Andes UNIANDES-Quevedo para atender la problemática que existen en los estudiantes de General Básica Superior de la Unidad educativa INSUTEC a resolver matrices responde a la siguiente problemática ¿De qué manera la información puede facilitar la resolución de operaciones con matrices? El trabajo tiene como objetivo general elaborar un Software educativo para la enseñanza y aprendizaje de operaciones con matrices para los estudiantes del bachillerato. Se desplegó todo un proceso investigativo a través de diversos métodos tales como: la observación, inductivo - deductivo, analítico - sintético, modelo sistémico y las técnicas utilizadas como la encuesta y entrevistas donde el resultado más significativo sobre el software educativo, insertado en la Educación General Básica Superior de la unidad educativa de la ciudad de Quevedo, como herramienta interactiva de ayuda a los estudiantes sobre el entendimiento de las operaciones con matrices y a los docentes del área de Matemáticas a realizar la transferencia de conocimiento de una manera asertiva, logrando así un aprendizaje cognitivo en los estudiantes. En la ingeniería de software se aplicó el modelo de desarrollo en Espiral, que dio una gran ventaja para estar en constante mejora del producto.

Palabras clave:

Software educativo, operaciones de matrices, matemáticas.

ABSTRACT

This paper is the result of a research project developed at the Universidad Regional Autónoma de los Andes UNIANDES-Quevedo to address the problems that exist in the students of Basic General Superior of the Educational Unit INSUTEC to solve matrices responds to the following problem How can information facilitate the resolution of operations with matrices? The general objective of this work is to develop educational software for teaching and learning operations with matrices for high school students. A whole research process was deployed through various methods such as: observation, inductive-deductive, analytical-synthetic, systemic model and techniques used as the survey and interviews where the most significant result about the educational software, inserted in the General Basic Higher Education of the educational unit of the city of Quevedo, as an interactive tool to help students on the understanding of operations with matrices and teachers of the area of Mathematics to perform the transfer of knowledge in an assertive way, thus achieving a cognitive learning in students. In software engineering, the Spiral development model was applied, which gave a great advantage to be in constant improvement of the product.

Keywords:

Educational software, matrix operations, mathematics.

INTRODUCCIÓN

Los siguientes principios de la matemática es una de las ciencias más antiguas. Los conocimientos matemáticos fueron adquiridos por los hombres, ya que no hay primeras etapas del desarrollo bajo la influencia, incluso de la más imperfecta actividad educativa. A medida que se iba complicando esta actividad, cambio y creció el conjunto de factores que influían en el desarrollo de las matemáticas, siendo este desarrollo observable a lo largo de toda su historia, la cual, contiene ejemplos que muestra como las matemáticas surgieron de la actividad productiva de los hombres.

La educación en las matemáticas siempre se ha considerado una formación compleja. En el presente trabajo se tratará de abarcar un espacio de reflexión y estudio sobre las matrices, en cuanto objeto de enseñanza y aprendizaje, y sobre los instrumentos conceptuales y metodológicos de índole general que la Didáctica de las Matemáticas en matrices está generando como campo de investigación.

Un material educativo multimedia según Chunga Chinguel (2015), son *“aquellos recursos que han sido diseñado con el objetivo de facilitar los procesos de enseñanza aprendizaje, o con finalidad educativa”*. Muchos maestros no encuentran material educativo interactivo que permita trabajar en la enseñanza de operaciones con matrices que contemple los métodos utilizados y los procesos de estas.

En matemática, una matriz *“es un conjunto de números o expresiones dispuestos en forma rectangular. Formando filas y columnas. El orden o dimensión de una matriz se determina por el número de filas y columnas que componen”* (Instituto Guatemalteco de Educación Radiofónica, 2016). Dado que puede definirse tanto la suma como el producto de matrices, en mayor generalidad, se dice que son elementos de un anillo. Una matriz se representa por medio de una letra mayúscula (A, B,...) y sus elementos con la misma letra en minúscula (a, b,...), con un doble subíndice donde el primero indica la fila y el segundo la columna a la que pertenece, se muestra la figura 1 (Vega, 2008).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Figura 1. Matriz Matemática.

Fuente: Winder (1995).

En Matrices se pueden realizar varias operaciones como: suma, resta y multiplicación, ya sea con números enteros o fraccionarios, donde se obtiene un nuevo elemento a partir de dos elementos dados.

Para generar Suma y Resta de matrices de una misma dimensión, A=(a_{ij}) y B=(b_{ij}), se define la matriz suma como: A+B=(a_{ij}+b_{ij}). La matriz suma se obtiene sumando los elementos de las dos matrices que ocupan la misma posición. Se muestra en la figura 2.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2+1 & 0+0 & 1+1 \\ 3+1 & 0+2 & 0+1 \\ 5+1 & 1+1 & 1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 2-1 & 0-0 & 1-1 \\ 3-1 & 0-2 & 0-1 \\ 5-1 & 1-1 & 1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Figura 2. Suma de matrices.

Fuente: Villalba (2010).

Dadas dos matrices A y B podemos realizar su suma o diferencia de acuerdo a la siguiente regla. Para sumar o restar dos matrices del mismo tamaño, se suman o restan los elementos que se encuentren en la misma posición, resultando otra matriz de igual tamaño.

Por ejemplo: $\begin{pmatrix} 2 & 13 & -421 \\ 2x3 & -204 & 325 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -7 & 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2x3 \\ 2x3 \end{matrix}$ Si las matrices tienen diferente tamaño, no se pueden sumar o restar entre si.

Para poder sumar o restar matrices, éstas deben tener el mismo número de filas y de columnas. Es decir, si una matriz es de orden 3 ´ 2 y otra de 3 ´ 3, no se pueden sumar ni restar. Esto es así, ya que, tanto para la suma como para la resta, se suman o se restan los términos que ocupan el mismo lugar en las matrices (Figura 3).

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. Entonces:

$$A + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 2 & 10 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -11 \\ 7 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

Figura 3. Suma de matrices 2.

Fuente: Montes (1991).

Para sumar o restar más de dos matrices se procede igual. No necesariamente para poder sumar o restar matrices, éstas tienen que ser cuadradas. Se muestra en la Figura 4.

Sean $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A + B + C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A - B + C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ 3 & 11 & 9 \end{pmatrix}$$

Figura 4. Suma de matrices 3.

Fuente: Montes (1991).

En la multiplicación de matrices *“para obtener el producto de dos matrices, dichas matrices no necesariamente deben de ser iguales, es decir, no es requisito que tenga el mismo orden; En la operación de multiplicación se puede multiplicar dos matrices completamente diferentes”* (Segura Vásquez, 2014)

En el caso de producto de dos matrices, la primera debe tener el mismo número de columnas que filas la segunda. La matriz resultante del producto quedará con el mismo número de filas de la primera y con el mismo número de columnas de la segunda. Es decir, si tenemos una matriz 2 x 3 y la multiplicamos por otra de orden 3 x 5, la matriz resultante será de orden 2 x 5.

$$(2 \times 3) \times (3 \times 5) = (2 \times 5)$$

Se puede observar que el producto de matrices no cumple la propiedad conmutativa, ya que, en el ejemplo anterior, si multiplicamos la segunda por la primera, no podríamos efectuar la operación.

3 x 5 por 2 x 3,

Puesto que la primera matriz no tiene el mismo número de columnas que filas la segunda. Supongamos que $A = (a_{ij})$ y $B = (b_{ij})$ son matrices tales que el número de columnas de A coincide con el número de filas de B; es decir, A es una matriz m x p y B una matriz p x n. Entonces el producto AB es la matriz m x n cuya entrada i, j se obtiene multiplicando la fila i de A por la columna j de B (Figura 5).

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1p} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ip} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{p1} & \dots & b_{pj} & \dots & b_{pn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

Figura 5. Multiplicación de matrices.

Fuente: Villalba (2010).

MATERIALES Y MÉTODOS

Durante la investigación se han hecho el empleo de diferentes métodos de carácter teórico, empíricos, estadísticos, de modelamiento y sistémicos, utilizando diferentes técnicas para el diagnóstico del estado de la problemática planteada.

En el estudio se aplicó una investigación bibliográfica o documental para distinguir y analizar los datos científicos para escribir el Marco Teórico y sustentación de las bases teóricas de autores Nacionales o Extranjeros.

Se realizó una investigación de campo observando las clases impartidas por los docentes del área de matemáticas a los estudiantes de la unidad educativa y poder obtener detalles que con otros tipos de investigaciones no se obtienen.

RESULTADOS

Se desarrolló un software educativo que simula todas las operaciones posibles de matrices matemáticas, simula una calculadora de matrices permitiendo alternar entre el número de elementos y el tipo de operación, además realizar observaciones cuando las operaciones se estén realizando con un método erróneo.

En el proceso enseñanza aprendizaje la calculadora de matrices explicará y resolverá el respectivo proceso al trabajar con matrices, en él se crean variables las cuales definen las filas y columnas de las matrices 1 y 2 en donde luego de un proceso en un groupbox se creará una matriz de textboxes dependiendo del valor ingresado en los respectivos espacios de las filas y columnas. Creada ya la matriz 1 y 2 se procede a llenar los textboxes de las matrices con los valores que se necesitará para continuar

a poder desarrollar las operaciones que se programaron en botones y en un class program. (Garrido, et al., 2019). Se muestra en la Figura 6.

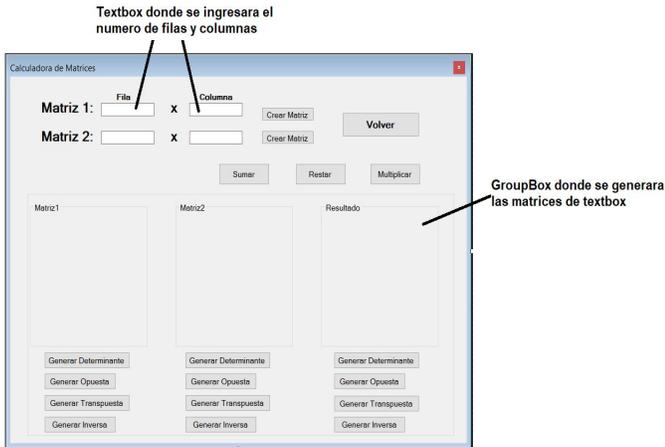


Figura 6. Ventana Principal.

La Figura 7 muestra la calculadora de matrices donde se pondrán a calcular las operaciones básicas entre matrices y otras operaciones.

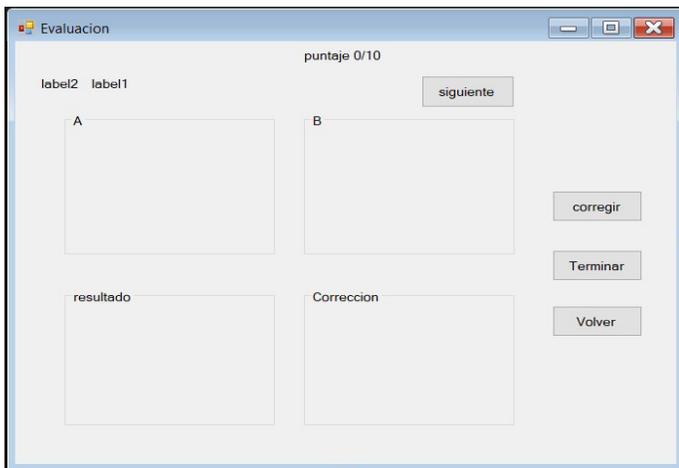


Figura 7. Ventana de Evaluación.

Formulario donde se realizarán las evaluaciones generándose operaciones aleatorias (Figura 8).

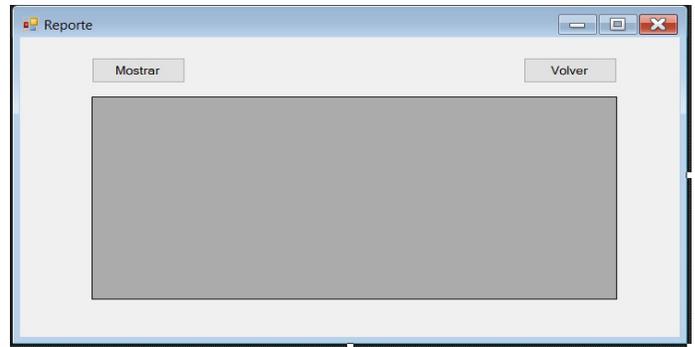


Figura 8. Ventana de Reportes.

Formulario en el que se podrá observar los resultados de las evaluaciones realizadas por los usuarios (Figura 9).



Figura 9. Menú Principal.

Formulario menú tiene los botones para evaluar lo asimilado con el software o realizar diferentes tipos de operaciones con matrices

En estos días existen muchos programas que nos permiten crear diversos trabajos para diferentes áreas, C#.net nos permite una mejor interacción en el manejo de la información, ya que es muy parecido al C++ y java, que son los mejores softwares para desarrollo de programas orientados a objetos existentes.

Software Educativo Interactivo que permitió simular operaciones con matrices, brindando ayuda constante para poder entender y comprender el proceso que se realiza para obtener un resultado. Con la aplicación del software se efectuó una mejora en el pensamiento lógico matemático de los estudiantes logrando un aprendizaje cognitivo (Guzmán, 2017).

CONCLUSIONES

El uso del software ayudará a crear un algoritmo mental para la resolución de operaciones de Matrices, que para los estudiantes se torna un obstáculo a superarlo.

Los docentes del área de matemáticas con el uso del software lograron hacer más dinámica su clase y hará que los estudiantes estén a la expectativa de las diferentes rutinas y los procesos a seguir para la resolución de operaciones con matrices.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chunga Chinguel, G. (2015). *Orientaciones para diseñar materiales didáctico multimedia*. Recetastic.
- Garrido Astray, M. C., Santiago Gómez, G., Márquez, M. G., Poggio Lagares, L., & Gómez Garrido, S. (2019). Impacto de los recursos digitales en el aprendizaje y desarrollo de la competencia análisis y síntesis. *Educación Médica*, 20, 74-78.
- Guzmán Gómez, C. (2017). Las nuevas figuras estudiantiles y los múltiples sentidos de los estudios universitarios. *Revista de la Educación Superior*, 46(182), 71-87.
- Instituto Guatemalteco de Educación Radiofónica. (2016). *Matemática*. Polochic.
- Montes, A. (1991). *Matrices, vectores y sistemas de ecuaciones lineales*. UOC
- Segura Vásquez, A. (2014). *Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Económico-Administrativas*. Patria.
- Vega, F. (2008). *El pensamiento lógico-matemático*. Akal, S.A.
- Villalba, J. (2010). *Las matrices son fáciles*. ESIC.
- Winder, R. (1993). *Desarrollo de software con C+*. Díaz de Santos S.A.