

## **Construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática de futuros profesores de Matemática**

*Construction of mathematics teaching knowledge of future education mathematics teachers of mathematics*

Oscar Guerrero-Contreras<sup>1\*</sup> <https://orcid.org/0000-0001-9269-2566>

Danilo Díaz-Levicoy<sup>2</sup> <https://orcid.org/0000-0001-8371-7899>

Yesser Antonio Alcedo Salamanca<sup>3</sup> <https://orcid.org/0000-0002-4670-1203>

<sup>1</sup> Universidad Arturo Prat, Chile.

<sup>2</sup> Universidad Católica del Maule, Chile.

<sup>3</sup> Universidad de Los Andes, Táchira, Venezuela.

\*Autor para la correspondencia: [oguerrero@gmail.com](mailto:oguerrero@gmail.com)

### **RESUMEN**

Desde una perspectiva sociocultural, esta investigación se propone responder la pregunta ¿Qué y cómo aprenden los futuros profesores de matemática de secundaria a través de la interacción en el análisis de segmentos de enseñanza de la matemática proporcionada mediante los videos en un entorno virtual? Participaron 23 futuros profesores de matemática de Educación Secundaria en entorno de aprendizaje *Blended Learning*. El análisis de las participaciones en los debates virtuales y la resolución de las tareas han permitido caracterizar el aprendizaje del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática, así como un cambio en el discurso de los futuros profesores. Los resultados permitieron establecer las siguientes categorías de participación: 1) concuerda, 2) concuerda y amplia, 3) discrepa o 4) discrepa o amplia, las cuales favorecieron el proceso de instrumentalización de las herramientas conceptuales provenientes de la Didáctica de la Matemática.

**Palabras clave:** aprender a enseñar matemática, construcción del conocimiento, formación

inicial del profesor de matemática.

### **ABSTRACT**

*From a sociocultural perspective, this research aims to answer the question: What and how do future mathematics teachers learn by interacting in the analysis of segments of mathematics teaching provided through videos in a virtual environment? 23 future high school mathematics teachers participated in the Blended Learning environment. The analysis of the participations in the virtual debates and the resolution of tasks made possible to characterize both the learning of the mathematics teaching knowledge and a change in the future teachers' discourse. The results allowed establishing the following categories of participation: 1) agrees, 2) agrees and extends, 3) disagrees or 4) disagrees or extends, which favoured the instrumentalization process of the conceptual tools coming from the Didactics of Mathematics.*

**Keywords:** *learn to teach math, knowledge construction, initial training of the mathematics teacher.*

Recibido: 1/2/2021

Aceptado: 1/6/2021

## **INTRODUCCIÓN**

Autores como Cid-Sabucedo, Pérez-Abellás y Zabalza (2009), Jimenez y Gutiérrez (2017) y Marcelo (2001) señalan que la competencia de los profesores para enseñar matemática es insuficiente y obsoleta con marcada presencia de la clase magistral y patrones rígidos y convencionales que no contribuyen a la formación de competencias necesarias para aprender a enseñar matemática. Por ello, la formación del profesor de matemática, se ha convertido, en algunos casos, en una enseñanza focalizada en la repetición de rutinas de información que apuntan a la memorización y aprendizaje sin comprensión; a la vez que se considera al futuro profesor como un receptor pasivo de los aprendizajes presentados por el docente.

En este sentido, es fundamental proporcionar ambientes de aprendizaje favorables en los cuales los futuros profesores de matemática sean desafiados para aprender a enseñar conceptos y procesos matemáticos, y ampliar su comprensión en forma significativa. Por tanto, la problemática de la presente investigación pertenece al aprendizaje de futuros profesores y su relación con el conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática durante su formación inicial. (Llinares, 1998; 2012)

Por consiguiente, el presente artículo se orienta al estudio de la construcción del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemática mediante las formas de participación de los futuros profesores de matemática, además del uso de los videos y los debates virtuales.

## **FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA**

La formación del profesorado ha sido objeto de investigación durante mucho tiempo. A lo largo de las investigaciones relacionadas con la formación del profesorado en general (Borko, 2004; Grossman, Wilson y Shulman, 2005; Santos, 2000; Shulman y Shulman, 2004) o, en de particular, de matemática (Chapman, 2012; Krainer y Llinares, 2010; Llinares, 2000; Llinares, Ivars, Buforn y Groenwald, 2020; Penalva, Rey y Llinares, 2013; Prieto y Valls, 2010; Roig, Llinares y Penalva, 2010) se aprecia una creciente preocupación por su actuación como profesional. Así lo confirman las publicaciones relacionadas con la formación y desarrollo profesional del profesor de matemática tales como algunos de los handbook (Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick y Laborde, 1996; Czarnocha, 2008; Grouws, 1992; Gutiérrez y Boero, 2006; Gutiérrez, Leder y Boero, 2016; Llinares y Chapman, 2020; Wood y Lafayette, 2008) y las publicaciones periódicas (*Journal of Mathematics Teacher Education*).

Aunado a lo anterior, los espacios de discusión que han sido cedidos por los diferentes eventos en congresos internacionales tales como el 15th Estudio ICMI (*The International Commission on Mathematical Instruction*) cuyo tema es la educación del profesor y el desarrollo de los profesores de matemática (*The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics*) (ZDM, 2004) y la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) que tiene entre sus grupos de trabajo el *de Conocimiento y*

*Desarrollo Profesional del Profesor*, cuyos objetivos son los siguientes. (SEIEM, 1996, p. 13)

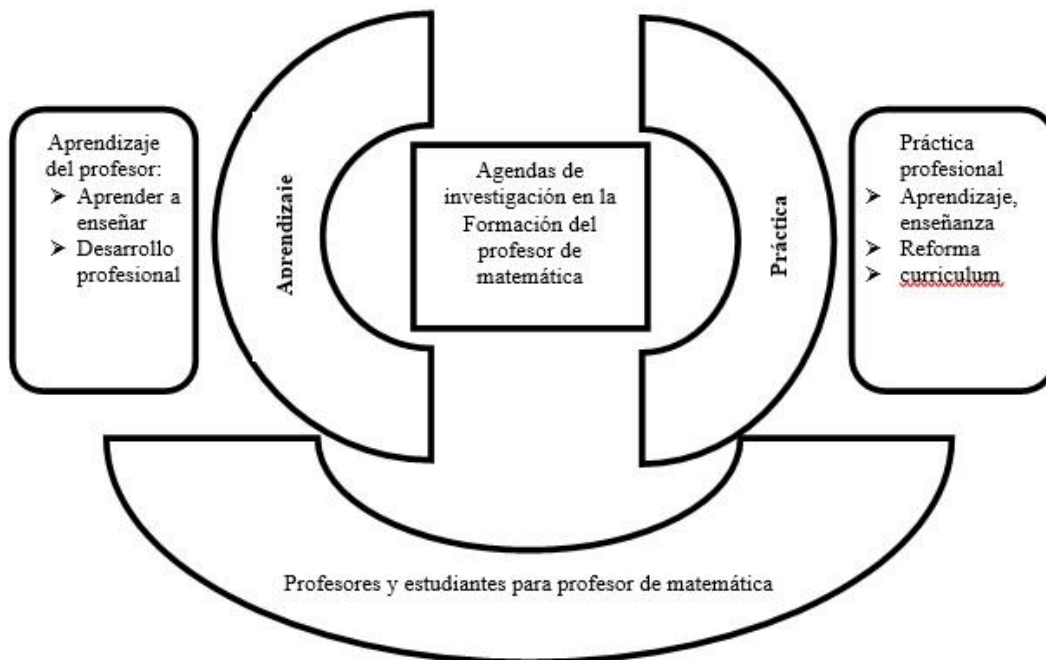
- Desarrollo, comunicación y estudio de cuestiones y esquemas de índole conceptual en varias agendas de investigación sobre el profesor de matemáticas,
- Explorar metodologías de investigación innovativas en los estudios sobre el profesor de matemáticas y clarificar las bases teóricas de estas metodologías, y
- Desarrollar estándares de calidad de la investigación.

De igual forma, en Venezuela, el Congreso Venezolano de Educación Matemática que se realiza cada 3 años tiene la temática relacionada con la formación docente.

En particular, Krainer y Llinares (2010), Llinares (2012) y García (2005) son algunos de los investigadores en Didáctica de la Matemática que han centrado su interés en la formación del profesor de matemática. Llinares (1998) identificó dos agendas de investigación sobre el profesor de matemática: 1) aprendizaje del profesor y 2) práctica profesional.

En relación con la primera agenda, su problemática es el aprendizaje del profesor (formación inicial y permanente) del conocimiento necesario para enseñar, lo cual genera dos sub-problemáticas: aprender a enseñar y desarrollo profesional. Ambas sub-problemáticas se aplican tanto a profesor en formación o en activo, y los objetos de investigación son: 1) conocimiento de matemática y conocimiento de contenido pedagógico específico de la matemática; 2) proceso de socialización en las prácticas de enseñanza; 3) evolución y cambio de creencias y conocimiento.

La segunda agenda tiene el propósito de comprender los procesos de aprendizaje y enseñanza, así como los de reforma y desarrollo del currículo. De esta forma, el profesor es considerado como un profesional reflexivo por lo que se busca conceptualizar la práctica. En esta agenda, los objetos de investigación son: 1) creencias y concepciones; 2) formas de conocer el contenido matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje; 3) organización y gestión del proceso de enseñanza y aprendizaje (Figura 1).



Fuente: Elaborado con base en Llinares (1998).

**Figura 1.** Agendas de investigación en la formación del profesor de matemática.

De Igual forma, Krainer y Llinares (2010) plantean que los futuros profesores, los profesores en activo y los educadores de profesores (formador de formadores) son a la vez profesores y aprendices de por vida. Los profesores son constructores activos de su propio aprendizaje y conocimiento profesional, a la vez que se espera que reflexionen sobre su propia práctica para promover el cambio si es necesario. Llinares y Cols (Llinares y Krainer, 2020; Krainer y Llinares, 2010) han identificado tres tendencias o líneas de investigación relacionadas con la formación de profesores de matemática: 1) dimensión social; 2) reflexión; 3) condiciones generales de la formación del profesor.

## MÉTODO

Esta investigación es de tipo cualitativa (Cohen, Manion y Morrison, 2018; Strauss y Corbin, 2002), basada en el análisis de contenido (De Wever, Schellens, Valcke y Van Keer, 2006; Krippendorff, 2002; Kuckartz, 2019; Schrire, 2006; Zhang y Wildemuth, 2009; Zhu, 2006) con el propósito de captar los significados y contenidos que están latentes en las participaciones que han realizado el grupo de estudiantes para profesor de matemática en los debates virtuales. En consecuencia, se realizan inferencias a partir del texto generado

por las participaciones sobre cómo ven estos la enseñanza y el aprender a enseñar matemática.

### **Participantes**

Participaron en esta investigación 23 estudiantes (9 mujeres y 14 hombres) del 5to año de la Licenciatura en Matemáticas (estudiantes para profesor de matemática) de la Universidad de Alicante. Estos estudiantes estaban matriculados en la asignatura Didáctica de la Matemática en la Educación Secundaria y participaron en dos debates virtuales los cuales estuvieron activos durante 16 y 15 días, respectivamente. Las actividades o tareas que fueron elaboradas en grupo son: visionar videos, leer documentos y debatir.

### **Instrumentos y técnicas**

Se manejó el análisis de documentos, siendo el entorno de aprendizaje la unidad referida a Competencia Matemática y su Enseñanza desarrollado a través de la herramienta tecnológica Sesión el cual se despliega del menú Recursos de aprendizaje. Se consideró las prácticas 6 (S-CM1- Sara y la gestión en pequeño grupo. Contexto: Funciones lineales) y 7 (S-CM2- Sara y la gestión en gran grupo. Contexto Funciones lineales). En ambas prácticas se abrió un debate virtual, utilizando la herramienta Debates, desplegado del menú Comunicación.

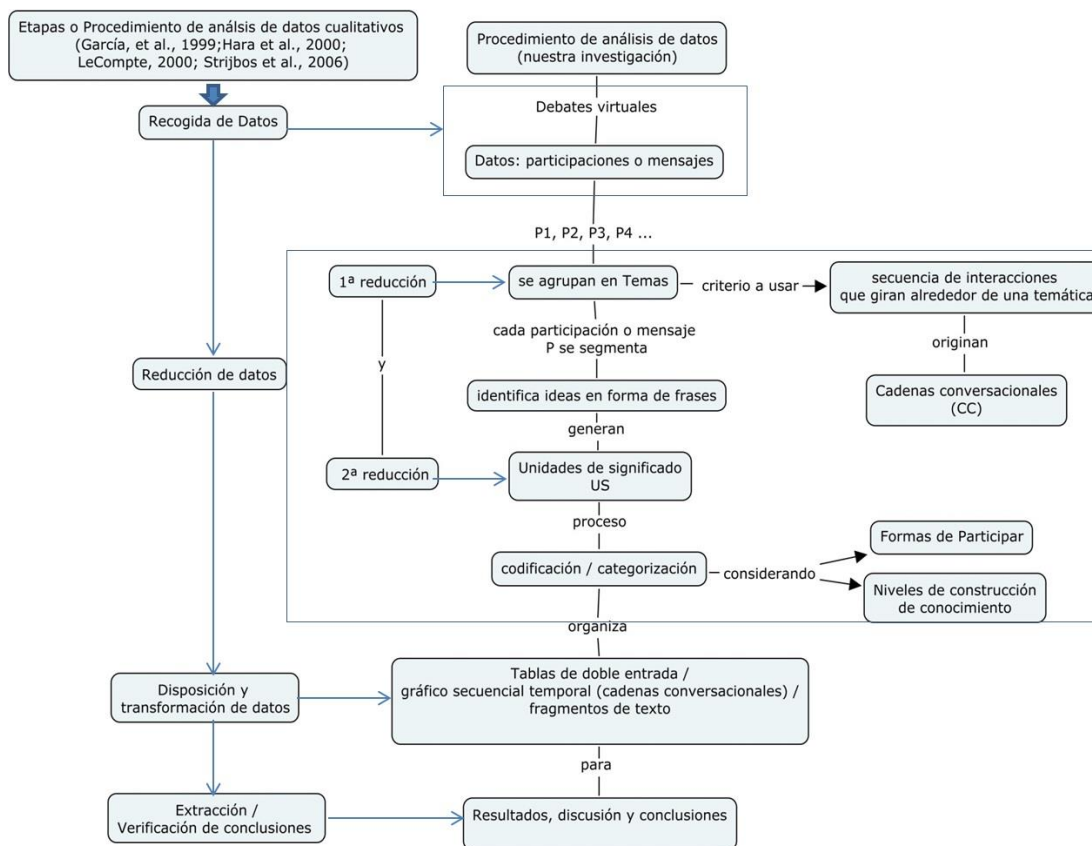
Las dos herramientas tecnológicas (Sesión y Debates) son de la plataforma virtual de la Universidad de Alicante, España. Mediante este entorno los futuros profesores realizan actividades como: visualizar un video, usar documentos de apoyo, participar en el debate y producir un informe-síntesis. En consecuencia, se trabajó el análisis de documentos en el informe –síntesis y el debate generado por los estudiantes.

### **Procedimiento**

Considerando los datos obtenidos de las participaciones de los futuros profesores de matemática, se procedió a realizar el análisis de contenido, conservando su naturaleza textual y la elaboración de categorías (Coffey y Atkinson, 2003; Simon, 2019; Zhu, 2006). En tal sentido, se consideró el procedimiento planteado por Huberman y Miles (1994); LeCompte (2000), y Rodríguez, Gil y García (1999): 1) recogida de datos; 2) reducción de

datos; 3) disposición y transformación de datos; 4) extracción/ verificación de conclusiones (Figura 2).

En relación con la primera etapa (*recogida de datos*), se hizo mediante los debates virtuales como instrumento de recolección. La segunda etapa (*reducción de datos*), que de acuerdo con lo planteado por Rodríguez, Gil y García (1999) «supone descartar o seleccionar para el análisis parte del material informativo recogido» (p. 206). Además, señalan que está presente en el estudio “cuando el investigador resume o esquematiza sus notas de campo” (p. 206). Por ello, el análisis busca la descripción y comprensión de qué y cómo aprendieron los futuros profesores al analizar la enseñanza de la matemática presentada a través del video, los debates virtuales y el uso de las herramientas conceptuales derivadas de la Didáctica de la Matemática. La reducción de datos se realizó en dos partes, la primera consistió en agrupar las participaciones por temas, considerando como criterio las secuencias de interacciones que giran alrededor de cadenas conversacionales; la segunda, consistió identificar de los mensajes o participaciones, ideas en forma de frases generando así las unidades de significado las cuales fueron codificadas y categorizadas como: *formas de participar* (Pena-Shaff y Nicholls, 2004; Rey, Penalva y Llinares, 2004) y *niveles de construcción de conocimiento* (De Wever, Schellens, Valcke y Van Keer, 2006; Llinares y Valls, 2009; Strijbos, Martens, Prins y Jochems, 2006).



**Figura 2.** Procedimiento de análisis de datos.

La tercera etapa (*disposición y transformación de datos*) fue organizar las unidades de significado codificadas y categorizadas en tablas de doble entrada y gráficos de secuencia temporal (*cadenas conversacionales*). Finalmente, la cuarta etapa (*extracción/ verificación de conclusiones*), hace referencia a la presentación de resultados, discusión y conclusiones.

## ANÁLISIS DE DATOS

Aun cuando la investigación es cualitativa, en el procedimiento de análisis de los datos se desarrolló considerando aspectos cuantitativos y cualitativos. Los primeros, hacen referencia al número de aportaciones y distribución temporal de las participaciones. En los segundos, se toma en cuenta la forma de participar (tipos de interacción) y calidad del discurso (niveles de construcción de conocimiento) de los futuros profesores de matemática. En consecuencia, se realizaron dos fases de análisis de datos. La primera fase, cuantitativa, consistió en elaborar tablas estadísticas que mostraran quiénes participaron y



cuándo participaron en los debates los futuros profesores.

En la segunda fase, de tipo cualitativa, se realizó dos niveles de análisis de los datos. En el primer nivel, se identificaron cadenas conversacionales y temas sobre los que interaccionaban los futuros profesores. Las cadenas conversacionales tienen como propósito identificar el orden de participación, el tipo de interacción (modos de participación), dónde se está negociando los significados y determinar lo que se está aprendiendo en los debates virtuales. En consecuencia, al determinar los modos de participación, indica la disposición o actitud que tiene el estudiante que interactúa con los demás participantes en el debate, en respuesta a las opiniones de sus otros compañeros. Esto está relacionado con el primer propósito de la investigación: formas de participar en los debates virtuales, procesos de negociación de significados.

En el segundo nivel, se hizo un análisis de contenido (Krippendorff, 2002; Schrire, 2006; Zhu, 2006) de cada una de las participaciones o mensajes escritos por los futuros profesores. Para ello, se siguió los siguientes pasos planteados por Zhang y Wildemuth (2009): 1) preparar los datos (corresponden a las participaciones de los estudiantes); 2) definir las unidades de significado (temas, ideas o frases); 3) desarrollo de categorías y codificación; 4) evaluar la codificación con ejemplos o fragmentos de texto (unidades de significado); 5) codificar todo los datos; 6) volver a evaluar la codificación para ver inconsistencias en las categorías (se recurrió a la participación de otro investigador, intercodificadores); 7) sacar conclusiones de los datos codificados e informar sobre los métodos y conclusiones de la investigación. Esto es, la manera como los futuros profesores relacionan las evidencias empíricas que están en el vídeo con las ideas teóricas que proporcionó los documentos generados en la didáctica de la matemática.

## **RESULTADOS**

La Tabla 1 muestra los tipos de interacción o formas de participación entre los 23 futuros profesores de matemática en el Debate D1 y D2. En el D1, con un total de 91 intervenciones, 19 (21 % del total) aportaron información sin hacer referencia a otra contribución realizada por sus compañeros (Aporta Información, AI). Este resultado revela que más de las tres cuartas partes (79 %) de todas las contribuciones señalaron de forma explícita a alguna aportación hecha por otro futuro profesor; y, además, fueron distribuidas

de la siguiente manera: 18 participaciones (20 %) en la categoría “Clarifica” (Cl), 2 intervenciones (2 % del total) en la categoría Concuerta (C), 32 contribuciones (35 % del total) en la categoría Concuerta y Amplia (C+A), y 20 participaciones (22 % del total) en la categoría Discrepa y Amplia (D+A).

**Tabla 1.** Dimensión Forma de participar en el Debate de discusión en línea D1 y D2

Dimensión	D1		D2	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
AI: Aporta información	19	20,9	15	16,1
Cl: Clarifica	18	19,8	23	24,7
C: Concuerta	2	2,2	3	3,2
C+A: Concuerta y Amplia	32	35,2	16	17,2
D: Discrepa	0	0	1	1,1
D+A: Discrepa y amplia	20	22	35	37,6
Otros	0	0	0	0
Total de unidades de significado	91	100	93	100

Nota: D1: Debate de discusión en línea 1; D2: Debate de discusión en línea 2. a Los porcentajes se han redondeado a un número entero.

De las 54 aportaciones que reflejan la interacción con otros estudiantes, el 63 % fue de la forma de participación Concuerta y Concuerta y Amplia (2 +34) y 37 % del tipo Discrepa y Amplia (20). Es decir, más de la mitad de las aportaciones en este debate (54 de 91), muestran que los estudiantes contrastaron sus propias ideas con las de los demás y fueron capaces de ilustrar las diferencias o coincidencias ampliando sus argumentos. Aunado a lo anterior, se aprecia un gran número de intervenciones (20 % del total) correspondientes a refinar o aclarar (Cl) algún aspecto de alguna aportación anterior ajena o propia. En consecuencia, la presencia de una mayoría de contribuciones de este tipo (Cl, C+A, D+A, 79 %) muestra que los estudiantes interactuaron juntos en la realización de las tareas establecidas en el debate D1.

Por otra parte, en el debate D2 15 participaciones (16 % del total) no hicieron referencia a cualquier otra contribución realizada por sus compañeros. Este dato muestra que más de las

cuatro quintas partes (84 %) del total de aportaciones hicieron alusión a intervenciones de otros compañeros en el debate. Estas participaciones se repartieron de la siguiente forma: 23 participaciones (25 % del total) en la categoría Clarifica (Cl), 3 intervenciones (3 % del total) en la categoría Concuerta (C), 16 contribuciones (17 % del total) en la categoría Concuerta y Amplia (C+A), 1 (1 % del total) en la categoría Discrepa (D) y 35 participaciones (38 % del total) en la categoría Discrepa y Amplia (D+A).

De las 55 contribuciones que manifiestan la interacción con otros estudiantes, el 35 % fue de la forma de participación Concuerta (19) y 65 % del tipo Discrepa (36). Más de la mitad de las contribuciones en este debate (55 de 93), evidencian que los participantes manifestaron conformidad o disconformidad al comparar sus puntos de vista con las de sus compañeros y lograr así discutir sus coincidencias o diferencias profundizando en sus argumentos. También, se aprecia un crecimiento relevante, entre otros, desde el debate D1 al debate D2 en las participaciones relacionadas con: ampliar aspectos tratados en participaciones anteriores (Cl, 20 % desde el Debate D1 al 25 % del debate D2, del total) y manifestación de disconformidad con argumentación (D+A, 22 % desde el Debate D1 al 38 % del Debate D2, del total). Sin embargo, hubo una disminución desde el Debate D1 al Debate D2, en relación con aportaciones que respondían tanto a las preguntas de los debates sin hacer referencia a aportaciones previas (AI, 21 % desde el Debate D1 al 16 % del Debate D2, del total) como a acuerdos con argumentaciones (C+A, 35 % desde el Debate D1 al 17 % del Debate D2, del total). Por consiguiente, la existencia de un gran número de contribuciones tales como Cl, C+A, D+A, ejemplifica como los estudiantes, desarrollaron las tareas profesionales de manera conjunta.

Como la mayoría de las contribuciones corresponden al establecimiento de relaciones respecto a las aportaciones de otros estudiantes (Cl, C, C+A, D, D+A), entonces esto evidencia el esfuerzo realizado durante la discusión en línea para llegar a una comprensión recíproca de los aspectos de la enseñanza que promuevan el desarrollo de la competencia matemática; en tal sentido, este resultado muestra el grado de implicación cognitiva que tienen los estudiantes con cada una de las aportaciones que realizaron los demás participantes en los debates.

A continuación, las siguientes participaciones pertenecen a la cadena conversacional 5, del debate D1, que tiene como foco de interés Desafíos de un profesor de matemática en

secundaria". Por ejemplo, la siguiente intervención es del estudiante E19 y se categoriza como Aporta Información porque su participación intenta responder la pregunta planteada al principio del Debate virtual (¿qué aspectos de la enseñanza influyen en el desarrollo de las diferentes dimensiones de la competencia matemática?) sin hacer referencia a ninguna aportación previa y hace mención a uno de los textos sugeridos en el debate de discusión; en este mensaje E19 señala como Sara es capaz de llevar a cabo objetivos relacionados con la comunicación en el aula, escuchar a sus estudiantes, profundizar en ideas planteadas por los mismos y controlar su participación.

E19: Desafíos (E19 - 13:58:18 16/05/2007) D1. C5. N3

Si observamos el documento "Construyendo comunidades de discurso en las clases de matemáticas: Un viaje que vale la pena pero desafiante." Podemos observar que Sara es capaz de realizar objetivos como:

-Aumentar la comunicación en el aula, mediante la formulación de cuestiones que hacen que los alumnos se impliquen, y piensen. Después escucha con atención las ideas de estos, pidiéndoles también que aclaren sus ideas, y las justifiquen mediante sus conocimientos matemáticos.

Decide sobre que ideas profundizar, cuando introducir conceptos, cuando proporcionar información.

También mediante su aportación, ayuda a controlar la participación de los estudiantes en las discusiones y decide cuándo y cómo animar a cada estudiante a participar.

En las siguientes unidades de análisis de la misma cadena 5, categorizadas como Clarifica, se puede considerar como E14 y E7 intervinieron pues intentaron resolver algunas dudas que se presentaron en sus intervenciones anteriores tales como el uso de un único método para resolver los problemas presentados en el video.

E14: Diferentes formas (E14 - 22:45:05 17/05/2007) D1. C5. N1

Al explicar algo, se trata de que los alumnos salgan de clase con las ideas bastante claras. Pero no olvidemos que estando en E.S.O. los alumnos tienen que alcanzar ciertos niveles para poder continuar en los cursos posteriores y hay que explicar ciertas cosas...

E7: Un único método (E7 - 23:47:31 17/05/2007) D1. C5. N2

Por eso decía yo que, para mi forma de verlo, es preferible enseñarles un solo método y que entiendan tanto lo que se hace, como lo que hay detrás del método.

Por otro lado, las categorías denominadas Clarifica (Cl), Concuerda (C), “Concuerda y Amplia (C+A), Discrepa (D) y Discrepa y Amplia (D+A) son indicadores del grado de interacción entre un estudiante y sus otros compañeros, y en consecuencia la participación cognitiva conjunta para llevar a cabo la tarea propuesta en el debate D1.

En este sentido, el contenido o mensaje de la participación de E6, se dividió en dos unidades de significado, debido a que por un lado Concuerda y por el otro Discrepa y Amplia con E7; por ello, se observa dos ideas que son nuestras unidades de análisis o significado que se presentan como ejemplos de las categorías Concuerda y Discrepa y Amplia. La primera es que manifiesta conformidad o apoyo haciendo mención con quien concuerda, en este caso con la intervención previa de E7, pero sin hacer ningún tipo de argumentación de su acuerdo; tal y como como se ejemplifica en la siguiente unidad de significado tanto de E7 como de E6:

E7: Diferentes formas (E7 - 12:48:14 17/05/2007) D1. C5. N3

Yo pienso que a veces, más vale explicar a los alumnos una única manera de resolver un problema, y que entiendan lo que están haciendo el porqué, que explicarle distintas formas y que no se queden con ninguna. Cuando a un alumno le explicas diferentes maneras de hacer un ejercicio, lo que hacen es quedarse con las que le parece más fácil y punto. Hay saber qué tipo de alumno tenemos, si al alumno le interesa lo que está haciendo, podemos explicarle distintas formas, pero si es un alumno pasota, más vale que entienda una forma de hacerlo y con eso podemos darnos por satisfechos.

E6: Diferentes formas (E6 - 22:26:42 17/05/2007) D1. C5. N3

La segunda unidad de significado de la participación de E6 se categorizó como Discrepa y Amplia, pues manifiesta disconformidad con intervenciones anteriores y argumenta su discrepancia.

E6: Diferentes formas (E6 - 22:26:42 17/05/2007) D1. C5. N3

Pero el problema es que las clases no son personalizadas y un profesor tiene que optar entre explicar un ejercicio de una única forma para que los alumnos no se líen, o explicar el ejercicio de varias maneras para que los alumnos vean las diferentes formas y razonamientos usados para su resolución para que después tengan más recursos a la hora de atacar un problema. Yo creo que la mejor opción es la segunda, así un alumno puede optar para quedarse con una forma y no liarse, y otro alumno puede quedarse con todas y ser más

competente matemáticamente hablando.

De igual forma, la participación de E16, se codificó con la categoría “Concuerda y Amplia” porque su mensaje manifiesta adhesión a las opiniones expresadas por su compañero sobre aspectos mencionados por E14 al mismo tiempo que justifica su opinión de estar de acuerdo con E10. Las siguientes son las unidades de significado de E10, E14, E16:

E10: Más desafíos (E10 - 15:45:00 15/05/2007) D1. C5. N3

Un tercer desafío sería la dificultad de separarse del hábito de simplificar una tarea especificando explícitamente el procedimiento que se debe seguir, esto tiene una gran consecuencia, y es que priva a los alumnos de la oportunidad de razonar y pensar por sí mismos, y les impide llegar a ver que pueden existir múltiples caminos para llegar a la solución, y esto les impide desarrollar su competencia matemática. Este es un hábito muy característico de muchos profesores de secundaria, que muchas veces se limitan a dar una única forma de resolución para cierto ejercicio, y no admiten otra forma posible de resolverse, por tanto, el alumno llega un momento en el que se limita a aplicar el procedimiento dado por el profesor de manera sistemática, sin ni siquiera pensar en otras posibilidades para su resolución, ya que sabe que el profesor no las va a dar por válidas, a pesar de que estas sean también correctas.

A la participación de E10, E14 le responde de la siguiente manera:

E14: Tercer desafío (E14 - 00:19:19 16/05/2007) D1. C5. N4

Yo también opino que los profesores en la secundaria, en ocasiones, tienden a explicar una única forma de resolver un problema y no solo eso, sino que no explican a los alumnos por qué se puede resolver de esa forma o qué fundamentos matemáticos hay detrás de ese algoritmo de resolución. Creo que esto no fomenta el desarrollo correctamente el razonamiento matemático de los alumnos.

A este mensaje le responde E16, al argumentar que enseñar matemática de una sola forma de resolver un ejercicio o problema no fomenta el desarrollo de la competencia matemática:

E16: Anti desarrollo (E16 - 12:15:04 17/05/2007) D1. C5. N3

La práctica habitual en los profesores que pone de manifiesto E14 no solo no fomenta el desarrollo de la competencia matemática, sino que fomenta su anti desarrollo:

El alumno distingue entre diferentes tipos de enunciados y conoce y utiliza los tipos de respuestas matemáticas a estos, aunque sin entenderlos, lo que ya de por sí atrofia la que

debería ser la evolución su pensamiento matemático, como nos indica el documento competencia y Pisa.

Pero no solo esto, también es nocivo para su dimensión argumentativa, pues destacado en este mismo archivo está que esta debería proporcionar cadenas de argumentos matemáticos adecuados y un sentido de la heurística y lo que obtenemos no es sino todo lo contrario; el alumno considera como respuestas adecuadas las del tipo porque lo dice el libro, porque la fórmula es así o porque es como lo hacemos en clase, sin más explicación y, lo que es más, sin parecer necesitarla; lo que hace terriblemente dificultoso el que en un futuro vayan a ser capaces de darla.

Se observa cómo E14, al responderle a E10, manifiesta que los profesores presentan a sus alumnos una única forma de resolver un ejercicio o problema al punto que manifiesta una posible hipótesis al decir:

Creo que esto no fomenta el desarrollo correctamente el razonamiento matemático de los alumnos.

Considerando los resultados anteriores en conjunto, los hallazgos sugieren que los estudiantes de profesor participaron para llevar a cabo tareas junto con otros. El aumento del número de aportaciones en ambos debates puede ser relacionado a la estructura del entorno de aprendizaje diseñado en el que los estudiantes para profesor de matemática deben participar en dos debates virtuales luego de visionar un video sobre la enseñanza de la matemática y leer algunas herramientas conceptuales provenientes de la didáctica de la matemática. Sin embargo, este aumento en el número de participaciones correspondiente a la categoría forma de participar o forma de interacción, no es solo por la estructura del entorno de aprendizaje, sino que la interacción supone que los estudiantes para profesor de matemática estaban tratando, durante el debate en línea, de comprender a los demás puntos de vista y de concordar o discrepar conclusiones diferentes. Los aportes en esta dimensión indican, por un lado, una cierta intención de negociar significados tal y como se expresa en las siguientes frases que manifiestan una necesidad de compartir sus propios puntos de vista a la luz de las opiniones de los demás compañeros de clase:

Yo pienso que la dimensión de la competencia matemática... (E7: Comunicación (E7- 16:40:38 13/05/2007) D1. C2. N3)

Yo también creo que la comunicación es la dimensión más potenciada...

(E14: Comunicación (E14 - 23:34:11 13/05/2007) D1. C2. N3)

Es cierto que la comunicación es la base de todo ya que... (E20: comunicación (E20 - 18:19:44 14/05/2007) D1. C2. N3)

Por lo tanto, estos datos muestran básicamente que se aprecia un comportamiento distinto entre los dos debates. Por un lado, hay un aumento (21 % del total) de las aportaciones relacionadas a la categoría Aporta Información (AI) desde el debate D1 y una disminución de la misma (16 % del total) en el debate D2; mientras que entre los debates D1 (20 % del total) y D2 (25 % del total) hay un aumento respecto a la categoría Clarifica (Cl). En relación con las categorías Concuerta y Amplia (C+A) se aprecia una disminución desde el debate D1 al debate D2 (ya que pasa del 35 % al 17 %, del total); sin embargo, respecto a la categoría Discrepa y Amplia (D+A) se presenta un incremento desde el debate D1 al debate D1 (pues pasa del 22% al 38 % del total). Este comportamiento de los datos revela que se concuerda mucho más en el debate D1 que en el debate D2, pero sin embargo se discrepa mucho más en el debate D2 que en el debate D1. Finalmente, en ambos debates virtuales se aprecia una mayor presencia de formas de participar o interactuar en las que se concuerda (C, C+A) o discrepa (D, D+A) en relación con las categorías relacionadas con el aporte de información o clarificación.

## **DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES**

Los resultados indican que la identificación e interpretación de los eventos de enseñanza de la matemática no son procesos sencillos de llevar a cabo. De esta forma, el número de participaciones en los niveles N3 y N4 fue de 67 (76 %) en el D1 y 54 (61 %) en el D2, respectivamente. Mientras que hubo un aumento en las participaciones relacionadas con el nivel descriptivo en el D2 con respecto al D1, esto podría deberse a los temas tratados en ambos debates. Por este motivo, pareciera que los temas tales como: Aspectos de la enseñanza que influyen en el desarrollo de las dimensiones de la competencia matemática (C2). Algunas características que potencian la competencia matemática (C4). Desafíos de un profesor de matemática en secundaria (C5) y Sara, ¿matemáticamente competente? (C6) pertenecientes al debate D1 fueron discursivamente tratados por los estudiantes para



profesor de manera instrumental y conceptual; y, sin embargo, los temas de conversación siguientes: Objetivos de la clase (C1), El papel del profesor (C3), Aspectos del rol del profesor (C5) y Contexto curricular del video (C7) generaron participaciones más descriptivas en el debate D2. Esto hace suponer que los temas tratados en el D2 requerían mayor esfuerzo, tal como como vincular las ideas teóricas con las evidencias presentadas en el video, en comparación con el D1. En consecuencia, la construcción del conocimiento del profesor de matemática está vinculada con el uso que se le dé a las herramientas conceptuales y la profundidad con que se vincule esas herramientas para interpretar la enseñanza de la matemática.

Por tanto, los datos de la presente investigación muestran la necesidad que tienen los estudiantes para profesor de comprender la importancia de las herramientas conceptuales para desentrañar e interpretar lo que sucede en el aula de matemática, y saber utilizarlas para explicar los procesos de enseñanza de la matemática. Esto es, la relación teoría (ideas teóricas) y práctica (evidencias de los eventos de enseñanza mediante videos) no es tan fácil de establecer en el proceso interpretativo de la enseñanza de la matemática pues implica que el estudiante para profesor se apropie de las herramientas conceptuales transformándolas para luego ser usadas en la realidad concreta del aula de clase (video). Esta relación implica, entre otras cosas, que los estudiantes para profesor reflexionen sobre la acción (García, Sánchez, Escudero y Llinares, 2006; Schön, 1998; Ulusoy, 2020) que lleva a cabo la profesora del video con sus alumnos, para poder interpretarla a la luz de lo que aporta la investigación de la didáctica de la matemática (herramientas conceptuales). Por ello, «el uso y la generación de los instrumentos condiciona las interacciones en el desarrollo de la práctica y, por tanto, la propia práctica» (Llinares, 2005, p. 5) y condiciona el discurso que se genera en esas interacciones.

De allí que los estudiantes para profesor, frente a la tarea de interpretar lo que ven en el video, lo cual es la práctica de enseñar matemática que desarrolla la profesora, deben problematizar e interpretar esas evidencias empíricas derivadas de esa práctica, bajo la luz de las diferentes ideas teóricas (instrumentos conceptuales) generadas de la investigación de la didáctica de la matemática. En este sentido, la construcción del conocimiento sobre el aprender a enseñar matemática está relacionada con la posibilidad que tiene el estudiante para profesor de usar el conocimiento generado de la investigación de la didáctica de la

matemática para reflexionar e para interpretar las evidencias presentadas en la práctica para transformarla y generar nuevo conocimiento. Los debates virtuales se convirtieron en espacios para que los estudiantes participaran e interactuaran entre sí. Además, las participaciones giraron alrededor de temas (cadenas conversacionales) en los que se generaron unas formas de participación tales como concordancias y/o discrepancias (C+A, D+A) convirtiéndose en mecanismos de discusión y argumentación y por tanto de construcción de conocimiento. Por tanto, la creación de entornos de aprendizaje en los que se integra la realización de algunas tareas profesionales junto con videos, ideas teóricas e interacción contribuye en la construcción del conocimiento relacionado con la enseñanza de la matemática. Esto último se constata en otros estudios. (Borba y Llinares, 2012; Llinares, 2012; Llinares y Valls, 2010; Penalva, Rey y Llinares, 2013; Weinberger y Fischer, 2006; Zhu, 2006)

### **Perspectivas de futuro en la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática**

Tanto la formación inicial del profesor de matemática (Chapman, 2012; García, 2005; Llinares y Krainer, 2020) como la construcción del conocimiento profesional sobre la enseñanza de la matemática en entornos de interacción social (Borba y Llinares, 2012; Chapman, 2013; Fernández, Llinares y Valls, 2013; Groos y Geiger, 2012; Penalva, Rey y Llinares, 2013) se han convertido en campo de investigación al intentar caracterizarlos en contexto de formación del profesorado de matemática. Se debe seguir investigando sobre la forma como el estudiante para profesor de matemática construye el conocimiento sobre la enseñanza de la matemática. Esto es, seguir investigando sobre ¿qué papel desempeña la interacción y el tipo de tareas profesionales que deben desarrollar?, ¿qué y cómo aprende a construir el conocimiento para interpretar eventos de enseñanza de la matemática en contextos de interacción social que ofrecen los entornos de aprendizaje en contextos virtuales? Al mismo tiempo, estudiar cómo desarrollan una visión profesional (Fernández y Choy, 2020; Fernández, Llinares y Valls, 2013; Llinares, Ivars, Buforn y Groenwald, 2020; Sherin, 2007) con el propósito de crear programas de formación que integren la perspectiva teórica cognitiva con perspectivas teóricas socioculturales a la vez que se adecuen a la naturaleza sociocognitiva del pensamiento tanto de los estudiantes como de los profesores

de matemática en servicio.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- Bishop, A. J.; Clements, K.; Keitel, K.; Kilpatrick, J. y Laborde, C. (Eds.) (1996). *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- 2- Borba, M.C. y Llinares, S. (2012). Online Mathematics Teacher Education: Overview on an Emergent Field of Research. *ZDM*, 44, 697-704.
- 3- Borko, H. (2004). Professional Development and Teacher Learning: Mapping the Terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3-15.
- 4- Chapman, O. (2012). Challenges in Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(4), 263-270.
- 5- Chapman, O. (2013). Investigating Teachers' Knowledge for Teaching Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(4), 237-243.
- 6- Cid-Sabucedo, A.; Pérez-Abellás, A. y Zabalza, M. A. (2009). Las prácticas de enseñanza declaradas de los mejores profesores de la Universidad de Vigo. *RELIEVE*, 15(2), 1-29.
- 7- Coffey, A. y Atkinson, P. (2003). *Encontrar el sentido a los datos cualitativos. Estrategias complementarias de investigación*. Antioquia: Universidad de Antioquia.
- 8- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education*. Londres: Routledge, Taylor and Francis Group.
- 9- Czarnocha, B. (Ed.) (2008). *Handbook of Mathematics Teaching Research*. Rzeszów, Polonia: University Press.
- 10- De Wever, B.; Schellens, T.; Valcke, M. y Van Keer, H. (2006). Content analysis schemes to analyze transcripts of online asynchronous discussion groups: A review. *Computers y Education*, 46, 6-28.
- 11- Fernández, C. y Choy, B. H. (2020). Theoretical Lenses to Develop Mathematics Teacher Noticing. En S. Llinares y O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 337-360). Leiden: Brill Sense.
- 12- Fernández, C.; Llinares, S. y Valls Fernández, C. (2013). Primary School Teacher's

- Noticing of Students' Mathematical Thinking in Problem Solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1- 2), 441-468.
- 13- García, M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación Matemática*, 17(2), 153-166.
  - 14- García, M.; Sánchez, V.; Escudero, I. y Llinares, S. (2006). The Dialectic Relationship Between Research and Practice in Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 109-128.
  - 15- Groos, M. y Geiger, V. (2012). Theoretical perspectives on mathematics teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(6), 499-507.
  - 16- Grossman, P.; Wilson, S. y Shulman, L. (2005). Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para la enseñanza. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-24.
  - 17- Grouws, D. (Ed.) (1992). *A Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
  - 18- Gutiérrez, A. y Boero, P. (Eds.) (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
  - 19- Gutiérrez, A. Leder, G. y Boero, P. (Eds.) (2016). *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
  - 20- Huberman, A. M. y Miles, M. B. (1994). Data Management and Analysis Methods. En N. K. Denzin y Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 428-444). Thousand Oaks, CA: Sage.
  - 21- Jimenez, A. y Gutiérrez, A. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación Matemática*, 29(3), 109-129.
  - 22- Krainer, K. y Llinares, S. (2010). Mathematics Teacher Education. En P. Peterson, E. Baker y B. McGaw (Eds.), *International Encyclopedia of Education* (pp. 702-705). Oxford: Elsevier.
  - 23- Krippendorff, K. (2002). *Metodología de análisis de contenido. Teoría y práctica*. Madrid: Paidós.
  - 24- Kuckartz, U. (2019). Qualitative Text Analysis: A Systematic. Approach en G. Kaiser y

- N. Presmeg (Eds.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* (pp. 181-197). Hamburgo: Springer Open.
- 25- Lecompte, M. D. (2000). Analyzing qualitative data. *Theory into Practice*, 39(3), 146-154.
- 26- Llinares, S. (1998). La investigación sobre el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula*, 10, 153-179.
- 27- Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 53-70.
- 28- Llinares, S. y Chapman, O. (2020). *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2*. Leiden: Brill Sense.
- 29- Llinares, S.; Ivars, P.; Buforn, À. y Groenwald, C. (2020). Mirar Profesionalmente las situaciones de enseñanza: una competencia basada en el conocimiento. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el Profesor de Matemáticas: Práctica de Aula, Conocimiento, Competencia y Desarrollo Profesional* (178-192). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- 30- Llinares, S. y Valls, J. (2009). The Building of Pre-Service Primary Teachers' Knowledge of Mathematics Teaching: Interaction and Online Video Case Studies. *Instructional Science*, 37(3), 247-271.
- 31- Llinares, S. y Valls, J. (2010). Prospective Primary Mathematics Teachers' Learning from On-Line Discussions in a Virtual Video-Based Environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(2), 177-196.
- 32- Llinares, S., y Krainer, K. (2020). Mathematics (Student) Teachers and Teachers Educators as Learners. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 429-459). Rotterdam: Sense Publishers.
- 33- Marcelo, C. (2001). Aprender a enseñar para la sociedad del conocimiento. *Revista Complutense de Educación*, 12(2), 531-593.
- 34- Pena-Shaff, J. B. y Nicholls, C. (2004). Analyzing Student Interactions and Meaning Construction in Computer Bulletin Board Discussions. *Computers and Education*, 42(3), 243-265.
- 35- Penalva, C.; Rey, C. y Llinares, S. (2013). Aprendiendo a interpretar el aprendizaje de las

- matemáticas en educación primaria. Características en un contexto B-Learning. *Educación Matemática*, 25(1), 7-34.
- 36- Prieto, J. y Valls, J. (2010). Aprendizaje de las características de los problemas aritméticos elementales de estructura aditiva en estudiantes para maestro. *Educación Matemática*, 22(1), 57-85.
- 37- Rodríguez, G.; Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe.
- 38- Roig, A. I.; Llinares, S. y Penalva, M. C. (2010). Aprendiendo sobre la comunicación matemática. Características de las estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno on-line. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 533-543). Lleida: SEIEM.
- 39- Santos, M. (2000). *La escuela que aprende*. Madrid: Morata.
- 40- Schön, D. (1998). *El profesional reflexivo: cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Barcelona: Paidós.
- 41- Schrire, S. (2006). Knowledge Building in asynchronous Discussion Groups: Going Beyond Quantitative Analysis. *Computers and Education*, 46, 49-70.
- 42- SEIEM (1996). Breve descripción de los Grupos. *Boletín SEIEM*, 0, 10-14.
- 43- Sherin, M. G. (2007). The development of teacher's professional vision in video clubs. En R. Goldman, R. Pea, B. Barron y S. Derry (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 383-395). Londres: Routledge.
- 44- Shulman, L. y Shulman, J. (2004). How and what teachers learn: a shifting perspective. *Journal of Curriculum Studies*, 36(2), 257-271.
- 45- Simon, M. (2019). Analyzing Qualitative Data in Mathematics Education. En K. R. Leatham (Ed.), *Designing, Conducting, and Publishing Quality Research in Mathematics Education* (pp. 111-122). Cham: Springer.
- 46- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Antioquia: Universidad de Antioquia.
- 47- Strijbos, J.; Martens, R. L.; Prins, F. J. y Jochems, W. M. G. (2006). Content analysis: what are they talking about? *Computers and Education*, 46, 29-48.

- 48- Ulusoy, F. (2020). Prospective Teachers' Skills of Attending, Interpreting and Responding to Content-Specific Characteristics of Mathematics Instruction in Classroom Videos. *Teaching and Teacher Education*, 94, 1-13.
- 49- Weinberger, A., y Fischer, F. (2006). A framework to analyze argumentative knowledge construction in computer-supporter collaborative learning. *Computers and Education*, 46, 71-95.
- 50- Wood, T. y Lafayette, W. (Eds.). (2008). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- 51- ZDM (2004). The International Commission on Mathematical Instruction, *ZDM*, 36(4), 117-123.
- 52- Zhang, Y. y Wildemuth, B. M. (2009). Qualitative analysis of content. En B. Wildemuth (Ed.), *Applications of Social Research Methods to Questions in Information and Library Science* (pp. 308-319). Westport, CT: Libraries Unlimited.
- 53- Zhu, E. (2006). Interactions and cognitive engagement: an analysis of four asynchronous online discussions. *Instructional Science*, 34, 451-48.

### **Conflictos de intereses**

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses.

### **Contribución de los autores**

Oscar Guerrero-Contreras: Originó la idea del artículo, hizo los análisis, la discusión y la redacción general.

Danilo Díaz-Levicoy: asesoró el análisis, la discusión y la redacción general.

Yesser Antonio Alcedo Salamanca: asesoró en la revisión técnica y redacción general.