



ARTÍCULO ORIGINAL

## Bases teóricas para la fundamentación del proceso de extracción de jugo de caña de azúcar para la producción de panela

### *Theoretical bases of the sugar cane juice extraction process for the panela production*

Alexander Díaz<sup>1</sup> y Ciro E. Iglesias<sup>2</sup>

**RESUMEN.** El presente trabajo propone un modelo matemático para la determinación de los principales parámetros requeridos en el proceso de extracción de jugo de caña, por medio de rodillos cilíndricos. Se considera la especificidad de comprimir tallos de caña, lo cual lo diferencia de los otros modelos que consideran la extracción de jugo. El modelo tiene en cuenta la velocidad de rotación, la geometría de los rodillos y las propiedades físico-mecánicas de la caña relacionadas en el proceso.

**Palabras clave:** extracción de jugo, compresión con rodillos, rodillos cilíndricos, panela.

**ABSTRACT** This paper is on a mathematical model to determine the main parameters in the sugar cane juice extraction process by using cylindrical rollers. The main characteristic of such a process is the sugar cane compression, which makes it different from other models to extract juice. Rotation speed, roller geometry sugar cane physical mechanical characteristics involved in the process are included in the model.

**Keywords:** juice extraction, cylindrical rollers, panela.

## INTRODUCCIÓN

En Colombia la panela es un producto alimenticio de consumo masivo, su producción es una de las agroindustrias de mayor tradición e importancia socioeconómica por la generación de ingresos, empleo y el aporte a la dieta alimenticia de la población de la población rural. Colombia es el segundo productor mundial de panela después de la India, tiene el mayor consumo por habitante. Esta se produce principalmente en instalaciones de montaña denominadas *trapiches*. En su obtención, la materia prima es la caña de azúcar de la cual se extrae el jugo y posteriormente se concentra por fuego directo o vapor, para obtener los productos y subproductos propios de la industria. El sistema empleado para la extracción de jugo en la industria panelera en Colombia es el de la compresión, la que se realiza en molinos de rodillos cilíndricos (Figura 1). En este proceso, la caña no es sometida a ningún proceso de preparación previa (expresión usada en la industria de la caña de azú-

car para los tallos cortados, picados y desfibrados), siendo la especificidad de la industria panelera la molienda de tallos de caña enteros, basando su justificación en la calidad del jugo.

La extracción es un proceso estrictamente volumétrico y consiste en separar el jugo haciendo que la caña pase entre un par de cilindros sometidos a determinadas fuerzas y rotación. Este proceso es ampliamente utilizado debido a su acción continua, fácil manufactura, mantenimiento, reparación, y operación.

El correcto diseño y operación del molino, requiere del conocimiento de todas las variables que intervienen en el proceso. El análisis y cálculo del mecanismo de rodillos cilíndricos se limita a la determinación de las dimensiones del cilindro, la velocidad de giro y la fuerza de compresión. Independiente de la naturaleza del material, este pasa a través de los rodillos donde es deformado generándose una fuerza de fricción entre el material comprimido y los rodillos, el proceso se caracteriza

**Recibido** 15/12/10, aprobado 10/12/11, trabajo 10/12, artículo original.

<sup>1</sup> M.Sc., Profesor, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia. E-✉: alexdiaza@utp.edu.co

<sup>2</sup> Dr. C. Prof. E Inv. Titular, Universidad Agraria de La Habana, Cuba.

por una compresión creciente, siendo máxima en el punto de menor separación entre los rodillos (Maikovski, 1964).

Algunos autores como Krasnichenko (1961), Melnikov (1978), Silveira (1988), Turbin (2003), refieren las condiciones de agarre de los rodillos. Goriachkin (1968), Maikovski (1964), Makhov (1969), Muller (1964), analizan teóricamente el proceso de compresión de masas vegetales por medio de rodillos cilíndricos, presentan la distribución de la presión en la zona de alimentación y descarga en función de la compresión del material, obtienen expresiones para la determinación de las reacciones en los rodillos y la potencia requerida en el proceso. A comienzos del Siglo XX Noel Derr, establece los principios bajo los cuales se rige la extracción de jugo de caña preparada para la industria azucarera, experimentos que posteriormente son reproducidos por Hugot (1986), los cuales en su mayoría son vigentes en la actualidad, encontró la relación existente entre el cambio volumétrico y la presión en el proceso de compresión de caña preparada. A partir de sus investigaciones se empieza a comprender el comportamiento a compresión de la caña.



FIGURA 1. Molino para la extracción de jugo.

Entre los años 1950 y 1960 se produjeron numerosas investigaciones teórico experimentales encaminadas a comprender el proceso de compresión de la caña preparada, se teoriza la extracción de jugo, se proponen modelos matemáticos para determinar la potencia requerida, la capacidad de molienda y la eficiencia en la extracción en función del tamaño de los cilindros y su velocidad de giro, los cuales se comprueban experimentalmente, por diferentes investigadores (Bullock, 1956; Crawford, 1959; Jenkins, 1971; Murry, 1962; Salomon, 1966; Shann, 1960). Otros autores Reins (2006), Wienese (2003), han recopilado y analizado las diferentes teorías y estudios relacionados con el proceso de compresión de caña preparada, como material de apoyo a la industria azucarera. En la última década Britton (2003), Kannapiran (2003), Lougram (2002), Plaza (2002), reportan los resultados de la investigación y aplicación de los conceptos de mecánica de medios porosos y comportamiento elasto-plástico de los materiales, aplicado al proceso de compresión de caña preparada, así como la utilización de softwares de modelado y simulación por elementos finitos del

proceso de compresión por medio de rodillos cilíndricos.

Este trabajo presenta la fundamentación teórica del proceso de compresión de tallos de caña por medio de rodillos cilíndricos, considerando las propiedades físico-mecánicas de los tallos de caña y la geometría de los rodillos.

## MÉTODO

### Fundamentos científico-metodológicos

El modelo matemático se obtiene a partir del análisis de modelos existentes para compresión de masas vegetales y caña preparada, se considera la compresión de tallos de caña como particularidad de la industria panelera, las cuales ingresan al molino en dirección longitudinal. El modelo es planteado para la etapa de extracción de jugo.

La fundamentación teórica se basa en las siguientes consideraciones:

- Altura de entrada de la caña a los rodillos ( $H$ ),  $m$ ;
- Ancho de entrada de la caña a los rodillos ( $l$ ),  $m$ ;
- Un par de rodillos cilíndricos lisos de diámetro ( $D$ ),  $m$ ;
- Distancia de separación entre los rodillos ( $h$ ),  $m$ ;
- Los rodillos giran en sentido contrario a una velocidad angular ( $\omega$ ),  $s^{-1}$ ;
- Se desprecia el deslizamiento de la caña en su paso a través de los rodillos;
- Se conoce el coeficiente de fricción ( $\mu$ ), entre la caña y el material de los rodillos;
- Se supone despreciable la recuperación del material a la salida de los rodillos dada su naturaleza;
- Se conoce la ley de comportamiento a compresión de la caña  $P_a$ .

### Condiciones de agarre

Durante el agarre de la caña (Figura 2), el rodillo superior actúa bajo la acción de la fuerza de compresión  $G$ . Al entrar el tallo en contacto con la superficie del rodillo, se generan la fuerza normal  $N$  y la fuerza de fricción  $f$ , cuales se relacionan por medio del coeficiente de fricción  $\mu$ , según la Ecuación 1.

$$f = N\mu \quad (1)$$

Para que el material sea halado hacia los rodillos se debe cumplir la condición:

$$N\mu \cos \theta > N \sin \theta \quad (2)$$

Lo cual sugiere que el coeficiente de fricción  $\mu$  sea mayor que la tangente del ángulo de contacto  $\theta$ ,

$$\mu > \tan \theta \quad (3)$$

El diámetro de los rodillos, su separación y la altura de la caña a la entrada a los rodillos, se relacionan por medio de la expresión:

$$H - h < D \left( 1 - \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} \right) \right) \quad (4)$$

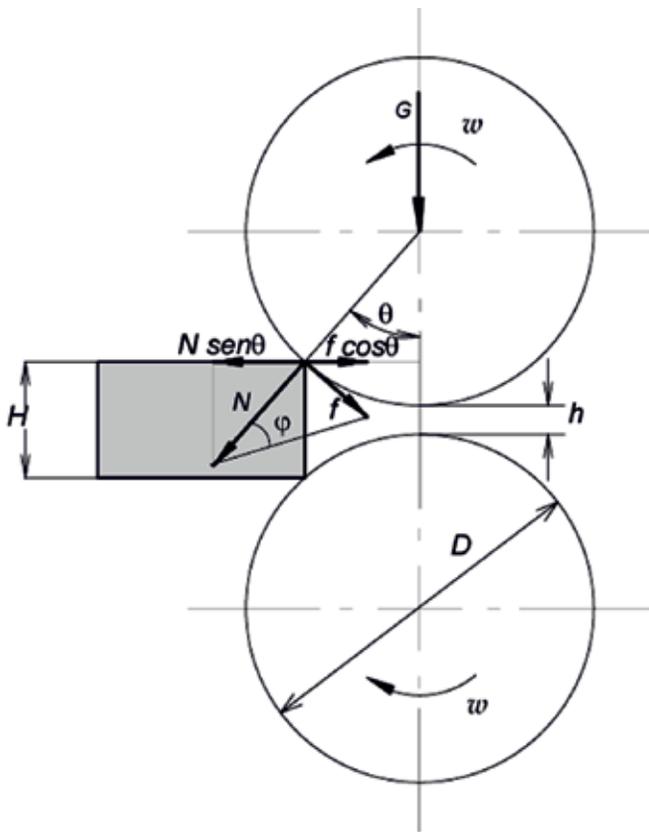


FIGURA 2. Condiciones de agarre del material con rodillos cilíndricos.

### Determinación de las fuerzas en los rodillos

Atrapada la caña entre el par de rodillos, se supone que el tallo adopta la forma mostrada en la Figura 3, se define el ángulo de contacto  $\pi/2 - \alpha_e$ , sin embargo esto es poco probable debido a la elasticidad del material. Para hallar la fuerza normal  $N$  se define un diferencial de área  $l_D \cdot D/2 \cdot d\alpha$ ; el efecto de la presión sobre este produce un diferencial de fuerza  $dN = l_D \cdot D/2 \cdot d\alpha$ . La fuerza resultante  $N$  se determina con la Ecuación 5, y su línea de acción por la Ecuación 6.

$$N = \frac{D}{2} \int_{\alpha_e}^{\pi/2} P \cdot l_D \cdot d\alpha \quad (5)$$

$$\alpha_N = \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{D}{2N} \cdot \int_{\alpha_e}^{\pi/2} P \cdot l_D \cdot \sin 2\alpha \, d\alpha \quad (6)$$

donde,  $l_D$  es el ancho de la caña en el diferencial de área.

La fuerza  $G$ , se aplica al rodillo para comprimir la caña;  $V$  es la fuerza de succión de los rodillos y  $R$  la resultante.

Investigaciones previas de los autores han demostrado que la dependencia de la presión de la caña, en función de su variación volumétrica obedece a modelos de deformación plástica (Ecuación 7).

$$P = K e^{n \frac{\Delta V}{V_0}} \quad (7)$$

donde,  $K$  y  $n$  son coeficientes que dependen de la naturaleza de la caña y se determinan experimentalmente  $\Delta V$ , es la variación volumétrica de la caña y  $V_0$  es su volumen inicial. La variación volumétrica es exclusivamente geométrica y depende del tipo de compresión realizada, la que puede ser confinada o no confinada en dependencia de que se impida o no la expansión lateral de la caña. Al ingresar la caña entre los rodillos (Figura 4a), esta es comprimida desde una altura inicial ( $H$ ), hasta una altura final ( $h$ ), definida por la distancia entre los rodillos.

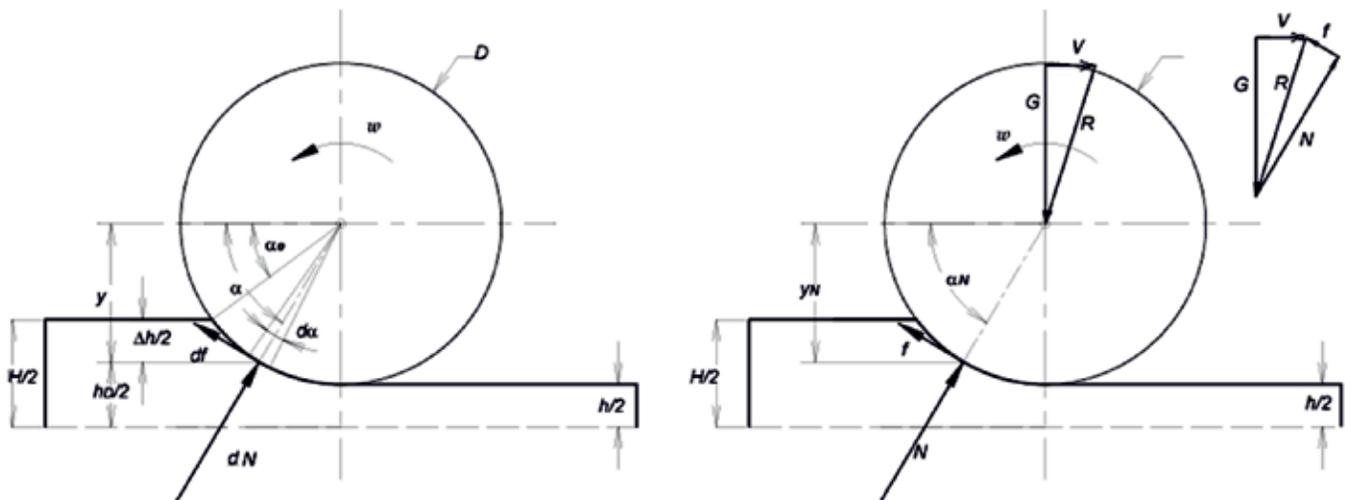


FIGURA 3. Fuerzas generadas al paso de la caña entre los rodillos cilíndricos.

En el proceso de compresión confinada (Figura 4b), el ancho del material al paso por los rodillos permanece constante de valor  $l$ , en tanto en la compresión no confinada (Figura 4c), el material se ensancha gradualmente al paso por los rodillos. Se asume que la caña en ningún caso sufre deformaciones longitudinales. En ambos casos, la relación entre la variación volumétrica y el volumen inicial de la muestra queda expresada de la siguiente manera:

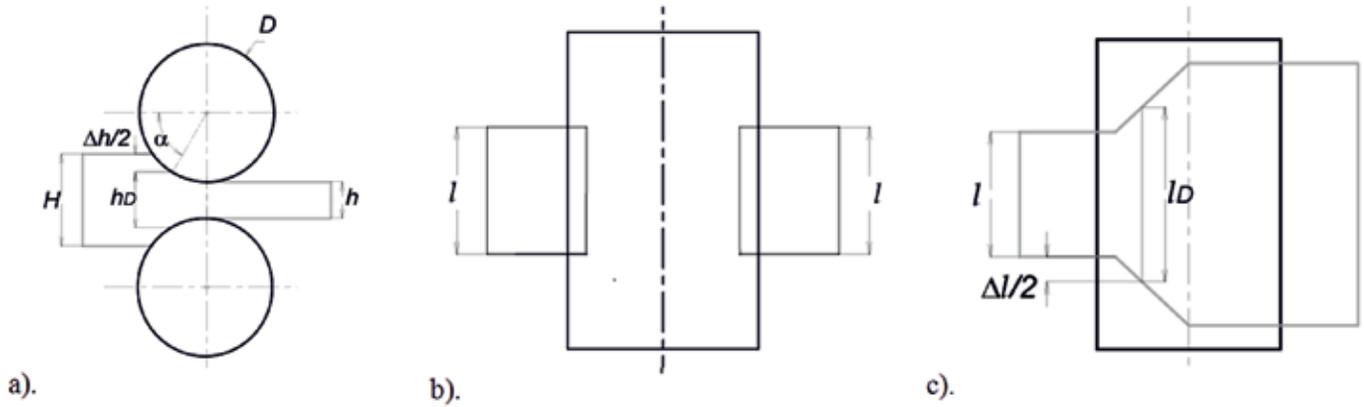


FIGURA 4. Compresión por medio de rodillos cilíndricos.

a) Deformación en altura, b) Compresión confinada sin ensanchamiento lateral, c) Compresión no confinada con ensanchamiento lateral.

- Compresión confinada

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta h}{H} \tag{8}$$

- Compresión no confinada

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta h}{H} - \varepsilon \cdot \frac{\Delta h}{H} \cdot \left(1 - \frac{\Delta h}{H}\right) \tag{9}$$

De Igual manera el ancho de la caña  $l_D$ ; en área diferencial queda determinado por las siguientes expresiones:

- Compresión confinada

$$l_D = l \tag{10}$$

- Compresión no confinada

$$l_D = l \left( \varepsilon \cdot \frac{\Delta h}{H} + 1 \right) \tag{11}$$

donde  $\varepsilon$  es el coeficiente de ensanchamiento lateral del material, el cual es determinado experimentalmente por la relación entre la deformación unitaria en lateral  $\Delta l/l$ , y la deformación unitaria en altura  $\Delta h/H$ , (Ecuación 12).

$$\varepsilon = \frac{\Delta l/l}{\Delta h/H} \tag{12}$$

La deformación del material en altura  $\Delta h$  por acción de los rodillos se determina por medio de la Ecuación 13.

$$\Delta h = H - h - D + D \sin \alpha \tag{13}$$

Reemplazando la Ecuación 13 en las Ecuaciones 8, 9, 11 y esta a su vez en las Ecuaciones 5, 6, 7 se obtienen las expresiones para la determinación de la fuerza normal  $N$  el ángulo  $\alpha_N$ .

- Compresión confinada

$$N = K \cdot \frac{D}{2} \cdot l \int_{\alpha_e}^{\pi/2} e^{n \left( \frac{J+D \sin \alpha}{H} \right)} d\alpha \tag{14}$$

$$\alpha_N = \frac{1}{2} \cdot K \cdot l \cdot \sin^{-1} \frac{D}{2N} \int_{\alpha_e}^{\pi/2} e^{n \left( \frac{J+D \sin \alpha}{H} \right)} \cdot \sin 2\alpha \, d\alpha \tag{15}$$

- Compresión no confinada

$$N = K \cdot \frac{D}{2} \int_{\alpha_e}^{\pi/2} e^{n(T-B \sin \alpha + Z \sin^2 \alpha)} \cdot (U + W \sin \alpha) \, d\alpha \tag{16}$$

$$\alpha_N = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \sin^{-1} \frac{D}{2N} \cdot \int_{\alpha_e}^{\pi/2} e^{n(T-B \sin \alpha + Z \sin^2 \alpha)} \cdot (U + W \sin \alpha) \cdot \sin 2\alpha \, d\alpha \tag{17}$$

donde:

$$J = H - h - D \tag{18}$$

$$T = \frac{1}{H} \left( J + \frac{\varepsilon}{H} \cdot J^2 - \varepsilon \cdot J \right) \tag{19}$$

$$B = \frac{1}{H} \left( D + \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot J \cdot D}{H} - \varepsilon \cdot D \right) \quad (20)$$

$$Z = \varepsilon \cdot \frac{D^2}{H^2} \quad (21)$$

$$U = l \left( \frac{\varepsilon \cdot J}{H} + 1 \right) \quad (22)$$

$$W = \frac{l \cdot \varepsilon \cdot D}{H} \quad (23)$$

Los valores de las Ecuaciones 17...22, son constantes y dependen de las propiedades físico-mecánicas de la caña y el diámetro de los rodillos.

Las fuerzas de compresión ( $G$ ), de succión ( $V$ ) y la resultante ( $R$ ), se determinan con las siguientes expresiones:

$$G = N (\sin \alpha_N + \mu \cos \alpha_N) \quad (24)$$

$$V = N (\cos \alpha_N - \mu \sin \alpha_N) \quad (25)$$

$$R = \sqrt{G^2 + V^2} \quad (26)$$

El par y potencia requerida para la compresión de la caña, se determinan con las Ecuaciones 27 y 28 respectivamente.

$$M = 2 \cdot \left( f \cdot \frac{D}{2} \right) = \mu \cdot N \cdot D \quad (27)$$

$$P = M \cdot \omega \quad (28)$$

La determinación de las fuerzas originadas en el proceso, depende de la solución integral definida de la Ecuación 13, la cual no tiene solución analítica, la cual pueda ser solucionada por métodos de aproximación.

## RESULTADOS

En el presente trabajo se obtuvieron las expresiones que fundamentan el proceso de compresión de caña de tallos de caña, las cuales permiten el estudio de la dinámica del proceso de extracción de jugo, la energía requerida en el proceso y la carga en los elementos que constituyen el molino, teniendo en cuenta la geometría de los rodillos y las propiedades físico-mecánicas de la caña.

## CONCLUSIONES

- Se obtuvieron las expresiones para la determinar la fuerza requerida en el proceso de compresión de tallos de caña, la fuerza en los rodillos y la potencia requerida en el proceso de extracción, teniendo en consideración la geometría de los rodillos y las propiedades físico-mecánicas de la caña de azúcar.
- Las expresiones permiten determinar los requerimientos energéticos del proceso de extracción, en función del tipo de compresión realizada, consideración no existente en la literatura disponible en nuestro medio.
- Las ecuaciones sirven como base del fundamento teórico, del diseño de molinos para la extracción de jugo de caña.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRITTON, P.F: *Application of image measurement and continuum mechanics to measuring the large strain kinematic behavior of prepared sugar cane and bagasee*, 148pp., **Thesis for the degree of Doctor of Philosophy**, James Cook University, Queensland, Australia, 2003.
- BULLOCK, K.J: Self feeding characteristics of an experimental sugar mill, In: **Int. Soc. Sugar Cane Technol. 9<sup>th</sup> Congress**, vol. II, India, 1956.
- CRAWFORD, W.R: *Reabsortion a limiting factor in mill performance*, In: **Int. Soc. Sugar Cane Technol. 10<sup>th</sup> Congress**, Hawaii, 1959.
- GORYACHKIN, V.P: *Trabajo de los Rodillos de una cortadora de heno*, Obras completas, Tomo 3, Kolos, Moscú, 1968.
- HUGOT, E: *Handbook of Cane Sugar Engineering*, 3th edition, ELSEVIER, Francia, 1986.
- JENKINS, G.H: *Introducción a la Tecnología de la Caña de Azúcar*, Ed. Instituto Cubano del Libro, La Habana, Cuba, 1971.
- KANNAPIRAN, A: *Computational and experimental modeling of the crushing of prepared sugar cane*, 267pp., **Thesis for the degree of doctor of Philosophy**, James Cook University, Queensland, Australia, 2003.
- KRASNICHENKO, A.V: *Manual del constructor de maquinaria agrícola*, Tomo 2, Ed. Científico-Técnica estatal de literatura de construcción de máquinas, Moscú, 1961.
- LOUGRAM, J.G & A. KANNAPIRAN: *Finite element modeling of the crushing of prepared cane on bagasse*, Proc. Aust. Soc. Sugar Cane Technol. Cairns., Australia, 2002.
- MAIKOVCKI, I.A.: *Bases teóricas de laminado de las plantas agrícolas*, Memorias del Consejo Científico, VISJOM. Moscú, 1964.
- MAKHOV, I.M, MOZHAROV.B.P, ZHUKOV.V.G: *Investigaciones teóricas del proceso de recolección del lino dolgunets*, Investigaciones teóricas y experimentales de las propiedades físico mecánicas de los terrenos, abonos y plantas. VISJOM, Moscú, 1969.
- MELNIKOV, C.B: *Mecanización y automatización de granjas agropecuarias*, Ed. Kolos, Leningrado, Rusia, 1978.
- MULLER, A.G: Investigación del aparato de aplastamiento de la máquina de aplastar heno. Memorias del Consejo Científico, VISJOM, Moscú. 1964.
- MURRY, C.R. & J.E HOLT: Experimental determinations of the pressure at a point on roll surface, In: **Int. Soc. Sugar Cane Technology. 12<sup>th</sup> Congress**, Mauritius, 1962.
- PLAZA, F: *Measuring, modelling and understanding the mechanical behaviour of bagasse*, 343pp., **Thesis for the award of Doctor of Philosophy**, University of Southern Queensland, Australia, 2002.
- REINS, P: *Cane Sugar Engineering*, 1th edition, BATENS, Berlin, 2006.
- SALOMON, T.J: *The analogue computation of pressures developed by feeder rolls*, In: **Queensland Soc. Sugar Cane Technol., 33<sup>th</sup> conference**, Bundabery, Queensland, Australias, 1966.
18. SHANN, D.S: Milling power, In: **Queensland Soc. Sugar Cane Technol., 27<sup>th</sup> conference**, Cairns, Queensland, Australia, 1960.
19. SILVEIRA, R.J.A: *Teoría y cálculo de maquinas agrícolas*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, Cuba, 1988.
20. TURBIN, B.G: *Maquinaria Agrícola teoría y calculo tecnológico*, Segunda edición, Mashinostroeny, Leningrado, Rusia, 1967.
21. WIENESE, A: *Mill Feeding: Back To Basics*, Sugar Milling Research Institute, University of Natal, Durban, 4041, South Africa, 2003.