

Modelación de perfil de humedad de suelos empleando un filtro de Kalman de Monte-Carlo

Modeling a soil moisture profile using a Monte-Carlo Kalman filter

Dr.C. Hanoi Medina González^I, M.Sc. Yunay Hernández Pereira^{II}, M.Sc. Alberto B. Santiago Piloto^I, Dr.C. Andrés Lau Quan^I

^I Universidad Agraria de La Habana, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba.

^{II} Instituto de Cibernética Matemática y Física, Plaza, La Habana, Cuba.

RESUMEN. El objetivo de este trabajo es ilustrar el desempeño de un Filtro de Kalman de Conjuntos, el más difundido dentro de los filtros de Montecarlo, para mejorar las estimaciones de un perfil de humedades, mediante la asimilación de valores superficiales de esta variable de estado en un modelo basado en la ecuación de Richards. El estudio se basa en un ejercicio sintético en el que a partir de una condición inicial errónea, -300 cm de potencial en todo el perfil, se busca obtener estimados certeros de la dinámica “real” de la humedad, la cual resulta de la ejecución del propio modelo de simulación, pero adoptando una condición inicial de -50 cm. Las observaciones se obtienen perturbando los valores reales diarios del potencial en el primer nodo, apenas 1 cm, con un ruido gaussiano con media cero y una desviación del 10% del valor de la variable de estado. De modo similar son perturbados tanto los valores de los parámetros como los asociados a la condición de frontera (precipitación y evapotranspiración), de manera que la incertidumbre incorporada se ajuste en buena medida a la realidad práctica. El estudio evalúa el impacto que en la técnica de asimilación tiene el tamaño del conjunto que representa la distribución de la variable de estado. A pesar de los errores introducidos el método que considera un conjunto de 50 miembros es capaz, después de solo 10 asimilaciones, de proveer estimaciones del perfil de potenciales que prácticamente asemejan el perfil real de la variable. El estudio demuestra que incluso con 10 miembros el método es capaz de mejorar casi del mismo modo las estimaciones de la variable de estado. Por último se ilustran como parte del trabajo las ventajas que posee este método sobre otros análogos, evidenciando las enormes potencialidades para su introducción en el manejo hídrico de los suelos en Cuba.

Palabras clave: humedad de suelos, filtro de Kalman de Conjuntos, ecuación de Richard, incertidumbre.

ABSTRACT. The objective of this work is to show the performance of an Ensemble Kalman Filter, the most disseminated among the Monte-Carlo based filters, for improving the estimation of the soil moisture profiles, by assimilating of near surface measurements of this state variable in a model based on the Richards equation. As part of this general purpose we also show the impact of the size of the ensemble of the state variables on the assimilation efficiency. In this study we estimate the “actual” dynamics of a moisture profile, generated from a model realization using synthetic data, considering perturbed values of the inputs and parameters adopted in the “actual simulation”. The assimilated “measurements” are obtained by disturbing the actual daily value of pressure heads in the first node of the discretized profile. The application of the filtering tool with an ensemble size of 50 members allows retrieving the actual profile after only ten assimilations, despite of the high incorporated uncertainty. The study shows that the method is able of accurately predicting the actual moisture dynamics even with only ten members of the ensemble. The advantages of this method over other analogue ones, as well as the great capabilities for its introduction in the water management of Cuban soils are also depicted.

Keywords: soil moisture, Ensemble Kalman filter, Monte-Carlo method, Richard equation, uncertainty.

INTRODUCCIÓN

La humedad del suelo es una variable de estado fundamental en numerosos estudios relacionados con la agricultura, la hidrología, la meteorología y el medioambiente (Milly and

Dunne, 1994, Rodríguez-Iturbe y Porporato (2005), Vereecken et al., 2008). Juega un rol decisivo en la partición de la energía disponible en la superficie del suelo en intercambio de

calor sensible y latente con la atmósfera y en la partición de las precipitaciones en infiltración y escorrentía. Las prácticas de manejo agrícolas y el riego dependen en gran medida de la adecuada caracterización espacial y temporal de la humedad de los suelos. La humedad es también un factor de primer orden en la organización de los ecosistemas naturales y la biodiversidad.

El uso de modelos hidrológicos de simulación del agua en el suelo es una de las vías más empleadas para la estimación de esta variable. Sin embargo, las muy diversas formas de error que inevitablemente forman parte de la experimentación conllevan a que los modelos, por sí solos, tengan limitaciones a la hora de proveer estimaciones lo suficientemente precisas y seguras de la dinámica de la humedad, como para que tengan elevado valor práctico. De ahí que, para la simulación exitosa del flujo del agua en el suelo, se apele cada vez más a métodos que permitan una continua corrección de las predicciones del modelo con observaciones complementarias, ya sean directas o indirectas, de la variable de estado, cada vez más accesibles en la actualidad gracias al avance descomunal de técnicas de medición como los sensores remotos (Crow & Wood, 2003; Reichle and Koster, 2003; Reichle, 2008). Ello ha propiciado extender la aplicabilidad de las técnicas de asimilación en la hidrología. Por técnicas de asimilación de las observaciones se entiende la combinación de diversas fuentes de información, ya sea a partir de instrumentos de sensoramiento remoto, sensores establecidos en el terreno, o los propios modelos, para dar como resultado una mejor estimación de la variable de interés (McLaughlin, 2002; Liu & Gupta, 2007; Vereecken *et al.*, 2008).

Dentro de las disímiles técnicas de asimilación, el filtro de Kalman (Kalman, 1960), un algoritmo recursivo de procesamiento de datos, es la herramienta más comúnmente usada. El filtro provee estimaciones óptimas en modelos dinámicos, sustentado en la propagación en tiempo de un modelo del estado y una ecuación de observación relacionada con estos estados. Aunque limitada en un principio a modelos de tipo de lineal, la herramienta ha incrementado sustancialmente su versatilidad en aplicaciones no lineales mediante nuevas aproximaciones matemáticas.

Un trabajo que marcó pautas en esa dirección en el campo hidrológico fue el de Entekhabi *et al.* (1994), al establecer un mecanismo de asimilación de observaciones de humedad usando una técnica de asimilación en un modelo no lineal, usando una extensión del fundamento básico del filtro que se conoce como Filtro de Kalman Extendido (EKF). Este filtro se basa en una aproximación de orden uno en una expansión en series de Taylor de la ecuación de estado. Sin embargo, al EKF se le reconocen deficiencias notables, en particular su incapacidad de proveer adecuadas estimaciones cuando es considerable la no linealidad del modelo, así como lo inapropiado del método en aplicaciones a gran escala.

Aunque existen varios métodos que permiten afrontar con éxito el problema de la no linealidad de los modelos como el Filtro de Kalman Unscented (Julier *et al.*, 1995, Julier & Uhlmann, 2004), sin dudas los basados en aproximaciones de Montecarlo, y en particular el Filtro de Kalman de Conjuntos (EnKF, derivado de Ensemble Kalman Filter *en inglés*) (Evensen, 1994, 2003) son los que poseen mayor acogida en la comunidad científica (Reichle, 2008). Ello se debe en parte

a las potencialidades de estos métodos para sortear con éxito algunas de las deficiencias atribuibles al EKF.

Walker *et al.* (2001), partiendo de los supuestos de Entekhabi, *et al.* (1994), profundizaron en las entajas del Filtro de Kalman como herramienta de asimilación con relación a otras metodologías. Sin embargo, estos autores utilizaron un EKF a partir de una representación de la ecuación de Richards (Jury, 1991) mediante un esquema explícito en diferencias finitas, lo cual es comúnmente ineficiente. Otros autores han tomado como partida este trabajo y han demostrado las ventajas de otros métodos de asimilación, como el propio EnKF. No obstante, estos se basan en ejercicios sintéticos en el que se considera un flujo evaporativo constante por la frontera superior. Chirico *et al.* (2013), evaluaron varios de las versiones del Filtro de Kalman considerando un flujo variable en la frontera superior, en cambio no incorporan otras fuentes de incertidumbre en adición a la de las mediciones.

Este trabajo tiene por objetivo mostrar las potencialidades del EnKF para mejorar las estimaciones de la humedad en el perfil tomando como partida también un ejercicio sintético de modelación, pero considerando un flujo variable en la frontera superior, así como la condición de drenaje libre en la frontera inferior, lo cual confiere mayor complejidad al problema formulado originalmente por Entekhabi, *et al.* (1994), and Walker *et al.* (2001).

MÉTODOS

Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo recursivo que estima la dinámica de un sistema a partir de mediciones afectadas inevitablemente por un determinado error. La teoría básica ha sido diseñada para tratar con sistemas lineales (Kalman, 1960), no obstante algunas versiones han sido desarrolladas con el objetivo de extender este tipo de aplicaciones a sistemas no lineales. En el caso más general el sistema dinámico y las mediciones son descritas por dos ecuaciones discretizadas en el dominio temporal (van der Merwe, 2004)¹:

$$x_k = F_{k-1,k}(x_{k-1}, u_k) + v_{k-1} \quad (1)$$

$$y_k = H_k(x_k) + n_k \quad (2)$$

Donde: $F_{k-1,k}$ es el modelo dinámico, en este caso relacionado con el flujo del agua en el suelo, que propaga el vector de estados x en el tiempo, asumiendo pasos de tiempo discretos k ; u_k representa el vector de entrada exógeno (en nuestro caso las precipitaciones y la evapotranspiración), el cual se asume conocido. H_k es el modelo que relaciona la variable de estado x_k con la variable observada y_k . Se asume que el modelo dinámico está corrompido por un ruido aditivo gaussiano v_{k-1} con media cero y covarianza Q_{k-1} . De igual modo la ecuación de observaciones (Eq. 2) se asume corrompida por un ruido n_k con media cero y covarianza R_k .

Con respecto a la teoría Bayesiana general, el estado del sistema x_k evoluciona en el tiempo de acuerdo a un proceso

¹ VAN DER MERWE, R.: Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models, PhD dissertation, OGI School of Science and Engineering at Oregon Health and Science University, USA, 2004.

de Markov, con una densidad de probabilidad condicional $p(x_k|x_{k-1})$, especificada completamente por $F_{k-1,k}$ y la distribución del ruido del sistema $p(v_{k-1})$. Las observaciones y_k son generadas de acuerdo a la densidad de probabilidad condicional $p(y_k|x_k)$, a su vez especificado por H_k y la distribución del ruido de las observaciones $p(n_k)$.

El Filtro de Kalman provee estimaciones a posteriori de los primeros dos momentos de la distribución del estado, la media $\hat{x}_k = E[x_k]$, y la covarianza $P_k = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T]$, esta última equivalente a la matriz del error de covarianza, es decir, una medida de la seguridad con que son estimados los estados.

Tanto la media como la covarianza son calculados de acuerdo a dos diferentes fases: una fase predictiva y una fase de actualización o de análisis. Durante la fase predictiva se obtiene un estimado a priori de los dos primeros momentos de los estados \hat{x}_k^- y P_k^- a partir de la información disponible en el tiempo t_{k-1} .

La fase de actualización es activada en el momento que una nueva observación está disponible. En esta fase se obtiene una estimación actualizada de los estados \hat{x}_k mediante una combinación lineal del estimado a priori \hat{x}_k^- y el vector de innovaciones v_k , dado por la diferencia entre las observaciones reales y_k y la predicción a priori de estas observaciones \hat{y}_k^- :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - \hat{y}_k^-) \quad (3)$$

En la Eq. 3 el vector de innovaciones es sopesado a través de la matriz K_k , expresada como una función del valor esperado de la matriz de covarianza del error de predicción del estado y el error de predicción de la observación, $P_{xy,k}$, con el valor esperado de la matriz de auto-correlación de las innovaciones $P_{vv,k}$:

$$K_k = P_{xy,k} [P_{yy,k} + R_k]^{-1} \quad (4)$$

Siendo $P_{yy,k}$ la auto covarianza de las observaciones predichas.

El valor a posteriori de la matriz de covarianza P_k es estimado como sigue:

$$P_k = P_k^- - K_k P_{vv,k} K_k^T \quad (5)$$

Eq. (5) representa una expresión alternativa para la determinación del valor a posteriori la matriz de covarianza, a la comúnmente empleada $P_k = P_k^- - K_k H_k P_k^-$ (Julier and Uhlmann, 2004; van der Merwe, 2004), debido a que en esta última se asume que el operador de observación representado por la matriz H_k es lineal.

Filtro de Kalman de Conjuntos (EnKF)

El objetivo del filtro de Kalman no lineal consiste en calcular el valor esperado de la media y la covarianza de una variable aleatoria sometida a una transformación no lineal. Lo que distingue a un tipo de filtro no lineal de otro es la estrategia que se utiliza para la estimación de la covarianza de los errores implicados en el proceso.

El EnKF usa un conjunto de trayectorias del modelo aleatoriamente seleccionadas, a partir de las cuales se pueden estimar las covarianzas del error necesarias para su implementación (Evensen, 2003). De ahí el que se le considere como un filtro de Montecarlo. Este método no aproxima la ecuación del sistema dinámico y la de las observaciones, como sí hace el EKF, sino que usa el propio modelo no lineal y aproxima la distribución de la variable de estado. Es de igual modo relevante el hecho que en el EnKF la dinámica del error del sistema no se obtiene explícitamente mediante una ecuación para el cálculo de la covarianza. El EnKF propaga un conjunto de vectores de estado donde cada uno de ellos representa una realización aleatoria de acuerdo a una determinada distribución. Dado un conjunto de L miembros (posibles estados), el modelo no lineal es aplicado para cada uno de ellos como sigue:

$$x_{k,i}^- = F_{k-1,k}(x_{k-1,i}, u_k) + v_{k-1,i} \quad i = 1 \dots L \quad (6)$$

donde: $x_{k,i}^-$ es la predicción correspondiente al i -ésimo miembro del conjunto en el momento k y $x_{k-1,i}$ representa el valor del estado actualizado en el momento $k-1$. El vector $v_{k-1,i}$ representa the i -ésima columna de una matriz $N \times L$ matrix de perturbaciones generadas de acuerdo a una distribución gaussiana con media cero y covarianza Q_k . La media de la muestra y la covarianza pueden ser evaluadas de acuerdo a las expresiones:

$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L x_{k,i}^- \quad (7)$$

$$P_k^- = \frac{1}{L-1} \sum_{i=1}^L (x_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(x_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T \quad (8)$$

En la práctica el cálculo aproximado de la covarianza P_k^- no es requerido. La ganancia de Kalman es obtenida mediante la Eq. 4, después del cálculo de la covarianza cruzada entre los estados y las observaciones predichas $P_{xy,k}$ y la autocovarianza cruzada de las observaciones predichas $P_{yy,k}$:

$$P_{xy,k} = \frac{1}{L-1} \sum_{i=1}^L (x_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(y_{k,i}^- - H_k(\hat{x}_k^-))^T \quad (9)$$

$$P_{yy,k} = \frac{1}{L-1} \sum_{i=1}^L (y_{k,i}^- - H_k(\hat{x}_k^-))(y_{k,i}^- - H_k(\hat{x}_k^-))^T \quad (10)$$

$y_{k,i}^- = H_k(x_{k,i}^-)$ representa la i -ésima predicción de la observación en el tiempo k . Como parte de la implementación del método L vectores $y_{k,i}$ de observaciones perturbadas son derivadas a partir de la suma de perturbaciones $n_{k,i}$ ($n_{k,i} \in N(0, R_k)$, $i = 1 \dots L$) al valor nominal de y_k . El paso de actualización de los estados es definido como:

$$x_{k,i} = x_{k,i}^- + K_k (y_{k,i} - H_k(x_{k,i}^-)) \quad (11)$$

Después que el conjunto de análisis es generado, se retoma la propagación del modelo con lo cual se inicia un nuevo ciclo del algoritmo.

Modelo del flujo del agua

Este estudio evalúa la eficiencia de algoritmos de asimilación, mediante Filtro de Kalman, de valores de humedad y potencial hídrico en un modelo puntual de simulación del flujo del agua en suelos no saturados, basado en la ecuación de Richards (Richards, 1931):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial \left[K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right]}{\partial z} \quad (12)$$

donde: h es el potencial matricial, θ , es la humedad, $K(h)$ es la conductividad hidráulica ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$), y $C(h)$ se conoce como la capacidad hídrica. z y t representan la profundidad y el tiempo. Nótese que la ecuación de Richards se representa en este caso en función del potencial matricial. En el trabajo en ocasiones se maneja el término perfil de humedades, asumiendo que existe una relación unívoca entre humedad y potencial.

La curva de retención de humedad, que permite evaluar la relación entre la humedad y el potencial se caracterizó mediante la función analítica de van Genuchten (1980):

$$\theta(h) = \theta_{res} + \frac{\theta_{sat} - \theta_{res}}{\left(1 + |ah|^n \right)^{\frac{n-1}{n}}} \quad (13)$$

donde: θ_{sat} es el contenido de agua saturado ($\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$), θ_{res} es la humedad residual ($\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$) y α (cm^{-1}) y n (-) son parámetros empíricos de forma. Empleando esta relación, y aplicando la teoría de conductividad hidráulica de Mualem (1976), van Genuchten (1980) derivó también una función analítica para el cálculo de la conductividad hidráulica. Esta función (no mostrada para ganar en brevedad), ampliamente utilizada, es adoptada en este trabajo y puede ser consultada en infinidad de trabajos relacionados con la temática. θ_{sat} , θ_{res} , α , y n son parámetros de ajuste de estas ecuaciones que describen las propiedades hidráulicas del suelo. Un quinto parámetro es la conductividad hidráulica saturada, Ks , para describir la función conductividad.

Para la representación numérica de la ecuación de Richards se utilizó un esquema implícito en diferencias finitas similar al empleado en el modelo SWAP (van Dam, 2000). Los detalles de la representación pueden ser apreciados en este documento de tesis (van Dam, 2000)

Estudio sintético

En este trabajo se ilustra la capacidad del EnKF para mejorar la estimación del perfil de potenciales hídricos (equivalente a humedades) mediante la asimilación de valores de humedad superficial en el modelo de flujo de agua que considera un perfil de suelo de 100 cm discretizado usando 27 nodos. Mediante un modelo unidimensional se generaron, partiendo de datos sintéticos, valores “reales” de potencial mátrico correspondientes a 40 días de simulación.

Condiciones iniciales y de frontera

Las condiciones “reales” fueron obtenidas partiendo de los mismos perfiles de humedad usados por Entekhabi

et al. (1994), esto es, -50 cm de potencial constante en todo el perfil. Para ello se emplearon también los valores de los parámetros utilizados por estos autores, es decir: $\theta_s = 0,54 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$, $\theta_r = 0,20 \text{ cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$, $\alpha = 0,008 \text{ cm}^{-1}$, $n = 1,8$ y $Ks = 2,9 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$. Para complejizar el problema con relación al establecido por Entekhabi *et al.* (1994), luego retomado por Walker *et al.* (2001) y Camporese *et al.* (2008), se tomó como condición de frontera superior un flujo variable a partir de la generación estocástica de un patrón de lluvia, mediante una función exponencial de probabilidades, tal como lo hizo Rodríguez-Iturbe y Porporato (2005), de conjunto con una evapotranspiración constante de $4,5 \text{ mm} \cdot \text{día}^{-1}$. Aquellos autores asumieron un flujo evaporativo constante (sin considerar precipitaciones). La Figura 1 muestra el valor del potencial matricial “real” generado a los 5 cm de profundidad del suelo, tomando en consideración el patrón estocástico de precipitaciones que también se ilustra, durante los primeros 20 días de simulación. En este estudio se asumió la condición de “drenaje libre” como condición de frontera inferior, la cual equivale a un flujo igual al valor conductividad hidráulica en el nodo inferior. En el trabajo se asume que el potencial inicial estimado es igual a -500 cm, bien alejado del real.

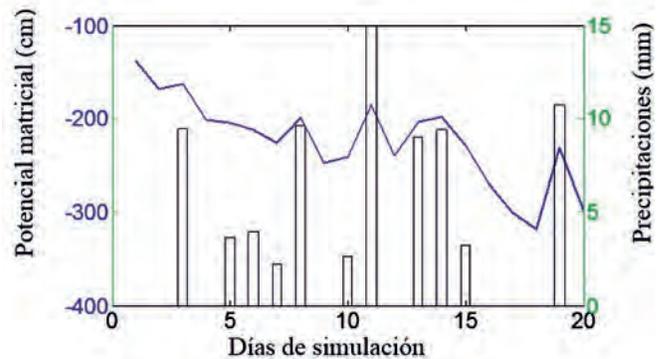


FIGURA 1. Valor del potencial matricial “real” a 5 cm de profundidad generado con el modelo de simulación durante los primeros 20 días tomando en consideración la distribución de precipitaciones que se muestra en la figura (barras).

Fuentes de error

La matriz de covarianza inicial de los estados P_k se asume igual a 10^3 cm^2 en la diagonal y cero en el resto. Esto implica un elevado valor de error inicial de cada estado y cero correlación entre estados. Del modo similar se asume que la desviación estándar del ruido del sistema v_k y el ruido de las observaciones n_k equivale al 10% del valor de las mismas. Una distinción fundamental de este trabajo con respecto a los estudios de Entekhabi *et al.* (1994) y Walker *et al.* (2001) es el tratamiento de otras fuentes de incertidumbre. En estos trabajos se asume que los valores de los parámetros y el flujo superficial se conocen con exactitud y solo se desconoce exactamente el valor de las mediciones, las cuales fueron generadas con un nivel determinado de error. En este trabajo, sin embargo, se muestra la potencialidad del EnKF para lidiar con un mayor grado de incertidumbre mediante la incorporación de perturbaciones tanto al valor

de los parámetros considerados reales (ver sección anterior), como a los valores de las condiciones de frontera. Es decir, se parte de que se quiere estimar el valor de la humedad en el perfil reconociendo que en cada una de las variables que se miden existe un error intrínseco. Es por ello en lugar de trabajar con los parámetros y los valores de precipitación y evapotranspiración “reales”, a cada uno de estas variables se aplicó una perturbación, consistente generalmente en un error gaussiano con media cero y desviación estándar igual al 10% del valor de la variable. Así por ejemplo, si la lluvia “real” fue de 10 mm, en el algoritmo asume 10 más un número aleatorio generado considerando una distribución normal con media cero y desviación 1. En el caso de la conductividad hidráulica saturada se generó un error teniendo en cuenta una distribución logarítmica de los mismos, lo cual se apega más a la realidad. También de este modo fue perturbado el flujo en la frontera inferior, teniendo en cuenta la condición adoptada.

La asimilación consideró el valor de humedad “real” del primer nodo, pero también perturbado con un ruido gaussiano de media cero y varianza igual al 10% de este valor real. En el estudio se asume que las mediciones están disponibles cada cinco días.

Para facilitar las comparaciones se obtiene en el trabajo la evolución de los perfiles empleando solamente el modelo (sin asimilación) a partir del perfil inicial erróneo. Los valores adoptados de los parámetros y de la condición de frontera en este caso se asumen considerando la media del conjunto de los valores perturbados aleatoriamente.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 2 ilustra la evolución de los perfiles estimados usando EnKF, considerando un conjunto aleatorio de 50 miembros después de 2, 4, 8 y 10 días, en comparación con el perfil real y el que toma en cuenta solo el modelo con un estado inicial erróneo con valores de parámetros y condiciones de frontera sometidos a una determinada perturbación.

Como se puede apreciar, prácticamente a los 10 días el perfil estimado con el EnKF es similar al perfil “real”. Nótese como, a pesar de las grandes variaciones de la variable de estado a lo largo del perfil, (por ejemplo a los 2 y 4 días de las simulaciones), la herramienta es capaz de proveer estimaciones estables de la humedad.

La Figura 3 muestra el desempeño del EnKF considerando solo un conjunto de vectores de estado de solo 10 miembros, en lugar de 50. En este caso se aprecia que, incluso con un número considerablemente menor de miembros que de estados (27), el algoritmo es capaz de predecir adecuadamente el perfil real de potenciales. Las diferencias entre el perfil de potenciales estimados con el modelo (sin asimilación) en la Figuras 1 y 2 se debe a que como los valores adoptados de los parámetros y de la condición de frontera se asumen considerando la media del conjunto de los valores perturbados aleatoriamente, estos no coinciden en cada caso.

Una ventaja del filtro es que es fácilmente paralelizable, lo cual es de vital importancia en aplicaciones de una

gran dimensión. Es decir, cada una de las trayectorias del modelo, de acuerdo al número de miembros del conjunto describiendo la distribución de la variable de estado, se puede ejecutar por separado, en diferentes computadoras o clusters, y después combinar en el paso de análisis. Con ello se ahorra un tiempo considerable. En este trabajo el tiempo de corrida del algoritmo usando un conjunto de 10 miembros es aproximadamente cuatro veces menor que el que usa 50.

Otra ventaja marcada es las posibilidades en cuanto al tratamiento de la incertidumbre. Normalmente en la experimentación el investigador conoce el error con que se miden las variables que participan en la modelación y la manera en que se distribuyen probabilísticamente. Esa información es fácilmente incorporada de manera explícita en el filtro, como se ha hecho en este estudio, con la ventaja de una respuesta más segura de la respuesta del modelo a cada una de las fuentes de incertidumbre. Aunque este tipo de análisis se puede llevar a cabo también con otras versiones del filtro de Kalman, como la versión estándar (KF), o el Filtro del Kalman Extendido (EKF), su implementación es más complicada, menos directa. Con el Filtro de Kalman Unscented (UKF) también la incorporación de la información relativa a la incertidumbre es explícita como con el EnKF, pero ciertamente un poco más engorrosa.

Una potencialidad adicional del método, no explorada en el trabajo, es la posibilidad de llevar a cabo una estimación simultánea de estados y parámetros al mismo tiempo. Una de las dificultades mayores en la modelación de la dinámica de la humedad es la elevada variabilidad espacial y temporal de las propiedades hidráulicas de los suelos, lo que hace prácticamente imposible disponer de información precisa sobre las mismas en áreas de interés. Es por ello es frecuente disponer de parámetros sesgados que dan lugar también a informaciones sesgadas sobre la dinámica de la humedad. De ahí la importancia de disponer de herramientas que permitan proveer estimaciones seguras de la variable de estado minimizando al mismo tiempo la incertidumbre de los parámetros. Moradkhani *et al.* (2005) evidencian claramente el desempeño favorable del EnKF dual, como se le suele llamar.

Entre los inconvenientes del método de halla el que asume que la distribución de los errores del sistema es gaussiana, lo cual no siempre se ajusta a la realidad. Otra dificultad es que no existe un método capaz de predecir cuál es el número mínimo de miembros que debe tener el conjunto de estados.

Para un análisis más robusto del método la Tabla 1 muestra los valores mínimo, medio y máximo del módulo del error medio EM así como de la raíz del error cuadrático medio (RMSE) de los perfiles de potencial estimados asumiendo valores iniciales de la variable de estado entre -100 cm y -2 000 cm, cada -50 cm, después de 40 días de simulaciones. El EM se obtiene como la media en el perfil de las diferencias entre los valores estimados y los reales. El RSME, se obtiene como la raíz de la suma al cuadrado de las diferencias entre valores estimados y reales dividida por el número de estados (o de nodos) menos uno.

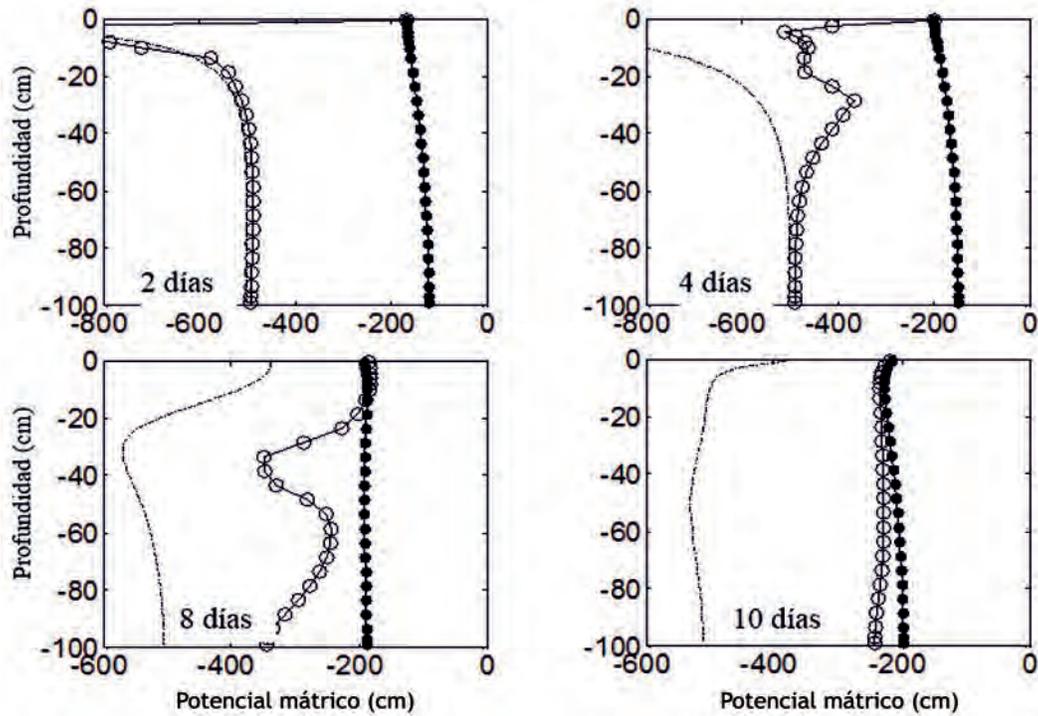


FIGURA 2. Comparación entre el perfil de potenciales “real” (círculos rellenos), el que toma en cuenta solo el modelo (línea discontinua) y el estimado mediante el EnKF (círculos no rellenos) empleando un conjunto de 50 miembros a partir de asimilaciones diarias de la humedad en el nodo superior, después de 2, 4, 8 y 10 días de simulación.

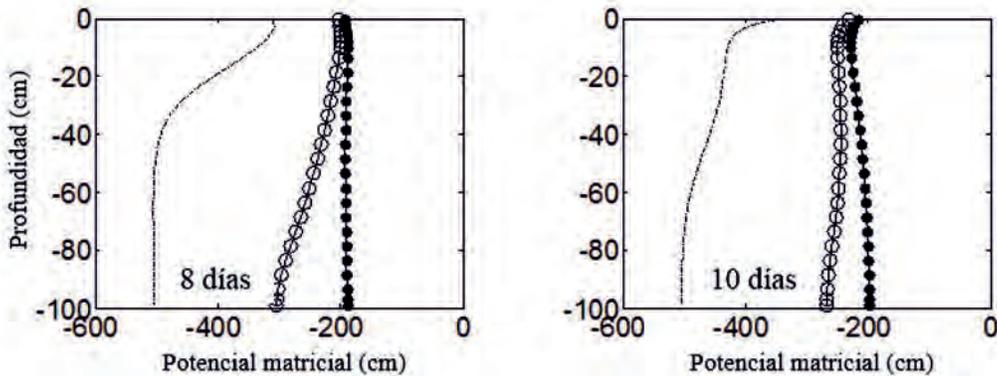


FIGURA 3. Comparación entre el perfil de potenciales “real” (círculos rellenos), el que toma en cuenta solo el modelo (línea discontinua) así como el estimado mediante el EnKF (círculos no rellenos) a partir de asimilaciones diarias de la humedad en el nodo superior empleando un conjunto de 10 miembros, después de 8 y 10 días de simulación.

TABLA 1. Valores mínimo, medio y máximo del módulo del error medio EM así como de la raíz del error cuadrático medio (RMSE) de los perfiles de potencial estimados asumiendo valores iniciales de la variable de estado entre -100 cm y -2000 cm, cada -50 cm, después de 40 días de simulaciones para tamaños de conjunto de 50 y 10 miembros

<i>L</i>	ME (cm)			RMSE (cm)		
	Mínimo	Medio	Máximo	Mínimo	Medio	Máximo
50	0,01	2,59	5,81	0,42	3,12	6,83
10	0,08	5,87	20,41	2,58	6,77	20,65

Como se puede apreciar, a pesar de la tremenda incertidumbre considerada en la condición inicial con respecto al valor real del potencial inicial (-50 cm), el EnKF con un conjunto de 50 miembros permite obtener en todos los casos suficiente seguridad en las estimaciones, con un RMSE máximo de 6,83 cm. El empleo de un tamaño del conjunto de 10 miembros

no siempre garantiza, en cambio, que al cabo de los 40 días de simulaciones las estimaciones sean lo suficientemente seguras. 20 cm, el valor aproximado máximo del módulo del error medio y el RMSE, representa alrededor del 6% del valor medio de la variable de estado al momento de la comparación. Es por ende un error relativamente grande.

CONCLUSIONES

- El filtro de Kalman de Conjuntos (EnKF) demuestra ser una herramienta muy útil para la estimación de la dinámica de la humedad de los suelos. Mediante un experimento sintético este estudio evidencia las potencialidades del método para, a pesar de la considerable incertidumbre incorporada en el ejercicio de simulación, obtener estimaciones de gran precisión y seguridad del perfil real de humedades. A partir de asimilaciones diarias de la humedad representativa del primer centímetro de suelos y asumiendo un conjunto de 50 miembros para la representación de la distribución de la variable de estado, el método es capaz de prácticamente replicar el perfil real de potenciales matriciales a los 10 días de comenzadas

las simulaciones. Incluso reduciendo considerablemente el tamaño del conjunto a 10 el método reproduce adecuadamente el comportamiento de la variable de estado pasado ese tiempo. Dentro de las ventajas del método se pueden citar: (i) lo fácil de su implementación, (ii) la capacidad de propagar los términos de covarianza sin la necesidad de emplear una expresión analítica, (iii) las potencialidades, casi inigualables, para tratar explícitamente los distintos tipos de incertidumbre y (iv) aunque no evidenciado en este trabajo, dentro de las distintas versiones del Filtro de Kalman el EnKF resulta el mejor dotado para el uso en aplicaciones a gran escala. Dada la probada utilidad del método técnica sea puesta en función del mejoramiento del manejo hídrico de los suelos en Cuba.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CAMPORESE, M., PANICONI, C., PUTTI, M. AND SALANDIN, P.: "Ensemble Kalman filter data assimilation for a process based catchment scale model of surface and subsurface flow", *Water Resour. Res.*, ISSN: 0043-1397, doi: 10.1029/2008WR007031, 45, W10421, 2009.
- CROW, W. & WOOD, E.: "The assimilation of remotely sensed soil brightness temperature imagery into a land surface model using ensemble Kalman filtering: a case study based on ESTAR measurements during SGP97, Adv", *Water Resour.*, ISSN: 0097-8078, 26:137-49, 2003.
- CHIRICO, G.B., MEDINA, H., & ROMANO, N.: "Kalman filters for assimilating near-surface observations in the Richards equation. I: Retrieving state profiles with linear and nonlinear numerical schemes", *Hydrol. and Earth Sys. Sci.*, ISSN: 1027-5606, Aceptada (2013-474), 2013.
- ENTEKHABI, D., NAKAMURA, H., & NJOKU, E. G.: "Solving the inverse problem for soil moisture and temperature profiles by sequential assimilation of multifrequency remote sensed observations", *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, ISSN: 0196-2892, 32 (2), 438-448, 1994.
- ENTEKHABI, D., RODRÍGUEZ-ITURBE, I., & CASTELLI, F.: "Mutual interaction of soil moisture state and atmospheric processes", *J. Hydrol.*, ISSN: 0022-1694, 184, 3-17, 1996.
- EVENSEN, G.: "Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics", *J. Geophys. Res.*, ISSN: 0148-0227, 99, 10143-62, 1994.
- EVENSEN, G.: "The ensemble Kalman filter: Theoretical formulation and practical implementation", *Ocean Dyn.*, ISSN: 1616-7341, 53, 343-367, 2003.
- JULIER, S. J., UHLMANN, J. K., & DURRANT-WHYTE, H. F.: "A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators", *IEEE Trans. Automat. Control*, ISSN: 0018-9286, 45: 477-482, 2000.
- JULIER, S., J. & UHLMANN, J. K.: "Unscented filtering and nonlinear estimation", *Proceedings of the IEEE*, <http://dx.doi.org/10.1109/JPROC.2003.823141>, 92 (3), 401-422, 2004.
- JURY, W. A., GARDNER, W. R., AND GARDNER, W. H.: *Soil Physics*, 5th ed., John Wiley, New York, ISBN, 04-7183-108-5, NY, USA, 1991.
- KALMAN, R. E.: "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", *ASME J. Basic Eng.*, ISSN: 82D: 35-45, 1960.
- LIU, Y. & GUPTA H. V.: "Uncertainty in hydrologic modeling: Toward an integrated data assimilation framework", *Water Resour. Res.*, ISSN: 0043-1397, 43, W07401, doi: 10.1029/2006WR005756, 2007.
- MCLAUGHLIN, D. B.: "An integrated approach to hydrologic data assimilation: Interpolation, smoothing, and filtering Adv.", *Water Resour.*, ISSN: 0097-8078, 25, 1275-1286, 2002.
- MILLY, P. C. & DUNNE, K. A.: "Sensitivity of the global water cycle to the water-holding capacity of land", *J. Clim.*, ISSN: 0894-8755, 7 (4), 506-526, 1994.
- REICHLE, R. H. AND KOSTER, R. D.: "Assessing the impact of horizontal error correlations in background fields on soil moisture estimation", *Journal of Hydrometeorology*, ISSN: 1525-755X, 4 (6), 1229-1242, 2003.
- REICHLE, R. H.: "Data assimilation methods in the Earth sciences", *Advances in Water Resources*, ISSN: 0309-1708, 31, 1411-1418, 2008.
- RODRIGUEZ-ITURBE, I. & PORPORATO, A.: *Ecohydrology of Water-Controlled Ecosystems: Soil Moisture and Plant Dynamics*, ISBN 05-2181-943-1, Cambridge University Press, USA, 2005.
- VAN DAM, J.C.: *Field-scale water flow and solute transport, SWAP model concepts, parameter estimation and case studies*, Doctoral Thesis Wageningen University. ISBN 90-5808-256-3, Holland, 2000.
- VERECKEN, H., HUISMAN, J. A., BOGENA, H., VANDERBORGHT, J., VRUGT, J. A., & HOPMANS, J. W.: "On the value of soil moisture measurements in vadose zone hydrology: A review," *Water Resour. Res.*, ISSN: 0043-1397, doi: 10.1029/2008WR006829, 44: W00D06, 2008.
- WALKER, J. P., WILLGOOSE G. R., AND KALMA, J. D.: "One-dimensional soil moisture profile retrieval by assimilation of near-surface observations: a comparison of retrieval algorithms", *Adv. Water Resour.*, ISSN: 0097-8078, 24, 631-650, 2001.