



Adjustment of the plastic parameters of the Extended Drucker Prager model for the simulation of the mechanical response of a clayey soil (Vertisol)

Ajuste de los parámetros plásticos del modelo de Drucker Prager Extendido para la simulación de la respuesta mecánica de un suelo de textura arcillosa (Vertisol)

Dr.C. Alain Ariel de la Rosa Andino^I; M.Sc. Patricio Rubén Alcocer Quinteros^{II}, Dr.C. Omar González Cueto^{III}, Dr.C. Alberto Masaguer Rodríguez^{IV}, Dr.C. Miguel Herrera Suárez^V

^I Universidad de Granma. Dpto. de Ciencias Técnicas, Bayamo, Granma, Cuba.

^{II} Universidad Técnica de Quevedo, Facultad de Ciencias de la Ingeniería, Quevedo, Ecuador.

^{III} Universidad Central de Las Villas. Dpto. Mecanización Agropecuaria, Santa Clara, Villa Clara, Cuba.

^{IV} Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica de Ingenieros Agrónomos, Departamento de Producción Agraria, Madrid. España.

^V Universidad Técnica de Manabí, Departamento de Ingeniería Agrícola, Portoviejo, Manabí, Ecuador.

ABSTRACT. This research work was carried out with the aim of adjusting the constitutive parameters of the Extended Drucker-Prager (EDP) model which defines the phase of plastic deformation of soil in the simulation of the mechanical response of clayey soil (Vertisol). The stress-strain curve is divided into two parts and two equations describing its path were obtained. Initial data were consistent with the experimentally determined data. Starting from these results, the approximate values of both the internal friction angle of the fault plane of the Extended Drucker-Prager model, as well as the angle of dilatancy were searched out. Finally the optimum values of these angles were estimated, reducing errors in the predictions of the EDP model below 4.35% and turning this model adequate for simulating the mechanical response of the soil object of investigation.

Keywords: constitutive model, plastic deformation, adjustment of curves.

RESUMEN. El presente trabajo se realizó con el objetivo de ajustar los parámetros constitutivos del modelo de Drucker-Prager Extendido (DPE) que definen la fase de deformación plástica del suelo en la simulación de la respuesta mecánica de un suelo de textura arcillosa (Vertisol). La curva esfuerzo-deformación se dividió en dos partes y se buscaron dos ecuaciones que describen su trayectoria. Los datos iniciales se correspondieron con los datos determinados experimentalmente. A partir de estos se buscarán los valores aproximados tanto del ángulo de fricción interna del plano de falla del modelo de Drucker-Prager Extendido, así como, el ángulo de dilatancia. Finalmente se estimaron los valores óptimos de estos ángulos, disminuyendo los errores en las predicciones del modelo DPE por debajo del 4,35% haciéndolo adecuado para la simulación de la respuesta mecánica del suelo investigado.

Palabras clave: modelo constitutivo, deformación plástica, ajuste de curvas.

INTRODUCTION

The constitutive model of Extended Drucker-Prager has been widely used in research related to computer simulation of the mechanical response of agricultural soils, the tire-soil

INTRODUCCIÓN

El modelo constitutivo de Drucker-Prager Extendido ha sido ampliamente utilizado en investigaciones relacionadas con la simulación computacional de la respuesta mecánica de los suelos

¹ JAFARI, R.; T. TAVAKOLI; S. MINAEI & M. H. RAOUFAT: Large deformation modeling in soil-tillage tool interaction using advanced 3D nonlinear finite element approach. En: Proceedings of the 6th WSEAS International Conference on Simulation, Modelling and Optimization, September 22-24 pp. 6, Lisbon, Portugal. 2006

interaction and soil-turning plow (Xiang & Jin, 2004; Jafari *et al.*, 2006; Davoudi *et al.*, 2008; Herrera *et al.*, 2008, 2013; Yu *et al.*, 2008; Xia, 2011; González *et al.*, 2012, 2013; Armin *et al.*, 2014; Ibrahmi *et al.*, 2014; Moslem & Hossein, 2014). Its use is primarily because it takes into account the flow rules, considering that the soil can flow associated or non-associated to the yield surface. In addition, this model allows predicting changes of tensions resulting from deformation by soil softening or hardening, it appears implemented in most commercial software used in the simulation by the finite element method, requiring only six parameters as input data, which may be determined by conventional assays in mechanic of soils laboratories.

However, Egil & Risnes (2001); Xiang & Jin (2004); Helwany (2007), Yin *et al.* (2009), SIMULIA (2008a) report that this model presents a limitation or restriction on values of friction angle under 22 degree, if the convexity is assured. This limitation makes it inconsistent for friction angle values greater than 22 degree, when setting the parameters of Drucker-Prager to Mohr-Coulomb, which will be reflected in the accuracy of predictions. On the other hand, Colmenares & Zoback (2002), Al-Ajmi & Zimmerman (2006), Herrera *et al.* (2008), Alejano & Bobet (2012), concluded, by comparing the experimental data with predictions, that the model of Drucker-Prager tends to overestimate the diverters efforts. Other researchers like Otarawanna *et al.* (2004), Grujicic *et al.* (2009) report that the assumption of the associated flow rule leads to excessive dilation¹.

In Cuba it has been used by Herrera *et al.* (2008) in the simulation of the mechanical response of a clay soil (Oxisol)², and in modeling the compaction caused by the traffic of agricultural vehicle tires over these same soils. Both authors found the model Drucker-Prager Extended suitable to simulate these phenomena, although errors in predictions ranged from 9,66 to 22,97% (Herrera *et al.*, 2008) and 9,6 to 19,15%², depending on the level of soil moisture and density. These authors report that the model has some inaccuracies unable to represent the soil brittle failure and stress changes. In an analysis using the Drucker-Prager model in a sandy soil the angle of dilatancy has great influence in predicting diverters efforts once the soil begins to plastically flow. This effect is closely related to the density and angle of internal friction, as these properties relate to dilatancy. Given the foregoing the present work was aimed adjusting constitutive model parameters Drucker-Prager Extended defining the phase of plastic deformation of soil in simulating the mechanical response of clayey soil.

agrícolas, la interacción neumático-suelo y de la interacción suelo-apero de labranza (Xiang y Jin, 2004; Jafari *et al.*, 2006; Davoudi *et al.*, 2008; Herrera *et al.*, 2008, 2013; Yu *et al.*, 2008; Xia, 2011; González *et al.*, 2012, 2013; Armin *et al.*, 2014; Ibrahmi *et al.*, 2014; Moslem y Hossein, 2014). Su utilización se debe fundamentalmente a que el mismo toma en cuenta las reglas de flujo, considerando que el suelo puede fluir de manera asociada o no asociada a la superficie de fluencia, además este modelo es capaz de predecir los cambios de tensiones producto de la deformación por ablandamiento o endurecimiento del suelo, apareciendo implementado en la mayoría de los software comerciales empleados en la simulación mediante el método de elementos finitos, necesitando solamente seis parámetros como datos de entrada, los cuales pueden ser determinados a través de los ensayos convencionales en laboratorios de mecánica de suelos.

Sin embargo, Egil y Risnes (2001); Xiang y Jin (2004); Helwany (2007), Yin *et al.* (2009), SIMULIA (2008a) refieren que este modelo presenta una limitación o restricción a valores del ángulo de fricción menores de 22 grados, si la convexidad es asegurada. Esta limitación lo hace inconsistente para valores del ángulo de fricción mayores de 22 grados, a la hora de ajustar los parámetros de Drucker-Prager a los de Mohr-Coulomb lo que se reflejará en la exactitud de las predicciones. Por otro lado, Colmenares y Zoback (2002), Al-Ajmi y Zimmerman (2006), Herrera *et al.* (2008), Alejano y Bobet (2012), concluyeron, al comparar los datos experimentales con las predicciones, que el modelo de Drucker-Prager tiende a sobre predecir los esfuerzos desviadores. Otros investigadores como Otarawanna *et al.* (2004), Grujicic *et al.* (2009), reportan que la asunción de la regla de flujo asociada conlleva a excesiva dilatación¹.

En Cuba ha sido utilizado por Herrera *et al.* (2008) en la simulación de la respuesta mecánica de un suelo arcilloso (Oxisol)², en la modelación de la compactación provocada por el tráfico de neumáticos de los vehículos agrícolas sobre estos mismos suelos, encontrando ambos autores al modelo Drucker-Prager Extendido adecuado para simular estos fenómenos, aunque los errores en las predicciones oscilaron de 9,66 a 22,97% (Herrera *et al.*, 2008) y de 9,6 a 19,15%², según el nivel de humedad y densidad del suelo. Dichos autores refieren que el modelo presenta algunas imprecisiones al no poder representar la falla frágil del suelo y los cambios de tensiones. Al realizar un análisis usando el modelo Drucker-Prager en un suelo arenoso el ángulo de dilatancia tiene gran influencia en la predicción de los esfuerzos desviadores una vez que el suelo comienza a fluir plásticamente. Este efecto estará estrechamente relacionado a la densidad y al ángulo de fricción interna, pues estas propiedades guardan relación con la dilatancia. Para magnitudes superiores las predicciones no fueron buenas. Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente el presente trabajo tuvo como objetivo ajustar los parámetros constitutivos del modelo de Drucker-Prager Extendido que definen la fase de deformación plástica del suelo durante la simulación de la respuesta mecánica de

¹ GONZÁLEZ, C. O.: Modelación de la compactación provocada por el tráfico de neumáticos, de los vehículos agrícolas, en suelos en condiciones de laboratorio. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas Agropecuarias, 123pp., Doctor en Ciencias, Centro de Mecanización Agropecuaria, Universidad Agraria de La Habana "Fructuoso Rodríguez", La Habana, 2011.

² CHACÓN, I.A.: Vis/NIR spectroscopic measurement of selected fertility parameters of Cuban agricultural soils, Faculteit Bio-ingenieurswetenschappe, Katholieke Universiteit Leuven, Tesis en opción al grado de Doctor in de Bio-ingenieurswetenschappen, 143 p., 2013.

METHODS

Drucker-Prager Extended Model

In this investigation the soil was considered as an elastoplastic material. So the yield criterion used was the Linear Drucker-Prager one, and it is written as:

$$F = t - p \cdot \tan(\beta) - d \tag{1}$$

Where:

F = the yield function, t = diverting stresses given by Equation (3), p = the diverting stress given in Equation (2), β = the angle of internal friction of Drucker-Prager, and d = the cohesion of the material.

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \tag{2}$$

$$t = \frac{1}{2}q \left[1 + \frac{1}{K} - \left(1 - \frac{1}{K} \right) \left(\frac{r}{q} \right)^3 \right] \tag{3}$$

Where:

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3) \tag{4}$$

$$r^3 = -(\sigma_1 - \sigma_3)^3 \tag{5}$$

Where:

K , is the coefficient relating diverting efforts obtained in triaxial extension with those obtained in triaxial compression ($0.788 \leq K \leq 1$); when $K = 1$, $t = q$, which means that the yield surface is the circle of Von Mises represented in the plane of deviatory stress (Figure 1); σ_1 , σ_2 and σ_3 are compressive stresses in the triaxial test, and r is the third invariant of the deviatory efforts.

The potential of plastic flow in the Linear Extended Drucker-Prager Model is expressed as shown in equation 6.

$$G_f = t - p \tan \psi \tag{6}$$

un suelo de textura arcillosa.

MÉTODOS

Modelo de Drucker-Prager Extendido

En esta investigación el suelo fue considerado como un material elastoplástico, por lo que criterio de fluencia utilizado fue el de Drucker-Prager lineal y se escribe como:

$$F = t - p \cdot \tan(\beta) - d \tag{1}$$

Donde: F = es la función de fluencia, t = los esfuerzos desviadores dados en por la ecuación (3), p = es el esfuerzo desviador dado en la ecuación (2), β = es el ángulo de fricción interna de Drucker-Prager y d = es la cohesión del material.

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \tag{2}$$

$$t = \frac{1}{2}q \left[1 + \frac{1}{K} - \left(1 - \frac{1}{K} \right) \left(\frac{r}{q} \right)^3 \right] \tag{3}$$

donde:

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3) \tag{4}$$

$$r^3 = -(\sigma_1 - \sigma_3)^3 \tag{5}$$

donde: K es el coeficiente que relaciona los esfuerzos desviadores obtenidos en compresión triaxial con los obtenidos en triaxial compresión ($0,788 \leq K \leq 1$); cuando $K=1$, entonces $t=q$, lo cual implica que la superficie de fluencia es el círculo de Von Mises representado en el plano de las tensiones desviadoras (Figura 1); r , es la tercera invariante de los esfuerzos desviadores y σ_1 , σ_2 y σ_3 son las tensiones máximas, intermedias y mínimas, respectivamente. En el ensayo de compresión triaxial ($\sigma_2 = \sigma_3$).

El potencial de flujo plástico en el modelo de Drucker-Prager Extendido lineal se expresa como lo indica la ecuación (6).

$$G_f = t - p \tan \psi \tag{6}$$

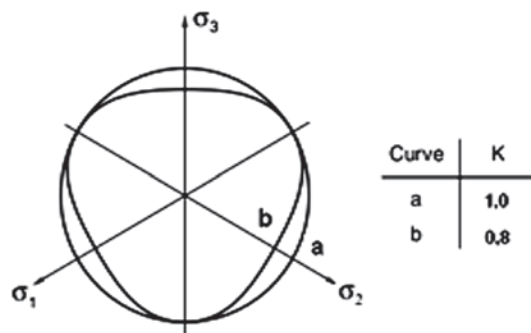


FIGURE 1. Yield surfaces of the linear model in the plane of deviatory stresses (SIMULIA, 2008b).
 FIGURA 1. Superficies de fluencia del modelo lineal en el plano de las tensiones desviadoras (SIMULIA, 2008b).

Where:

G_f - is the potential of plastic flow,
 ψ - dilatancy angle in the plane $p - t$.

In the case of granular materials such as soil, not associated flow rule $\psi < \beta$ is applied; the soil does not flow in the normal direction to the yield surface (Figure 2).

Associated flow rule is applied to establish that $\psi = \beta$, where the soil flows to normal direction of the yield surface. When the angle of dilatancy takes value $\psi = 0$, inelastic deformation is incompressible. However; if it takes a value greater than zero $\psi = 0$ the soil expands.

donde:

G_f - es el potencial de flujo plástico,
 ψ - ángulo de dilatancia en el plano $p - t$.

En el caso de materiales granulares como el suelo se aplica la regla de flujo no asociada $\psi < \beta$, el suelo no fluye en la dirección normal a la superficie de fluencia (Figura 2).

La regla de flujo asociada se aplica al establecer que $\psi = \beta$, donde el suelo fluye en dirección normal a la superficie de fluencia. Cuando el ángulo de dilatancia toma valor $\psi = 0$, no hay deformación; sin embargo, si toma un valor mayor que cero $\psi = 0$, el suelo se dilata.

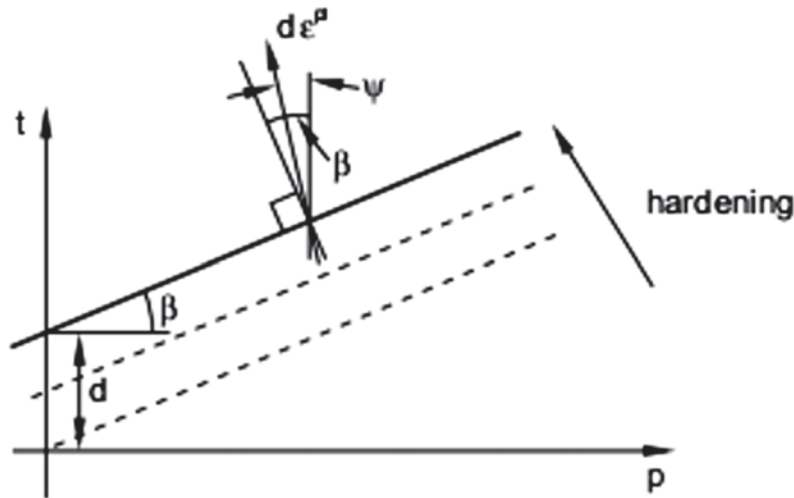


FIGURE 2. Yield surface and flow direction of the Linear Extended Drucker-Prager Model in the linear plane $p-t$ (SIMULIA, 2008b).
 FIGURA 2. Superficie de fluencia y dirección de flujo del modelo de Drucker-Prager Extendido lineal en el plano $p-t$ (SIMULIA, 2008b).

Properties and parameters required by DruckerPrager's Extended constitutive model

The mechanical properties and constitutive parameters were taken from the realized investigations by de la Rosa *et al.* (2011), de la Rosa & Herrera (2013).

Virtual model implementation

The process of the implementation of the model in computational tool ABAQUS CAE 6.8-1 appears described in research by de la Rosa *et al.* (2013). The simulation comprised nine humidity and soil density defined during experimentation, guaranteeing checking the validity of the model of Drucker Prager Extended to predict the mechanical response of soil at different levels of moisture and density. In total 54 simulations were performed to evaluate the different configurations that can take the model, considering the soil as a dilatant materials ($\psi = \beta$) or not dilatant ($\psi = 0$), taking the coefficient that relates the deflecting efforts the following values $K = 0,80$; $K = \text{calculated}$; $K = 1$.

Method used for the adjustment of parameters

The method of approximation of nonlinear functions or curve fitting Levenberg-Marquardt was used to adapt the constitutive Extended Drucker-Prager Model. This one is a widely

Propiedades y parámetros del suelo requeridos por el modelo constitutivo de Drucker Prager Extendido

Las propiedades mecánicas y parámetros constitutivos requeridos como datos de entrada se tomaron de las investigaciones realizadas por de la Rosa *et al.* (2011), de la Rosa y Herrera (2013).

Implementación del modelo virtual

El procedimiento de la implementación del modelo en la herramienta computacional ABAQUS CAE 6.8-1 aparece descrito en la investigación realizada por de la Rosa *et al.* (2013). La simulación comprendió las nueve condiciones de humedad y densidad del suelo definidas durante la experimentación. En total se realizaron 54 simulaciones evaluando las diferentes configuraciones que puede tomar el modelo, considerando al suelo como un material dilatante ($\psi = \beta$) o no dilatante ($\psi = 0$), tomando el coeficiente que relaciona los esfuerzos desviadores los siguientes valores $K = 0,80$; $K = \text{calculado}$; $K = 1$.

Método utilizado para el ajuste de los parámetros

Para el ajuste de los parámetros relacionados con la fase de deformación plástica del modelo constitutivo de Drucker-Prager Extendido, se utilizó el método de aproximación de funciones

used method for estimating variables in different study fields such as in estimating soil moisture rainforest (Truong-Loi *et al.*, 2015). Levenberg (1944), Marquardt (1963), Moré (1978), report that this adjustment method is actually a combination of two methods of minimization: the method of gradient descent and the Gauss-Newton method.

The Drucker-Prager (β) failure plane angle dominates the trajectory of the diverting efforts once the soil begins to deform plastically (Figure 3), from the yield stress up to it reaches the breakage stress. The dilatancy angle (ψ) defines the path of the deviatory efforts when the soil reaches its breaking stress.

no lineales o de ajuste de curvas de Levenberg-Marquardt. Este es un método muy utilizado para la estimación de variables en diferentes campos estudios como por ejemplo en la estimación de la humedad del suelo de bosques tropicales (Truong-Loi *et al.*, 2015). Levenberg (1944), Marquardt (1963), Moré (1978), refieren que este método de ajuste es realmente una combinación de dos métodos de minimización: el método de la pendiente del gradiente y el método de Gauss-Newton.

Como el ángulo del plano de falla de Drucker-Prager (β) domina la trayectoria de los esfuerzos desviadores una vez que el suelo comienza a deformarse plásticamente (Figura 3), desde la tensión de fluencia hasta la tensión de rotura. El ángulo de dilatancia (ψ) define la trayectoria de los esfuerzos desviadores una vez que el suelo alcanza la tensión de rotura.

La curva esfuerzo-deformación se dividió en dos partes y se buscaron ecuaciones que describen su trayectoria. Para el

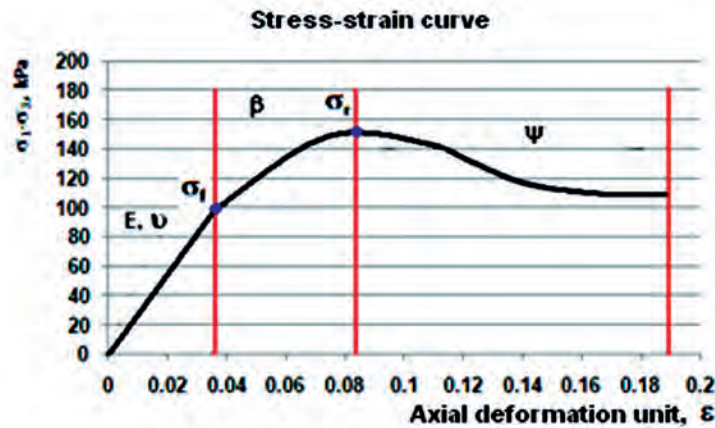


FIGURE 3. Effort-deformation curve.
FIGURA 3. Curva esfuerzo-deformación.

The effort-deformation curve was divided into two parts, and equations describing its trajectory were sought. For the particular case of this study the method was programmed in Matchad software, version 14.0.

Initial data from of these two parameters correspond to the experimentally determined data. From this on, the approximate values of both the internal friction angle of the failure plane for the Extended Drucker-Prager Model, and the angle of dilatancy, will be calculated.

The value of the coefficient affecting the angle of friction of Drucker-Prager (β) depends on the type of failure that describes this curve, as it is shown in the equations 7 and 8.

For the plastic failure, where a well-defined break point was seen, and the soil was plastically deformed by hardening, the equation would be:

$$\sigma_1 - \sigma_{3_{pred}} = \sigma_1 - \sigma_{3_{exp}}^{0.00483 \cdot \beta} \quad (7)$$

For the plastic failure, where a well-defined break point was not seen, and the soil was plastically deformed by softening, the equation would be:

$$\sigma_1 - \sigma_{3_{pred}} = \sigma_1 - \sigma_{3_{exp}}^{0.28 \cdot \beta} \quad (8)$$

caso particular de este estudio el método fue programado en el software Matchad versión 14.0.

Los datos iniciales de estos dos parámetros se corresponden con los datos determinados experimentalmente. A partir de éstos se buscarán los valores aproximados tanto del ángulo de fricción interna del plano de falla del modelo de Drucker-Prager Extendido, así como, el ángulo de dilatancia.

El valor del coeficiente que afecta el ángulo de fricción de Drucker-Prager (β) está en función del tipo de falla que describa esta curva, como se aprecia en las ecuaciones 7 y 8.

Para falla plástica, donde se observó un punto de rotura bien definido y el suelo se deformó plásticamente por endurecimiento, la ecuación sería:

$$\sigma_1 - \sigma_{3_{pred}} = \sigma_1 - \sigma_{3_{exp}}^{0.00483 \cdot \beta} \quad (7)$$

Para falla plástica, donde no se observó un punto de rotura bien definido y el suelo se deformó plásticamente por ablandamiento, la ecuación sería:

$$\sigma_1 - \sigma_{3_{pred}} = \sigma_1 - \sigma_{3_{exp}}^{0.28 \cdot \beta} \quad (8)$$

De igual forma se determinó el valor del ángulo de dilatancia (ψ) que satisface la exactitud en las predicciones. (ecuaciones 9 y 10).

Likewise, the value of dilatancy angle (ψ) was determined satisfying the accuracy in predictions (equations 9 and 10).

For the plastic failure, where a well-defined break point was observed, and soil was plastically deformed by softening, the equation would be:

$$\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_{3_{pred}} = \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_{3_{exp}}^{0.25\psi} \quad (9)$$

For plastic failure, where no well-defined break point was observed, and the soil was plastically deformed by tightening, the equation would be:

$$\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_{3_{pred}} = \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_{3_{exp}}^{0.44\psi} \quad (10)$$

An example of the approximate distribution of the exponential functions, depending on the internal friction angle of Drucker-Prager and on dilatancy (equation 7, 8, 9, and 10), is shown in Figure 4; it is shown that a suitable approximation of the predicted values in respect to the experimental ones, is reached for both the plastic failure (where a well-defined break point deformed by softening was observed), and the plastic failure deformed by hardening (where a well-defined break point was not observed).

Para falla plástica, donde se observó un punto de rotura bien definido y el suelo se deforma plásticamente por ablandamiento, la ecuación, sería:

$$\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_{3_{pred}} = \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_{3_{exp}}^{0.25\psi}$$

(9)

Para falla plástica, donde no se observó un punto de rotura bien definido y el suelo se deforma plásticamente por endurecimiento, la ecuación, sería:

$$\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_{3_{pred}} = \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_{3_{exp}}^{0.44\psi}$$

(10)

En la Figura 4, se muestra un ejemplo de la distribución aproximada de las funciones exponenciales dependientes del ángulo de fricción interna de Drucker Prager y dilatancia (ecuación 7, 8, 9 y 10); mostrando que en ambos casos se logra una adecuada aproximación de los valores predichos respecto a los experimentales, tanto para la falla plástica donde se observó un punto de rotura bien definido deformándose por ablandamiento, como para la falla plástica donde no se observó un punto de rotura bien definido, deformándose por endurecimiento.

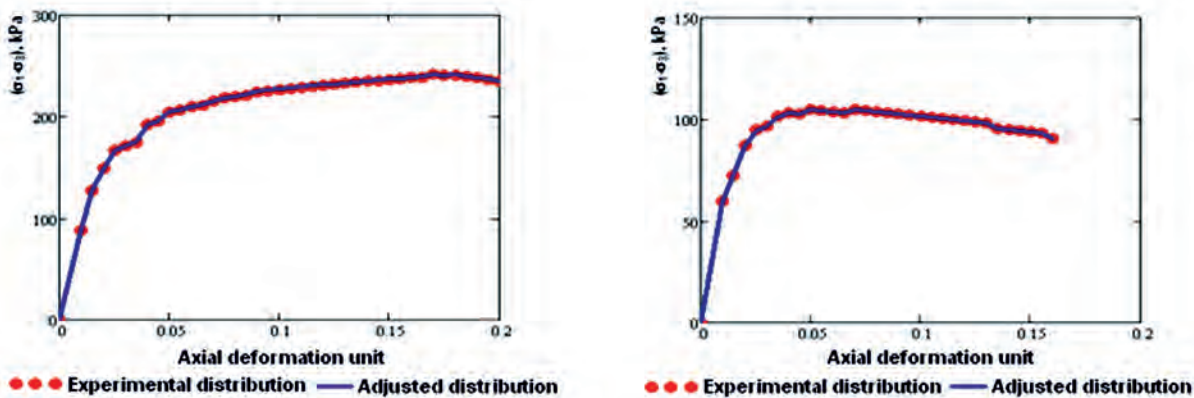


FIGURE 4. Approximation of functions to determine the angle of internal friction of Drucker-Prager. a) Plastic failure with deformation by hardening $w = 27\%$, $\gamma_d = 1,05 \text{ g cm}^{-3}$; b) Plastic failure with deformation by softening $w = 51\%$, $\gamma_d = 1,09 \text{ g cm}^{-3}$.

FIGURA 4. Aproximación de las funciones para determinar el ángulo de fricción interna de Drucker Prager. a) Falla plástica con deformación por endurecimiento $w = 27\%$, $\gamma_d = 1,05 \text{ g cm}^{-3}$; b) Falla plástica con deformación por ablandamiento $w = 51\%$, $\gamma_d = 1,09 \text{ g cm}^{-3}$.

RESULTS AND DISCUSSION

Adjust of the plastic parameters of DruckerPrager's Extended model

In the case of internal friction angle of Drucker-Prager a nonlinear relationship was found that allows correlating the values of the angle of internal friction of the soil (ϕ) with the estimated angle (β_{est}) from the function approximation, so the relationship implemented in ABAQUS to relate the frictional parameters of Drucker-Prager criterion with the ones of Mohr-Coulomb. The adjusted model graph is shown in Figure 5a. In the case of dilatancy angle a polynomial relationship was obtained, allowing correlating the levels of dilatancy angle (ψ_{est}) with the friction angle of

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Ajuste de los parámetros plásticos del modelo de Drucker Prager Extendido

Para el caso del ángulo de fricción interna de Drucker-Prager se encontró una relación no lineal que permite correlacionar los valores del ángulo de fricción interna del suelo (ϕ) con el ángulo estimado (β_{est}) a partir de la aproximación de funciones, redefiniendo la relación implementada en ABAQUS para relacionar los parámetros friccionales del criterio de Drucker-Prager con los de Mohr-Coulomb. El gráfico del modelo ajustado se observa en la Figura 5a. Para el caso de del ángulo de dilatancia se obtuvo una relación polinomial, lo que permitió correlacionar los valores del ángulo de dilatancia

Mohr-Coulomb (ϕ). The graph of the model can be seen in Figure 5b. Both models are considered moderately good, because the values of the determination coefficient ranged from 84,60 to 90,00% ².

(ψ_{est}) del modelo se puede observar en la Figura 5b. Ambos modelos son considerados moderadamente buenos, pues los valores del coeficiente de determinación oscilaron de 84,60 a 90,00% ².

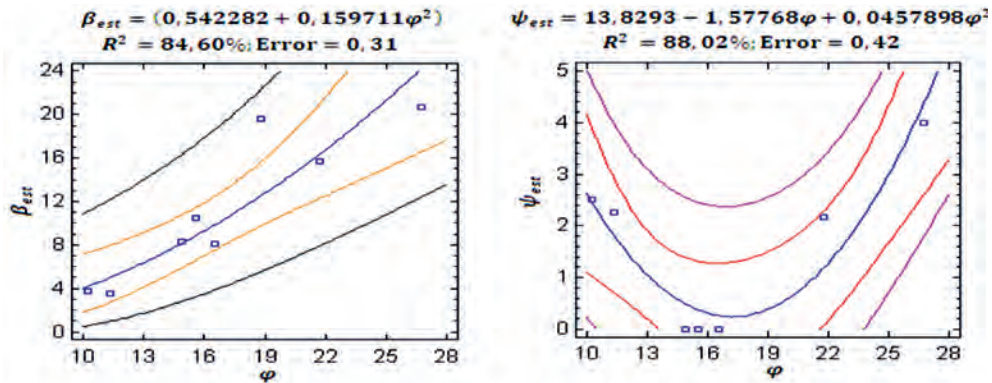


FIGURE 5. Graph of the adjusted model for β_{est} and ψ_{est} .
 FIGURA 5. Gráfico de modelo ajustado para β_{est} y ψ_{est} .

After determining the optimal values of the parameters related to the stage of plastic deformation of the Extended Drucker-Prager Model, the next step was the checking of the adjustments made to the constitutive parameters of the Extended Drucker-Prager Model.

Determinados los valores óptimos de los parámetros relacionados con la fase de deformación plástica del modelo Drucker-Prager Extendido, se pasó a la etapa de comprobación de las adecuaciones realizadas a los parámetros constitutivos del modelo de Drucker-Prager Extendido.

In the case where the moisture content was near the plastic limit, and the soil exhibited a plastic failure with hardening (Figure 6a) it could be seen that the Extended Drucker-Prager Model is able to predict accuracy of deviatory efforts in both the elastic and plastic phases, once the adequacy of its parameters is done. A decreased mean absolute error (MAE) from 12,68 to 1,86% was achieved (Table 1).

Para el caso donde el contenido de humedad estuvo cerca del límite plástico y el suelo exhibió una falla plástica con endurecimiento (Figura 6a), se aprecia que el modelo de Drucker-Prager Extendido, una vez realizada la adecuación de sus parámetros, es capaz de predecir con exactitud los esfuerzos desviadores tanto en la fase elástica como plástica, lográndose una disminución del error medio absoluto (EMA) de un 12,68 a 1,86%, (Tabla 1).

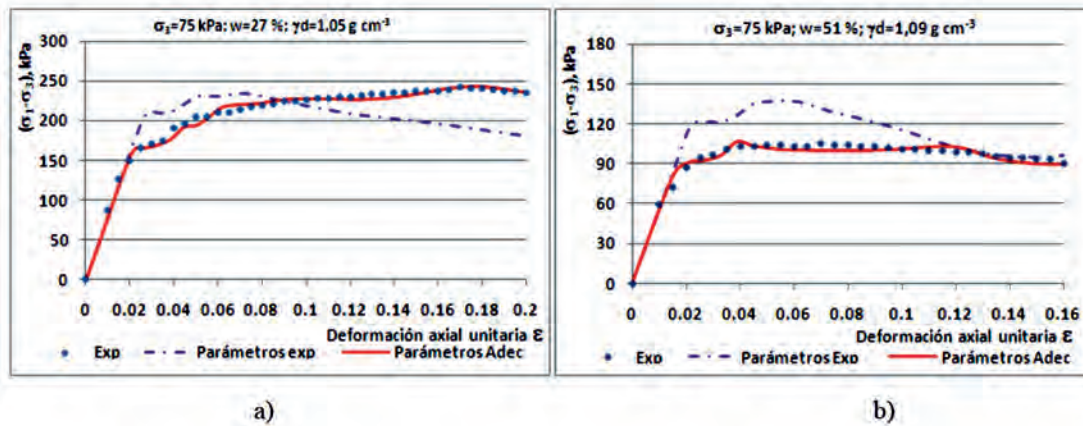


FIGURE 6. Stress-strain curves of the soil. a) $w = 27\%$ y $\gamma_d = 1,05 \text{ g cm}^{-3}$; b) $w = 51\%$ y $\gamma_d = 1,09 \text{ g cm}^{-3}$.
 FIGURA 6. Curvas esfuerzo-deformación del suelo. a) $w = 27\%$ y $\gamma_d = 1,05 \text{ g cm}^{-3}$; b) $w = 51\%$ y $\gamma_d = 1,09 \text{ g cm}^{-3}$.

TABLE 1. Values of the angles of internal friction and dilatancy; statistics of Kolmogorov-Smirnov and MAE
 TABLA 1. Valores de los ángulos de fricción interna y dilatancia, estadísticos Kolmogorov-Smirnov y EMA

w_s , (%)	γ_d , ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)	Experimental parameters	P value	MAE, (%)	Adequacy parameters	P value	MAE, (%)
27	1,05	$\beta = 46,63$; $K = 0,8$; $\psi = 46,63$	0,01	12,68	$\beta = 20,71$; $K = 0,8$; $\psi = 4$	0,75	1,86

w, (%)	γ_d (g·cm ⁻³)	Experimental parameters	P _{value}	MAE, (%)	Adequacy parameters	P _{value}	MAE, (%)
51	1,09	$\beta = 22,85; K = 0,88;$ $\psi = 22,85$	$7,45 \cdot 10^{-7}$	15,42	$\beta = 3,571; K = 0,88;$ $\psi = 2,27$	0,25	2,98
40	1,05	$\beta = 20,74; K = 1;$ $\psi = 20,74$	$2,40 \cdot 10^{-5}$	12,73	$\beta = 3,704; K = 1;$ $\psi = 2,50$	0,90	2,37
50	0,90	$\beta = 13,66; K = 0,8;$ $\psi = 13,66$	0,00	23,39	$\beta = 3,66; K = 0,8;$ $\psi = 0$	0,40	4,35
33	1,10	$\beta = 19,62; K = 0,8;$ $\psi = 19,62$	$6,14 \cdot 10^{-9}$	10,88	$\beta = 19,60; K = 0,8;$ $\psi = 5$	0,16	3,45
34	0,99	$\beta = 32,14; K = 0,8;$ $\psi = 32,14$	0,001	14,60	$\beta = 8,14; K = 0,8;$ $\psi = 0$	0,05	3,97
34	1,05	$\beta = 30,52; K = 1;$ $\psi = 30,52$	0,008	8,58	$\beta = 10,52; K = 1;$ $\psi = 0$	0,73	2,49
34	1,04	$\beta = 29,31; K = 0,8;$ $\psi = 29,31$	0,17	9,12	$\beta = 8,31; K = 0,8;$ $\psi = 0$	0,16	3,43
21	1,19	$\beta = 40,17; K = 0,8;$ $\psi = 40,17$	$5,25 \cdot 10^{-8}$	16,70	$\beta = 15,17; K = 0,8;$ $\psi = 2,17$	0,27	3,32

When the moisture content exceeded the limit of adhesion, and the soil showed a plastic softening failure (Figure 6b), it was observed that the model is able to predict the mechanical response of the soil for the entire range of deformation. Similarly, when the soil exhibited a plastic hardening failure, a decreased of the mean absolute error (MAE) from 15,42 to 2,98% was achieved (Table 1).

The lower value of the error was reached when the content of moisture was 27% and the density 1.05 g cm⁻³ (dry and loose soil). Here the soil exhibited a hardening plastic failure. On the other hand; the statistical analysis showed no statistically significant differences between experimental distributions and those predicted through simulation (Table 1); since the P_{value} for the cases under study was P_{value} ≥ 0,05.

CONCLUSIONS

- The constitutive parameters of the Extended Drucker-Prager Model that define friction and dilatancy of soil in the phase of plastic deformation were adapted, and there was achieved a reduction of errors below 4,35% was achieved.
- The adaptations made to the constitutive parameters of the Extended of Drucker-Prager Model by means of the function approximation method of Levenberg-Marquardt, made possible to accurately predict the mechanical response of Vertisol, regardless of their state of moisture, densification, and the type of failure the soil shows.

Cuando el contenido de humedad fue superior al límite de adherencia y el suelo mostró una falla plástica por ablandamiento (Figura 6b), se observó que el modelo es capaz de predecir la respuesta mecánica del suelo para todo el intervalo de deformación. De igual forma, que cuando el suelo exhibió una falla plástica por endurecimiento, se logró una disminución del error medio absoluto (EMA) de un 15,42 a 2,98%, (Tabla 1).

El menor valor del error se alcanzó cuando el contenido de humedad fue del 27% y la densidad de 1,05 g·cm⁻³ (suelo seco y suelto), donde el suelo exhibió una falla plástica por endurecimiento. Por otro lado, el análisis estadístico mostró que no existen diferencias estadísticamente significativas entre las distribuciones experimentales y las predichas mediante la simulación (Tabla 1); pues el P_{valor} para los casos en estudio es P_{valor} ≥ 0,05.

CONCLUSIONES

- Se ajustaron los parámetros constitutivos del modelo de Drucker-Prager Extendido que definen la fricción y la dilatación del suelo en la fase de deformación plástica logrando una reducción de los errores por debajo del 4,35%.
- El ajuste realizado a los parámetros constitutivos del modelo de Drucker-Prager Extendido mediante el método de aproximación de funciones de Levenberg-Marquardt posibilitaron predecir con exactitud la respuesta mecánica de Vertisol con independencia de su estado de humedad, densificación, así como del tipo de falla que exhiba.

REFERENCES / REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AL-AJMI, A.M.; ZIMMERMAN, R.W.: "Stability analysis of vertical boreholes using the Mogi-Coulomb failure criterion", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 43(8): 1200-1211, diciembre de 2006, ISSN: 1365-1609, DOI: 10.1016/j.ijrmms.2006.04.001.

ALEJANO, L.R.; BOBET, A.: "Drucker-Prager Criterion", [en línea], En: Ulusay, R. (ed.), The ISRM Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 2007-2014, Ed. Springer International Publishing, pp. 247-252, DOI: 10.1007/978-3-319-07713-0_22, 2012, ISBN: 978-3-319-07712-3, Disponible en: http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-07713-0_22, [Consulta: 23 de mayo de 2016].

ARMIN, A.; FOTOUHI, R.; SZYSZKOWSKI, W.: "On the FE modeling of soil-blade interaction in tillage operations", Finite Elements in Analysis and Design, 92: 1-11, diciembre de 2014, ISSN: 0168-874X, DOI: 10.1016/j.finel.2014.07.004.

COLMENARES, L.B.; ZOBACK, M.D.: "A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 39(6): 695-729, septiembre de 2002, ISSN: 1365-1609, DOI: 10.1016/S1365-1609(02)00048-5.

- DAVOUDI, S.; ALIMARDANI, R.; KEYHANI, A.; ATARNEJAD, R.: "A two dimensional finite element analysis of a plane tillage tool in soil using a non-linear elastoplastic model", *American-Eurasian Journal of Agricultural & Environmental Sciences*, 3(3): 498-505, 2008, ISSN: 1818-6769, 1990-4053.
- DE LA ROSA, A.A.A.; HERRERA, S.M.; GONZÁLEZ, C.O.: "Propiedades macroestructurales de un Vertisuelo requeridas para la simulación computacional de la interacción suelo-apero de labranza mediante el Método de Elementos Finitos (MEF)", *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, ISSN: 2071-0054, 20(2): 56-59, 2011.
- DE LA ROSA, A.A.A.; HERRERA, S.M.; GONZÁLEZ, C.O.; BENÍTEZ, L.L.V.; CALZADA, P.I.; GARCÍA, P.L.: "Evaluación de la validez del modelo constitutivo Drucker Prager Extendido para la simulación de la respuesta mecánica de un Vertisol de la región central de Cuba", *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, ISSN: 2071-0054, 22(1): 27-35, marzo de 2013.
- DE LA ROSA, A.A.; HERRERA, S.C.: "Influencia del estado de humedad y densificación en las propiedades macroestructurales de un Vertisol en tres niveles de profundidad", *Revista de la Facultad de Agronomía*, ISSN: 0378-7818, 30(1): 33-52, 2013.
- EGIL, F.R.; RISNES, R.: "Application of Three Dimensional Failure Criteria on High-Porosity Chalk", [en línea], En: *Proceedings of the 6th Nordic Symposium on Petrophysics*, Ed. *Nordic Energy Research Programme-Norwegian U. of Science and Technology*, Trondheim, Norway, pp. 15-16, 2001, Disponible en: http://www.ipt.ntnu.no/nordic/Papers/6th_Nordic_Flatebo.pdf, [Consulta: 23 de mayo de 2016].
- GONZÁLEZ, C.O.; HERRERA, S.M.; IGLESIAS, C.C.E.; DIEGO, N.F.; URRIOLAGOITIA, S.G.; HERNÁNDEZ, G.L.H.: "Modelo en elementos finitos de la interacción neumático-suelo", *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, (4): 664-671, 2012, ISSN: 2007-9230.
- GONZÁLEZ, C.O.; IGLESIAS, C.C.E.; RECAREY, M.C.A.; URRIOLAGOITIA, S.G.; HERNÁNDEZ, G.L.H.; URRIOLAGOITIA, C.G.; HERRERA, S.M.: "Three dimensional finite element model of soil compaction caused by agricultural tire traffic", *Computers and Electronics in Agriculture*, 99: 146-152, noviembre de 2013, ISSN: 0168-1699, DOI: 10.1016/j.compag.2013.08.026.
- GRUJICIC, M.; HE, T.; PANDURANGAN, B.; BELL, W.C.; CHEESEMAN, B.A.; ROY, W.N.; SKAGGS, R.R.: "Development, parameterization, and validation of a visco-plastic material model for sand with different levels of water saturation", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials Design and Applications*, 223(2): 63-81, 1 de abril de 2009, ISSN: 1464-4207, 2041-3076, DOI: 10.1243/14644207JMDA237.
- HELWANY, S.: *Applied Soil Mechanics with ABAQUS Applications*, Ed. John Wiley & Sons, 402 p., 16 de marzo de 2007, ISBN: 978-0-471-79107-2.
- HERRERA, S.M.; GONZÁLEZ, C.O.; NAVA, F.D.; RUIZ, V.J.; LÓPEZ, B.E.; IGLESIAS, C.C.E.: "Simulation of the soil mechanical behavior in the soil tillage tool interface", *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, (69): 77-88, diciembre de 2013, ISSN: 0120-6230.
- HERRERA, S.M.; IGLESIAS, C.C.E.; GONZÁLEZ, C.O.; LÓPEZ, B.E.; SÁNCHEZ, I.Á.: "Simulación mediante el Método de Elementos Finitos de la respuesta mecánica de un Oxisol", *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 17(2): 55-61, 2008, ISSN: 1010-2760, 2071-0054.
- IBRAHMI, A.; BENTAHAR, H.; MAALEJ, A.: "Soil-blade orientation effect on tillage forces determined by 3D finite element models", *Spanish Journal of Agricultural Research*, 12(4): 941-951, 10 de octubre de 2014, ISSN: 2171-9292, DOI: 10.5424/sjar/2014124-5766.
- JAFARI, R.; TAVAKOLI, T.; MINAEI, S.; RAOUFAT, M.H.: "Large deformation modeling in soil-tillage tool interaction using advanced 3D nonlinear finite element approach", [en línea], En: *Madureira, A.M. (ed.), 6th WSEAS International Conference on Simulation, Modelling and Optimization*, Ed. *World Scientific and Engineering Academy and Society, Lisbon, Portugal*, p. 6, OCLC: 255720013, 2006, ISBN: 960-8457-53-X, Disponible en: <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2006lisbon/smo/index.htm>, [Consulta: 1 de junio de 2016].
- LEVENBERG, K.: "A method for the solution of certain non-linear problems in least squares", *Quarterly of Applied Mathematics*, 2(2): 164-168, 1944, ISSN: 0033-569X.
- MARQUARDT, D.W.: "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters", *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2): 431-441, junio de 1963, ISSN: 0368-4245, 2168-3484, DOI: 10.1137/0111030.
- MORÉ, J.J.: "The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory", [en línea], En: *Watson, G.A. (ed.), Numerical Analysis*, ser. *Lecture Notes in Mathematics*, no. ser. 630, Ed. Springer Berlin Heidelberg, pp. 105-116, DOI: 10.1007/BFb0067700, 1978, ISBN: 978-3-540-08538-6, Disponible en: <http://link.springer.com/chapter/10.1007/BFb0067700>, [Consulta: 23 de mayo de 2016].
- MOSLEM, N.; HOSSEIN, G.: "Numerical simulation of tire/soil interaction using a verified 3D finite element model", *Journal of Central South University*, 21(2): 817-821, 21 de febrero de 2014, ISSN: 2095-2899, 2227-5223, DOI: 10.1007/s11771-014-2005-5.
- OTARAWANNA, S.; MANONUKUL, A.; CARMAL, J.: "Modelling of metal powder compaction using the modified Drucker-Prager cap model", [en línea], En: *Proceedings of the 18 Mechanical Engineering Network of Thailand Conference*, Ed. Department of Mechanical Engineer Prince of Songkla University, Thailand, pp. 315-321, 2004, Disponible en: http://tsme.org/ME_NETT/ME_NETT18/fullpaper/amm/AMM52.pdf, [Consulta: 23 de mayo de 2016].
- PTC: *Mathcad*, [en línea], (Versión 14.0), [Windows], Ed. Parametric Technology Corporation (PTC), United State of America, 2007, Disponible en: http://support.ptc.com/support/mathcad_downloads.htm.
- SIMULIA: *Abaqus Analysis User's Manual*. Version 6.8, [en línea], Ed. Dassault Systèmes Simulia Corp., vol. III, Providence, RI, USA, 647 p., 2008a, Disponible en: <http://www.pdfdrive.net/abaqus-analysis-users-manual-vol3-e6117226.html>, [Consulta: 7 de julio de 2016].
- SIMULIA: *Abaqus Theory Manual*. Version 6.8, [en línea], Ed. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 1176 p., 2008b, Disponible en: <http://130.149.89.49:2080/v6.8/books/hhp/default.htm?startat=pt02ch03.html>, [Consulta: 7 de julio de 2016].
- TRUONG-LOÍ, M.L.; SAATCHI, S.; JARUWATANADILOK, S.: "Soil Moisture Estimation Under Tropical Forests Using UHF Radar Polarimetry", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 53(4): 1718-1727, abril de 2015, ISSN: 0196-2892, DOI: 10.1109/TGRS.2014.2346656.
- XIA, K.: "Finite element modeling of tire/terrain interaction: Application to predicting soil compaction and tire mobility", *Journal of Terramechanics*, ISSN:0022-4898, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jterra.2010.05.001>, 48(2): 113-123, 2011.
- XIANG-R. Z.; JIN-C. W.: "Introduction to partly soil models in ABAQUS Software and their application to the geotechnical engineering", *Rock and Soil Mechanics*, DOI: 25(2): 145-148, 2004.
- YIN, L.; S. KAU y L. JIE: "Application of Mohr-Coulomb equivalent area yield criterion to slope stability analysis", *Journal of Geodesy and Geodynamics*, ISSN:1671-5942, 29(1): 135-139, 2009.
- YU, L.; J. LIU; X. J. KONG y Y. HU: "Three-dimensional RITSS large displacement finite element method for penetration of foundations into soil", *Computers and Geotechnics*, ISSN:0266-352X, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.comgeo.2007.08.007>, 35(3): 372-382, 2008.

Received: 27/11/2015.

Approved: 03/06/2016.

Alain Ariel de la Rosa Andino, Prof. Auxiliar, Universidad de Granma. Dpto. de Ciencias Técnicas, Bayamo, Granma. CP: 85100. E-mail: arosaa@udg.co.cu

Patricio Rubén Alcocer Quinteros, E-mail: arosaa@udg.co.cu

Omar González Cueto, E-mail: omar@uclv.edu.cu

Alberto Masaguer Rodríguez, E-mail: arosaa@udg.co.cu

Miguel Herrera Suárez, E-mail: miguelhs2000@yahoo.com