



REVIEW | REVISIÓN

# Mathematical and Experimental Models for the Analysis of Solar Seed Drying

## *Modelos matemáticos y experimentales para el análisis del secado solar de semillas*

Ing. Pedro Luis Collazo-Abreu<sup>I</sup>, Dr.C. Yanoy Morejón-Mesa<sup>II</sup>, Dr.C. Lucia Fernández-Chuairey<sup>II</sup>,  
Dr.C. Yasser Vázquez-Alfonso<sup>III</sup>

<sup>I</sup> Empresa de Informática y Comunicaciones del Ministerio de la Agricultura (EICMA), La Habana, Cuba.

<sup>II</sup> Universidad Agraria de La Habana, Facultad de Ciencias Técnicas, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba.

<sup>III</sup> Universidad de La Habana, Facultad de Turismo, La Habana, Cuba.

**ABSTRACT.** Solar crops drying as a process has currently become a decisive factor to improve the efficiency in the industrial, residential and farm sectors. Given its considerable importance, different researchers have proposed and developed a great number of theoretical and experimental models to predict the drying kinetics of the process, including the machine and the product. In the use of solar thermic driers, there have been great advances on developing models; however, the major part of these works has concentrated in driers of industrial scale. The unified models that allow predicting temperature profiles and moisture content for many types of crops, using handmade driers to small scales have been less applied. It has been mainly due to the wide diversity of products and the big differences between the existing processes. The purpose of this research is offering a panoramic about the state of the art related to models and present the basic theoretical foundations to develop a model for solar seed drying.

**Keywords:** solar drying, mathematical models, seeds.

**RESUMEN.** El secado solar de productos agrícolas es un factor decisivo para mejorar la eficiencia en los sectores industrial, residencial y rural. Dada la significativa importancia que este reviste, disímiles investigadores han planteado y desarrollado gran cantidad de modelos teóricos y experimentales. Estos buscan predecir de forma general la cinética de secado del proceso incluyendo la máquina y el producto. En el uso de secadores solares térmicos se han logrado grandes avances en el desarrollo de modelos, sin embargo, la mayoría de estos trabajos se ha centrado en secadores a escalas industriales. Los modelos unificados que permiten predecir los perfiles de temperatura y humedad para diversos tipos de semillas, empleando secadores artesanales a pequeñas escalas se han aplicado menos. Ello está dado fundamentalmente por la amplia diversidad de productos y las grandes diferencias entre los procesos existentes. El propósito de esta revisión es brindar un análisis sobre los fundamentos teóricos relativos a modelos, tanto matemáticos como experimentales, utilizados en la actualidad para simular procesos de secado solar de semillas. Además, se proponen y describen los fundamentos teóricos básicos a desarrollar en un modelo para este proceso.

**Palabras clave:** secado solar, modelación matemática, semillas.

## INTRODUCTION

The drying process is used as a method to increase the shelf life of products, as removing water prevents the reproduction of microorganisms and reduces the volume of the product and that facilitates the storage and transport of them. The most known types of drying are drying by natural convection, by radiation, by forced convection, by refractive

## INTRODUCCIÓN

El proceso de secado se emplea como un método de aumento de la vida útil de los productos, ya que al retirar el agua se evita la reproducción de microorganismos y se reduce el volumen del producto, lo que facilita el almacenamiento y transporte del mismo. Los tipos de secado más conocidos son: secado por convección natural, por radiación, por convección forzada, por

window and by spray. Depending on the product to be dried and the economic conditions, the most appropriate drying type to be implemented is selected.

In that sense, solar thermal drying is a highly profitable alternative in the exploitation of renewable energy sources, characterized by its high energetic, economic, social and ecological potential. This contributes to protect the environment by avoiding equivalent emissions of CO<sub>2</sub>, nitrogen oxides and sulfur, since it reduces or replaces the consumption of electricity and fossil fuels (Bergues, 2002; Bergues *et al.*, 2008).

At the same time, the drying of seeds can be carried out under conditions easily attainable by solar drying. In order to solve some of these problems, the application of solar technology must go through the obligatory steps of kinetic studies for drying in the prototype to be considered and the economic study of the solar drying process behavior versus conventional variants under equal conditions and in nominal operating conditions.

For this purpose, facilities and machines are used. They are divided into industrial and manufactured. The former are characterized by high production capacities, high costs and, mainly, the use of conventional sources of energy. The latter are characterized by low productive capacities, low costs and their possibility of use alternative sources of energy, making them useful for small farmers and for the development of sustainable agriculture (Domínguez *et al.*, 2015).

Solar drying is a viable alternative for drying in developing countries, where outdoor drying is the most widely used method of conservation by small farmers (Purohit *et al.*, 2006). Taking into account that a high percentage of these do not have access to the electricity grid, and the use of fossil fuel energy has not been feasible due to costs, an efficient alternative of drying their products is the use of renewable energy such as the one previously discussed.

Small-scale and low-temperature dryers are developed taking into account their implementation in tropical and subtropical regions (Esper and Mühlbauer, 1998). There are economic, social, environmental and cultural factors that are relevant in the design of drying technologies (Purohit *et al.*, 2006). Based on the above, it is necessary to know and improve the current process of solar drying of agricultural products, and to reduce postharvest losses, increase the quality of products, increase the efficiency of the process and achieve greater acceptance by farmers (Esper & Mühlbauer, 1998; Sagar & Kumar, 2010).

In addition, there are defined theoretical equations of the different constituent elements of the dryer to analyze simultaneously all the physical-chemical phenomena that occur within it.

In agriculture, many of these models have been applied in order to optimize and predict the behavior of the dryers before their construction at large scales and in the properties preservation of the product to be dried.

ventana refractiva y por aspersión. Según el producto que se vaya a secar y las condiciones económicas, se selecciona el tipo de secado más apropiado para implementar.

En ese sentido, el secado solar térmico es una alternativa altamente rentable en la explotación de las fuentes renovables de energía, caracterizada por su alto potencial energético, económico, social y ecológico. Ello contribuye a la conservación del medio ambiente al evitar emisiones equivalentes de CO<sub>2</sub>, óxidos de nitrógeno y azufre, pues reduce o sustituye el consumo de electricidad y de combustibles fósiles (Bergues, 2002; Bergues *et al.*, 2008).

Al propio tiempo, el secado de semillas puede realizarse en condiciones fácilmente alcanzables mediante el secado solar. Para intentar dar solución a algunos de estos problemas, la aplicación de la tecnología solar debe pasar por las obligadas etapas de los estudios cinéticos para el secado en el prototipo por considerar, y del estudio económico del comportamiento del proceso de secado solar frente a las variantes convencionales en igualdad de condiciones y en condiciones nominales de funcionamiento.

Para este fin se emplean instalaciones y máquinas, estas se dividen en: industriales y artesanales; las primeras se caracterizan por tener elevadas capacidades productivas, elevados costos y emplean fundamentalmente fuentes convencionales de energía; la segundas se caracterizan por tener bajas capacidades productivas, bajos costos y pueden emplear las fuentes alternativas de energía, lo que las convierte en útiles para los pequeños agricultores y para el desarrollo de una agricultura sostenible (Domínguez *et al.*, 2015).

Los secadores solares son una alternativa viable para el secado en los países en desarrollo, donde el secado al aire libre es el método de conservación más utilizado por los pequeños agricultores (Purohit *et al.*, 2006). Teniendo en cuenta que un alto porcentaje de estos no tienen acceso a la red eléctrica, y el uso de energías mediante combustibles fósiles no ha sido factible debido a los costos, una alternativa eficaz de secado de sus productos es el uso de energías renovables como la que se expuso anteriormente.

Se desarrollan secadores de pequeña escala y a bajas temperaturas teniendo en cuenta su implementación en las regiones tropicales y subtropicales (Esper y Mühlbauer, 1998). Existen factores económicos, sociales, medioambientales y culturales que son relevantes dentro del diseño de las tecnologías de secado (Purohit *et al.*, 2006). Partiendo de lo anterior, es necesario conocer y mejorar el proceso actual de secado solar de productos agrícolas, y así, reducir las pérdidas poscosecha, aumentar la calidad de los productos, incrementar la eficiencia del proceso y lograr una mayor aceptación por parte de los agricultores (Esper y Mühlbauer, 1998; Sagar y Kumar, 2010).

Una forma de optimizar el proceso de secado es el estudio y desarrollo de métodos: teóricos, estadísticos, experimentales y de modelación matemática, teniendo como objetivo estudiar los fenómenos físico-mecánicos que ocurren y determinar además las relaciones causa-efecto entre las distintas variables que intervienen tanto en el producto que se va a secar como en la cinética de secado de la máquina o instalación.

También se han definido ecuaciones teóricas de los distintos elementos constitutivos del secador para analizar simultáneamente todos los fenómenos físicos-químicos que ocurren dentro de este.

En la agricultura se han aplicado muchos de estos modelos con el objetivo de optimizar y predecir el comportamiento que tendrán los secadores antes de su construcción a grandes escalas y en la preservación de las propiedades del producto a secar.

## TOPIC DEVELOPING

### Theoretical Foundations

There are different processes in drying, ranging from drying to open sun to industrial drying. These types of drying are done, in most cases, by means of a thermal drier that uses a convective stream of hot air to induce the process of removing the water in the product. Within the thermal drying, there are industrial dryers and solar dryers. The former requires a much greater energy consumption than the latter because they obtain energy from various sources, such as fuels, or by the consumption of electric energy (Purohit *et al.*, 2006; Sagar & Kumar, 2010).

The drying of seeds and grains is a generalized need to increase food production. In crops such as rice, beans, corn, sorghum, coffee, oilseeds and other grains, there are difficulties regarding their conservation and subsequent consumption, mainly due to the quality of the drying process. For a quality drying, grains or seeds need to be evenly dried and it is only achieved by providing a uniform flow of dry air through the mattress or layer of product to be dried. In the solar drying of these products, several variants are used, depending on the volume of harvest and the quality that is required (Zaldívar & Berríz, 2013).

The parameters of the drying process that most influence the process quality are drying air characteristics such as temperature, humidity and flow, as well as the dimensional variables of the dryer as its length, height, width or diameter, area of the trays or bed and the configuration of the product inside the dryer (Purohit *et al.*, 2006).

The drying operation is a process involving mass transfer between a gas and a solid, where the moisture contained in the solid is transferred by evaporation to the gas phase (Perry & Chilton, 1984). Different physical, mathematical and numerical methods have been proposed to describe the change in the moisture content of the product in the applications of thermal dryers. The purpose of describing the drying process using mathematical models is to predict product conditions and process requirements. In most cases, the description is based on the hygroscopic state of the product in relation to the drying air. This thermodynamic relationship is described by the sorption isotherm ratio.

### Sorption Isotherm

In this sense, the equilibrium moisture of a hygroscopic product  $Meq$  plays a fundamental role. It is referred to the moisture content of the product after being exposed to a particular environment for an indefinitely long period. In the case of equilibrium moisture, the vapor pressure exerted by the moisture inside the product is equal to the vapor pressure of the surrounding air. This implies that the rate of desorption of the moisture from the product to its immediate environment is equal to its rate of absorption of the environment humidity.

When the hygroscopic equilibrium is reached, the water activity in the product is equivalent to the equilibrium relative humidity. The equilibrium moisture content is determined

## DESARROLLO DEL TEMA

### Fundamentos teóricos

En el secado existen diferentes procesos, que van desde el secado a sol abierto hasta el secado industrial. Estos tipos de secado se realizan en la mayoría de las ocasiones mediante un secador térmico que utiliza una corriente convectiva de aire caliente para inducir el proceso de remoción del agua en el producto. Dentro del secado térmico existen secadores industriales y secadores solares. Los primeros requieren un consumo energético mucho mayor que los segundos al obtener la energía de diversas fuentes tales como los combustibles o mediante el consumo de energía eléctrica. (Purohit *et al.*, 2006; Sagar y Kumar, 2010).

El secado de semillas y granos es una necesidad generalizada para aumentar la producción alimentaria. En cultivos como el arroz, los frijoles, el maíz, el sorgo, el café, las semillas oleaginosas y otros granos, se evidencian dificultades respecto a su conservación y posterior consumo, debido fundamentalmente a la calidad con que se realice el proceso de secado. Para un secado de calidad es necesario que el grano o las semillas se sequen uniformemente y esto solamente se logra proporcionando un flujo uniforme de aire seco a través del colchón o capa de producto a secar. En el secado solar de estos productos se utilizan diversas variantes, en dependencia del volumen de cosecha y de la calidad que se requiera alcanzar (Zaldívar y Berríz, 2013).

Los parámetros del proceso de secado que más influyen en la calidad del proceso, son: las características del aire de secado como: la temperatura, la humedad y el flujo, así como las variables dimensionales del secador como su longitud, altura, ancho o diámetro, área de las bandejas o lecho y la configuración del producto dentro del secador (Purohit *et al.*, 2006).

La operación de secado es un proceso que implica transferencia de masa entre un gas y un sólido, donde la humedad contenida en el sólido se transfiere por evaporación hacia la fase gaseosa (Perry y Chilton, 1984). Diferentes métodos físicos, matemáticos y numéricos se han propuesto para describir el cambio en el contenido de humedad del producto en las aplicaciones de secadores térmicos. El objetivo de describir el proceso de secado mediante modelos matemáticos es predecir las condiciones del producto y los requerimientos del proceso. En la mayoría de los casos la descripción se basa en el planteamiento del estado higroscópico del producto en relación con el aire de secado. Esta relación termodinámica se describe mediante la relación de isoterma de sorción.

### Isoterma de sorción

En este sentido, juega un papel fundamental la humedad de equilibrio de un producto higroscópico  $Meq$ , este se refiere al contenido de humedad del producto después de haber sido expuesto a un ambiente particular por un periodo indefinidamente largo de tiempo. Para el caso de la humedad de equilibrio, la presión de vapor ejercida por la humedad dentro del producto es igual a la presión de vapor del aire circundante. Esto implica que la tasa de desorción de la humedad del producto a su entorno inmediato es igual a su tasa de absorción de la humedad del ambiente.

Cuando se alcanza el equilibrio higroscópico la actividad del agua en el producto es equivalente a la humedad relativa de

experimentally by controlling the moisture and temperature conditions of the air in contact with the product.

When setting a surrounding air temperature and obtaining the equilibrium moisture values for different relative values of moisture, the sorption curve is obtained (Ertekin & Firat, 2017).

In the literature consulted, it is reported that several theoretical, semi-theoretical and empirical models have been developed that describe the relationship found experimentally according to the established parameters. However, none of these equations can mathematically describe the absorption process for all relative air humidity values (Soysal & Öztekin, 2001) the most commonly used equilibrium moisture content (EMC). Some of these models are presented in Table 1.

equilibrio. El contenido de humedad de equilibrio se determina experimentalmente controlando las condiciones de humedad y temperatura del aire en contacto con el producto.

Cuando se fija una temperatura del aire circundante y se obtienen los valores de humedad de equilibrio para diferentes humedades relativas se encuentra la curva de sorción (Ertekin y Firat, 2017).

En la literatura consultada se refiere que se han desarrollado varios modelos teóricos, semi-teóricos y empíricos que describen la relación encontrada experimentalmente según los parámetros establecidos. Sin embargo, ninguna de estas ecuaciones puede describir matemáticamente el proceso de absorción para todos los valores de humedad relativa del aire (Soysal y Öztekin, 2001) the most commonly used equilibrium moisture content (EMC). Algunos de estos modelos se presentan en la Tabla 1.

**TABLE 1. Equilibrium Models of Agricultural Crops for Drying Curves (Deshmukh *et al.*, 2013)**  
**TABLA 1. Modelos de equilibrio de productos agrícolas para curvas de secado (Deshmukh *et al.*, 2013)**

No.	Model Equation	Model Name
1	$(M_t / M_o) = \exp (-kt)$	Newton
2	$(M_t / M_o) = \exp (-ktn)$	Page
3	$(M_t / M_o) = a \exp (-kt)$	Henderson and Pabis
4	$(M_t / M_o) = a \exp (-kt) + c$	Logarithmic
5	$(M_t / M_o) = a \exp (-k_1t) + b \exp (-k_2t)$	Two-Term
6	$(M_t / M_o) = 1 + at + bt^2$	Wang and Singh
7	$(M_t / M_o) = a \exp (-kt) + (1-a) \exp (-kat)$	Two-Term Exponential
8	$(M_t / M_o) = \exp (- (kt) n)$	Modified Page
9	$(M_t / M_o) = a \exp (-kt) + (1-a) \exp (-gt)$	Verma <i>et al.</i>
10	$(M_t / M_o) = a \exp (-kt) + (1-a) \exp (-kbt)$	Diffusion approximation
11	$(M_t / M_o) = \exp (-k (t / l_2) n)$	Modified Page Equation
12	$M_t / M_o = at^3 + bt^2 + ct + 1$	Authors approximation
13	$MR = \exp (-k (t / L_2) n)$	Modified Page II
14	$MR = a.\exp (-kt) + c$	Simplified Fick's Diffusion

Where: *k*, *n*, *a*, *b*, *c*, *k1* and *k0* are constants and *t* is the drying time.

### Mathematical Models of Drying Kinetics

Two groups of mathematical models describe the process of solar thermal drying for agricultural products. Among the most used in the formulation of the drying phenomenon, there are the kinetic models of drying based on semi empirical thin layer ratios. These perform a simplification of the equations that describe the process. Dry kinetic models are also applied, using the analogy with heat transfer. Analyzing the process using this analogy involves carrying out an exhaustive study of the complex transport phenomena, and this is often too cumbersome, so the greatest number of investigations consulted, mainly deal with drying kinetics through the thin layer models (Aversa *et al.*, 2007). An analysis of these methods is then performed.

### Models of Semi-Empirical Relation of Thin Layer Drying

The semi-empirical mathematical models describing the thin-film drying start from the solution of Newton's cooling equation applied in mass transfer. This equation is based on the

### Modelos matemáticos de cinética de secado

Existen dos grupos de modelos matemáticos que describen el proceso de secado solar térmico de productos agrícolas. Dentro de los más usados en la formulación del fenómeno de secado, se destacan los modelos de cinética de secado que se basan en relaciones semiempíricas de capa fina. Estos realizan una simplificación de las ecuaciones que describen el proceso.

También se aplican modelos de cinética de secado que emplean la analogía con la transferencia de calor. Analizar el proceso mediante esta analogía implica realizar un estudio exhaustivo de los complejos fenómenos de transporte, y ello, a menudo es demasiado engorroso, por lo que la mayor cantidad de investigaciones consultadas abordan principalmente la cinética de secado mediante los modelos de capa fina (Aversa *et al.*, 2007). A continuación, se realiza un análisis de estos métodos.

### Modelos de relación semi-empírica de secado de capa fina

Los modelos matemáticos semi-empíricos que describen el secado de capa fina parten de la solución de la ecuación de enfriamiento de Newton aplicada en la transferencia de masa. Esta ecuación se

assumption that the decrease in moisture is proportional to the instantaneous difference between the moisture content of the material (assumed uniform throughout the product quantity) and the moisture content in equilibrium with the drying air evaluated by product sorption isotherm (Aversa *et al.*, 2007) especially velocity, humidity and temperature of drying air on the performance of drying process of vegetables. The main connotation of this study regarded the possibility of increasing the accuracy of drying process modelling by the use of finite elements method (FEM).

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -k(M - M_{eq}) \quad (1)$$

The proportionality constant  $k$ , known as the drying constant, is a function of the moisture content of the material, type of product and air conditions, i.e. its moisture, temperature and speed. By integrating the equation between the moisture content at an initial moment  $M_o$  and the moisture content  $M$  at any time  $t$ , the expression of the drying rate  $MR$  is obtained:

$$MR = \frac{M - M_{eq}}{M_o - M_{eq}} = \exp(-kt) \quad (2)$$

The above assumptions allow, therefore, considering a single equation to represent the drying kinetics and to describe the transport phenomena involved in the drying process. The thin layer drying models of agricultural products described in Table 1 were determined by experimentation and have a relatively simple form with a limited number of parameters (Soysal and Öztekin, 2001) the most commonly used equilibrium moisture content (EMC. One of the drawbacks of using thin layer drying kinetics is the selection of the most suitable model to represent the process (Jain & Tiwari, 2003; Akpinar, 2006).

### Drying Model by Analogy with Heat Transfer (Chilton-Colburn)

On the other hand, the transport phenomena, which include the transfer of heat and mass, simultaneously, can be generalized by means of the convection-diffusion equation. This means that the behavior of both phenomena is mathematically described in a similar way. Work performed to solve the problems of the heat transfer can be used in the solution of the mass transfer, taking into account the adequate particular considerations of each phenomenon.

This approach is called analogy of Chilton-Colburn and can be used to solve the mass transfer between the product and the drying air, modeling moisture flow as contour convective conditions at the surface of the product  $S$ .

$$\rho_{pr} \frac{\partial M}{\partial t} V_{pr} = \beta (\phi - \phi_{\infty}) S \quad (3)$$

By modeling, this way, the mass transfer coefficient, the convective mass transfer  $B$ , necessary to assess the amount of moisture transferred from the material to the air, must be set. That is done by means of dimensionless numbers and empirical relationships previously validated in convective

basa en el supuesto de que la disminución de la humedad es proporcional a la diferencia instantánea entre el contenido de humedad del material (asumido uniforme en toda la cantidad de producto) y el contenido de humedad en equilibrio con el aire de secado evaluado mediante la isoterma de sorción del producto (Aversa *et al.*, 2007) especialmente velocidad, humedad y temperatura de drying air on the performance of drying process of vegetables. The main connotation of this study regarded the possibility of increasing the accuracy of drying process modelling by the use of finite elements method (FEM).

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -k(M - M_{eq}) \quad (1)$$

La constante de proporcionalidad  $k$ , conocida como la constante de secado, es una función del contenido de humedad del material, el tipo de producto y las condiciones del aire, es decir, su humedad, temperatura y velocidad. Al integrar la ecuación entre el contenido de humedad en un instante inicial  $M_o$  y el contenido de humedad  $M$  en un instante  $t$  cualquiera se obtiene la expresión de la tasa de secado  $MR$ :

$$MR = \frac{M - M_{eq}}{M_o - M_{eq}} = \exp(-kt) \quad (2)$$

Los supuestos anteriores permiten, por tanto, considerar una sola ecuación para representar la cinética de secado y para describir los fenómenos de transporte involucrados en el proceso de secado. Los modelos de capa fina de secado de productos agrícolas descritos en la Tabla 1, fueron determinados mediante la experimentación y tienen una forma relativamente simple con un número limitado de parámetros (Soysal y Öztekin, 2001) the most commonly used equilibrium moisture content (EMC. Uno de los inconvenientes al usar la cinética de secado por capa fina es la selección del modelo más adecuado para representar el proceso (Jain y Tiwari, 2003; Akpinar, 2006).

### Modelo de secado mediante la analogía con la transferencia de calor (Chilton-Colburn)

Por otra parte, los fenómenos de transporte, en los cuales se incluyen la transferencia de calor y de masa simultáneamente, se pueden generalizar por medio de la ecuación de convección-difusión. Esto significa que el comportamiento de ambos fenómenos se describe matemáticamente de forma similar. Trabajos realizados para solucionar los problemas de la transferencia de calor se pueden emplear en la solución de la transferencia de masa teniendo en cuenta las debidas consideraciones particulares de cada fenómeno.

A esta aproximación se le denomina analogía de Chilton - Colburn, y se puede emplear para solucionar la transferencia de masa entre el producto y el aire de secado modelando el flujo de humedad como una condición de contorno convectiva en la superficie del producto  $S$ .

$$\rho_{pr} \frac{\partial M}{\partial t} V_{pr} = \beta (\phi - \phi_{\infty}) S \quad (3)$$

Al modelar de esta forma la transferencia de masa se debe establecer el coeficiente convectivo de transferencia de masa  $B$ , necesario para evaluar la cantidad de humedad que se transfiere del material al aire. Esto se realiza por medio de números adimensionales y relaciones empíricas validadas previamente

heat transfer. In the literature, different ways of defining the convective condition of the surface are used. These differ mainly in the definition of the driving force of this phenomenon. Depending on the author and the discipline, different options have been used, some of which are shown in the Table. 2 (Steeman *et al.*, 2009).

en la transferencia de calor por convección. En la literatura se usan diferentes formas de definir la condición convectiva de la superficie. Estos difieren principalmente en la definición de la fuerza motriz de este fenómeno. Dependiendo del autor y de la disciplina distintas opciones se han empleado, algunas de las cuales se muestran en la Tabla. 2 (Steeman *et al.*, 2009).

**TABLE 2. Definition of Motive Force**  
**TABLA 2. Definición de la fuerza motriz**

Definition of motive force	Model
Vapor Density	(4)
Mass fraction	(5)
Vapor pressure	(6)
Molar fraction	(7)

**Solar Thermal Drying**

Solar thermal drying is a non-polluting and economical renewable alternative. By applying any combination of detailed models, it can be stated that, according to Esper & Mühlbauer (1998), traditional outdoor drying is a type of solar thermal drying that is done by dispersing the agricultural products in a thin layer on the ground of an open field and exposing them directly to the sun. In the use of this method, losses can occur that represent between 30 and 40% of the production. These losses occur mainly because the drying conditions are variable and there is no direct control over them. The classification of the dryers can be seen in Figure 1.

**Secado solar térmico**

El secado solar térmico es una alternativa renovable, no contaminante y económica. Al aplicar cualquier combinación de modelos detallados se puede afirmar que según Esper y Mühlbauer (1998), el secado tradicional al aire libre es un tipo de secado solar térmico que se realiza dispersando los productos agrícolas en una capa delgada sobre el suelo de un campo abierto y exponiéndolos directamente al sol. En el uso de este método pueden ocurrir pérdidas que representan entre el 30 y el 40% de la producción. Estas pérdidas ocurren principalmente debido a que las condiciones del secado son variables y no existe un control directo sobre las mismas. En la Figura 1 se puede observar la clasificación de los secadores.

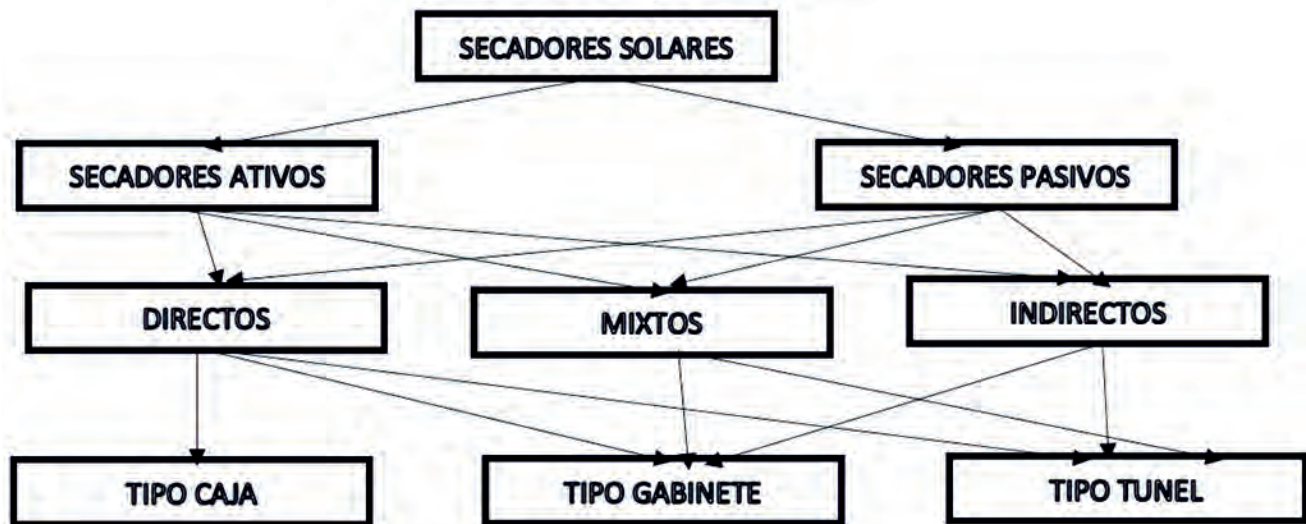


FIGURE 1. Classification of Solar Dryers  
FIGURA 1. Clasificación de los secadores solares.

Solar dryers can be direct, indirect or mixed. In direct dryers, the product is in direct exposure to solar radiation, which can be a problem because of the impossibility of controlling the radiation conditions and the consequent overexposure or insufficiency in the drying. The drying capacity of direct solar dryers can be increased by connecting a solar collector to the drying section; this solar collector heats the drying air more efficiently.

Los secadores solares pueden ser directos, indirectos o mixtos. En los secadores directos el producto se encuentra en exposición directa a la radiación solar, lo cual puede ser un problema al no poder controlar las condiciones de radiación e incurrir en una sobreexposición o insuficiencia en el secado. La capacidad de secado de los secadores solares directos se puede aumentar mediante la conexión de un colector solar a la sección de secado, este colector solar calienta el aire de secado de forma más eficiente.

Solar dryers, in which the product is exposed to radiation and connected to a solar collector, are called mixed type dryers. In contrast, indirect dryers protect the drying section from direct solar radiation, but have a solar collector that increases the temperature of the drying air.

Solar dryers can also be passive or active. The passive is characterized by performing the drying process through the natural convection of the air. This configuration can present problems during the night and cloudy weather, as the air circulation can be stopped completely (Esper & Mühlbauer, 1998). The active dryers drive the drying air through the collector and the dryer by means of a fan, which allows the drying process to be carried out by means of forced convection of the air on the product. That enables a reduction of the drying time of up to 50% and significantly improves the quality of the product by providing adequate airflow at a higher temperature.

### **Mathematical Modeling of Solar Thermal Drying of Seeds**

The process of solar thermal drying of seeds, using a handmade dryer can be approached in two ways: by means of an experimental description or by means of a mathematical description or modeling. The first, involves a process of data collection, which is often costly. On the other hand, the second one allows space and time representation of the physical phenomena that occur inside the dryer, making it possible to study the complete drying process and improve the design and operation of the equipment in a practical way (Esper & Mühlbauer, 1998; Sagar & Kumar, 2010).

In the literature review, it can be observed that several researchers call it a versatile, simultaneous or unified mathematical modeling to the action of describing physical reality through continuous governing differential equations, coupled with the initial and boundary conditions specific to the problem. The different steps in the mathematical modeling process of the physical phenomenon are described in Figure 2. This modeling is performed from simplifying hypotheses of the real phenomena, incurring in different errors during the procedure. The mathematical models of the solar dryer are divided into two main groups. One of them includes the empirical models found from the experimentation under specific conditions of operation. The other one comprises the models that involve the application of differential equations of heat transfer and mass (Sandoval-Torres, 2009).

To describe the process by means of semi-empirical models of thin layer or simultaneous models of material transfer, it is possible to model and predict the kinetic behavior of the product drying. These models could be validated in other climatic conditions, in different regions or with different products. That will allow verifying, in advance, if it would be efficient to build a new dryer or simply use a prototype existing elsewhere in these conditions, with the aim of reducing the expenditure of economic and human resources that would involve all the experimentation when new factors are introduced to the process. It is also of vital importance to establish a model that

Los secadores solares en los cuales el producto se encuentra expuesto a la radiación y también conectado a un colector solar se denominan secadores de tipo mixto. En contraste, los secadores indirectos protegen la sección de secado de la radiación solar directa, pero poseen un colector solar que aumenta la temperatura del aire de secado.

Los secadores solares también pueden ser pasivos o activos. Los pasivos se caracterizan por realizar el proceso de secado mediante la convección natural del aire. Esta configuración puede presentar problemas durante la noche y el tiempo nublado, ya que, al detenerse por completo la circulación del aire, se puede provocar el deterioro del producto (Esper y Mühlbauer, 1998). Los secadores activos impulsan el aire de secado a través del colector y del secador mediante un ventilador que permite realizar el proceso de secado por medio de la convección forzada del aire sobre el producto, esto posibilita una reducción del tiempo de secado de hasta un 50% y mejora significativamente la calidad del producto al suministrar el flujo de aire adecuado con una temperatura mayor.

### **Modelación matemática del secado solar de semillas**

En el proceso de secado solar de semillas empleando un secador artesanal puede ser abordado de dos formas; por medio de una descripción experimental o por medio de una descripción o modelación matemática. La primera, conlleva un proceso de recolección de datos, que en muchas ocasiones resulta costoso. En cambio, la segunda, permite la representación en el espacio y el tiempo de los fenómenos físicos que ocurren en el interior del secador, posibilitando el estudio del proceso completo de secado y mejorando el diseño y la operación del equipo de una forma práctica (Esper y Mühlbauer, 1998; Sagar y Kumar, 2010).

En la revisión bibliográfica realizada, se puede observar que varios investigadores le denominan modelación matemática versátil, simultánea o unificada a la acción de describir la realidad física mediante ecuaciones diferenciales gobernantes continuas, acoplados con las condiciones iniciales y de contorno específicas del problema. En la Figura 2, se describen las distintas etapas componentes del proceso de modelación matemática del fenómeno físico. Esta modelación se realiza a partir de hipótesis simplificadoras de los fenómenos reales, incurriendo en distintos errores durante el procedimiento. Los modelos matemáticos del secador solar están divididos en dos grupos principales; por una parte, están los modelos empíricos encontrados a partir de la experimentación en condiciones específicas de operación. Por otra parte, se encuentran los modelos que involucran la aplicación de las ecuaciones diferenciales de transferencia de calor y masa (Sandoval-Torres, 2009).

Describir el proceso mediante los modelos semiempíricos de capa fina o modelos simultáneos de transferencia de materia permite modelar y predecir el comportamiento cinético de secado del producto, además se podrían validar estos modelos en otras condiciones climáticas, en regiones diferentes o con productos diferentes para verificar de antemano si sería eficiente la construcción de un nuevo secador o simplemente emplear un prototipo existente en otro lugar en estas condiciones con el objetivo de reducir el gasto de recursos económicos y humanos que implicaría realizar toda la experimentación cuando se introducen nuevos factores al proceso. También es de vital importancia establecer un

describes the physiological behavior of the seed, and the degree of germination and vigor of the seed, as well as the degree of plant growth, are evaluated. All these models describe all the phenomena that occur within the solar dryer and give a more complete prediction of the process.

modelo que describa el comportamiento fisiológico de la semilla don se evalué el grado de germinación y vigor de la misma, así como el grado de crecimiento de la planta. Todos estos modelos describen todos los fenómenos que ocurren dentro del secador solar y dan una predicción más completa del proceso.

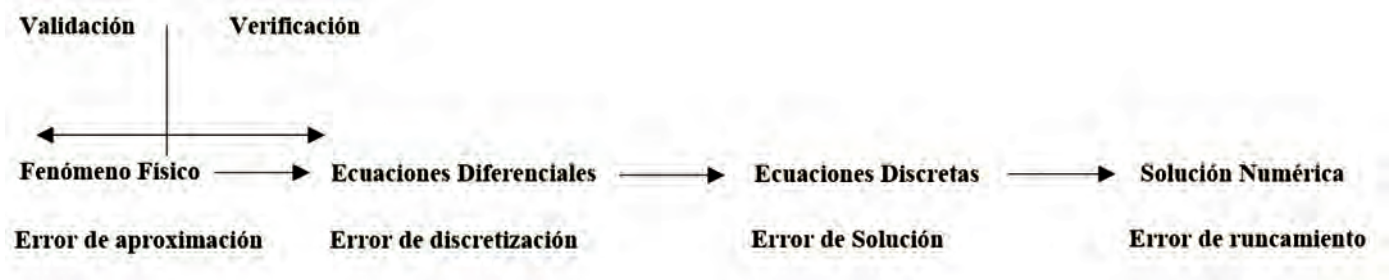


FIGURE 2. Mathematical modeling of a physical phenomenon.  
 FIGURA 2. Modelación matemática de un fenómeno físico.

In both cases, a simultaneous system of nonlinear differential equations is obtained whose solution finds the state of the dryer and of the product. The solution of systems of governing differential equations can be approached with analytical methods of numerical analysis and graphic analysis. When the proposed systems can not be solved by means of precise analysis techniques due to non-linearity, multiple dimensions, geometries and complex boundary conditions, as in the case of the solar dryer, numerical methods are possible to be implemented by successive numerical calculations.

En ambos casos se obtiene un sistema simultáneo de ecuaciones diferenciales no lineales cuya solución encuentra el estado del secador y del producto. La solución de los sistemas de ecuaciones diferenciales gobernantes puede abordarse con métodos analíticos; de análisis numérico y de análisis gráfico. Cuando los sistemas planteados no pueden ser resueltos mediante técnicas de análisis exactas por efecto de no linealidades, múltiples dimensiones, geometrías y condiciones de frontera complejas, como sucede en el caso del secador solar, los métodos numéricos son posibles de implementar mediante cálculos numéricos sucesivos.

In Figure 3, the classification of the solution methods that can be used, which are classified in sequential or parallel, is shown. A single computer processor performs the sequential calculation. In contrast, the parallel solution method allows the calculations by using more than one processor. Sequential solution methods are classified as either direct or iterative. The direct ones find the answer by performing a fixed number of predetermined arithmetic operations, contrary to the iterative ones, in which multiple operations are carried out until fulfilling a criterion of stop.

La Figura 3, muestra la clasificación de los métodos de solución que se pueden emplear los cuales se clasifican en secuenciales o paralelos. El cálculo secuencial se realiza mediante un único procesador del computador, en contraste, el método de solución en paralelo tiene la capacidad de ser calculados mediante más de un procesador. Los métodos de solución secuenciales se clasifican en directos o iterativos. Los directos encuentran la respuesta realizando un número fijo de operaciones aritméticas predeterminadas, contrario a los iterativos, en los cuales se realizan múltiples operaciones hasta cumplir un criterio de parada.

Among the most used direct solution methods are the LU decomposition method and the Solver Tri-Diagonal Matrix Algorithm (TDMA), which is the particularization of the Solver LU for tridiagonal matrices characteristic of one-dimensional problems. Direct methods are suitable when the number of equations is small. In multidimensional cases, they are subject to processing memory requirements for data storage; therefore using iterative solution methods is usually more efficient.

Entre los métodos de solución directos más usados están: el método de descomposición LU y el Solver Tri-Diagonal Matrix Algorithm (TDMA), el cual es la particularización del Solver LU para matrices tridiagonales características de los problemas unidimensionales. Los métodos directos son adecuados cuando el número de ecuaciones es pequeño. En casos multidimensionales estos están sujetos a requerimientos de memoria de procesamiento para el almacenamiento de datos, por lo cual emplear métodos de solución iterativos resulta usualmente más eficiente.

Iterative solution methods are a set of known operations that, by repeating a number of times, get an approximate solution. These methods converge when a convergence criterion is fulfilled which indicates that a solution has been obtained close enough to the real solution (Incropera & Dewitt, 1996). They are characterized by a reduced memory requirement, and are especially useful when the number of equations is large. Within the iterative methods, the Gauss-Seidel solver is a powerful and extremely popular method, to which a relaxation called

Los métodos de solución iterativos son un conjunto de operaciones conocidas que, repetidas un cierto número de veces, llegan a obtener una solución aproximada. Estos métodos convergen cuando se cumple un criterio de convergencia que indica que se ha obtenido una solución lo suficientemente cercana a la solución real (Incropera y Dewitt, 1996). Estos se caracterizan por un requerimiento reducido de memoria, y son especialmente útiles cuando el número de ecuaciones es grande. Dentro de los métodos iterativos el solver Gauss-Seidel es un método potente y extremadamente popular, al cual se le puede



Successive Over Relaxation and a support in a TDMA can be applied to increase its performance.

Recently, the multigrid method has increased the computational power of iterative methods. This method performs a transformation of the calculation scales by means of the use of larger meshes in which the information frequencies are much lower, solving those scales quickly.

aplicar una relajación llamada Successive Over Relaxation y un apoyo en un TDMA para incrementar su rendimiento.

Recientemente el método multigrad ha incrementado el poder de cálculo de los métodos iterativos, este método realiza una transformación de las escalas de cálculo mediante el uso de mallas más grandes en las cuales las frecuencias de información son mucho más bajas, resolviendo esas escalas de forma rápida.

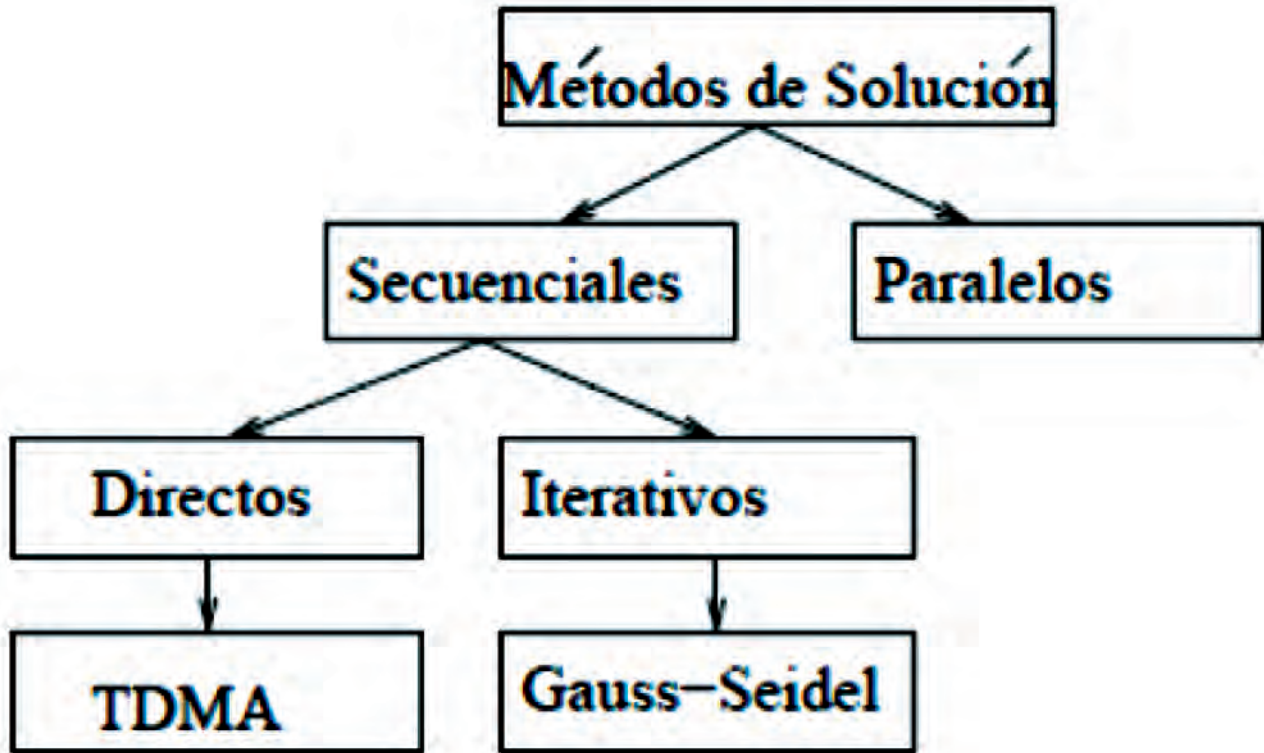


FIGURE 3. Classification of solution methods.  
 FIGURA 3. Clasificación de los métodos de solución.

### CONCLUSIONS

- Several experimental and mathematical models have been raised and have primarily addressed the kinetics of a seed drying process in a machine or drying installation, considering the balance hygroscope peak or product to be dried; being as has control variables: moisture, temperature, speed or air flow and the dimensions of the dryer.
- The semi-empiric methods of fine layer drying kinetics of agricultural products are among the experimental models that have been proposed, being analyzed the drying pattern fundamentally by means of the analogy with the transfer of heat (Chilton - Colburn).
- By means of the use of the analogy of heat transfer, it is possible to model the operation of a solar dryer, by describing differential equations of simultaneous conservation of heat, mass and movement for the constituent elements of the dryer.
- The outlined mathematical models can validate the experimental results obtained under operational conditions of solar drying.

### CONCLUSIONES

- Varios modelos experimentales y matemáticos se han planteado y han abordado fundamentalmente la cinética de secado de un producto agrícola en determinada máquina o instalación de secado, atendiendo al equilibrio higroscópico del producto a secar; siendo las variables a controlar: la humedad, la temperatura, la velocidad o flujo del aire y las dimensiones del secador.
- Entre los modelos experimentales que se han planteado están los semi-empíricos de cinética de secado de capa fina de productos agrícolas, analizándose fundamentalmente el modelo de secado mediante la analogía con la transferencia de calor (Chilton - Colburn).
- Mediante el empleo de la analogía de transferencia de calor, es posible modelar el funcionamiento de un secador solar, mediante la descripción de ecuaciones diferenciales de conservación simultánea de calor, masa y movimiento para los elementos constitutivos del secador.
- Los resultados experimentales obtenidos en condiciones operacionales de secado solar se pueden validar mediante el empleo de los modelos matemáticos planteados.

## REFERENCIAS / REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKPINAR, E.K.: "Mathematical modelling of thin layer drying process under open sun of some aromatic plants", *Journal of Food Engineering*, 77(4): 864-870, 1 de diciembre de 2006, ISSN: 0260-8774, DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2005.08.014, Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0260877405005650>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- AVERSA, M.; CURCIO, S.; CALABRÒ, V.; IORIO, G.: "An analysis of the transport phenomena occurring during food drying process", *Journal of Food Engineering*, 78(3): 922-932, 1 de febrero de 2007, ISSN: 0260-8774, DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2005.12.005, Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026087740500796X>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- BERGUES, C.: "Construcción y evaluación del secador solar de granos a escala industrial", *Tecnología Química*, 22(3): 87-91, 2002, ISSN: 0041-8420, 2224-6185.
- BERGUES, C.; GRINÁN, P.; MARTÍNEZ, A.: "Algunos aspectos de los cambios tecnológicos en secadores solares cubanos: Realidades y Tendencias", *Tecnología Química*, 28(2): 35-45, 2008, ISSN: 0041-8420, 2224-6185.
- DESHMUKH, A.W.; VARMA, M.N.; YOO, C.K.; WASEWAR, K.L.: "Effect of Ethyl Oleate Pretreatment on Drying of Ginger: Characteristics and Mathematical Modelling", *Journal of Chemistry*, 2013: 1-6, 2013, ISSN: 2090-9063, 2090-9071, DOI: 10.1155/2013/890384, Disponible en: <http://www.hindawi.com/journals/jchem/2013/890384/>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- DOMÍNGUEZ, C.G.; MOREJÓN, M.Y.; TRAVIESO, R.C.C.: "Influencia del color y forma del colector solar en el secado de semillas de soya", *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 24(5): 62-67, 2015, ISSN: 2071-0054, Disponible en: <http://www.rcta.unah.edu.cu/index.php/rcta/article/vi>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- ERTEKIN, C.; FIRAT, M.Z.: "A comprehensive review of thin-layer drying models used in agricultural products", *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*, 57(4): 701-717, 4 de marzo de 2017, ISSN: 1040-8398, DOI: 10.1080/10408398.2014.910493, Disponible en: <https://doi.org/10.1080/10408398.2014.910493>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- ESPER, A.; MÜHLBAUER, W.: "Solar drying - an effective means of food preservation", *Renewable Energy*, ser. Renewable Energy Efficiency, Policy and the Environment, 15(1): 95-100, 1 de septiembre de 1998, ISSN: 0960-1481, DOI: 10.1016/S0960-1481(98)00143-8, Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148198001438>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- INCROPERA, F.P.; DEWITT, D.: *Introduction to heat transfer*, Ed. John Wiley & Sons, 3.ª ed., New York, 801 p., 1996, ISBN: 978-0-471-30458-6.
- JAIN, D.; TIWARI, G.N.: "Thermal aspects of open sun drying of various crops", *Energy*, 28(1): 37-54, 1 de enero de 2003, ISSN: 0360-5442, DOI: 10.1016/S0360-5442(02)00084-1, Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544202000841>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- PERRY, R.H.; CHILTON, C.H.: *Manual del ingeniero químico*, Ed. McGraw-Hill, 2.ª ed., México, 1984, ISBN: 978-968-6046-66-3.
- PUROHIT, P.; KUMAR, A.; KANDPAL, T.C.: "Solar drying vs. open sun drying: A framework for financial evaluation", *Solar Energy*, 80(12): 1568-1579, 2006, ISSN: 0038-092X, DOI: 10.1016/j.solener.2005.12.009, Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038092X06000302>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- SAGAR, V.R.; KUMAR, P.S.: "Recent advances in drying and dehydration of fruits and vegetables: a review", *Journal of Food Science and Technology*, 47(1): 15-26, 1 de enero de 2010, ISSN: 0022-1155, 0975-8402, DOI: 10.1007/s13197-010-0010-8, Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007/s13197-010-0010-8>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- SANDOVAL-TORRES, S.: "Modelación matemática del secado convencional de madera", *Madera y bosques*, 15(1): 75-89, enero de 2009, ISSN: 1405-0471, Disponible en: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S1405-04712009000100006&lng=es&nrm=iso&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1405-04712009000100006&lng=es&nrm=iso&tlng=es), [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- SOYSAL, Y.; ÖZTEKIN, S.: "Comparison of seven equilibrium moisture content equations for some medicinal and aromatic plants", *Journal of Agricultural Engineering Research*, 78(1): 57-63, 2001, ISSN: 0021-8634, Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021863499904638>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- STEEMAN, H.-J.; T'JOEN, C.; VAN BELLEGHEM, M.; JANSSENS, A.; DE PAEPE, M.: "Evaluation of the different definitions of the convective mass transfer coefficient for water evaporation into air", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(15): 3757-3766, 1 de julio de 2009, ISSN: 0017-9310, DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.01.047, Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931009001422>, [Consulta: 5 de febrero de 2018].
- ZALDÍVAR, N.B.; BERRÍZ, P.L.: "Secador solar de semillas granos Secsol SG", *CubaSolar*, 2(2): 34-45, 2013, ISSN: 1023-1722.

Received: 21/12/2016.

Approved: 22/12/2017.

Pedro Luis Collazo Abreu, Especialista Principal en Aplicaciones Informáticas, Empresa de Informática y Comunicaciones del MINAG (EICMA). e-mail: [epaplicaciones@art.eicma.cu](mailto:epaplicaciones@art.eicma.cu)

Yanoy Morejón Mesa, e-mail: [yymm@unah.edu.cu](mailto:yymm@unah.edu.cu)

Lucia Fernández Chuairey, e-mail: [lucia@unah.edu.cu](mailto:lucia@unah.edu.cu)

Yasser Vázquez Alfonso, e-mail: [yasser@ftur.uh.cu](mailto:yasser@ftur.uh.cu)

Note: the mention of commercial equipment marks, instruments or specific materials obeys identification purposes, there is not any promotional commitment related to them, neither for the authors nor for the editor.