

Modelación lineal estocástica para el pronóstico de caudales en cuenca, región occidental de Cuba

Stochastic Linear Modeling for the Forecast of Flows in Basin, Western Region of Cuba



<http://opn.to/a/NA7Wr>

Anaily Rivero-Villaverde^{1*}, Gustavo Reinel Alonso-Brito¹, Andrés Lau-Quan¹

¹Universidad Agraria de La Habana, Facultad de Ciencias Técnicas, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba.

RESUMEN: Este estudio se enfoca en la subcuenca “V Aniversario”, perteneciente a la cuenca del Río Cuyaguaje, provincia de Pinar del Río. Su posición latitudinal favorece el desarrollo de un volumen de escurrimiento superior a otras corrientes en zonas cársicas del país, por lo que se producen numerosos daños relacionados fundamentalmente con las inundaciones. Por tanto, el objetivo de este trabajo es pronosticar con antelación el escurrimiento en esta subcuenca, a escalas anual y mensual, a través de la modelación lineal estocástica. Para dar cumplimiento a lo anterior, se implementaron en el software R los modelos: Ruido Blanco, AR(p), MA(q) y ARMA(p,q) para la serie de escurrimiento anual, ajustándose mejor a la misma el Ruido Blanco. Sin embargo, la serie de escurrimiento mensual debe ser modelada mediante un SARIMA, pues presentó un comportamiento estacional. Es de interés destacar, que esta última tuvo mejor memoria y correlación lineal en comparación con la serie anual.

Palabras clave: series de tiempo, Ruido Blanco, AR(p), MA(q), autocorrelación.

ABSTRACT: This study focuses on the subwatershed "V Aniversario", belonging to Cuyaguaje River Basin, Pinar del Río Province. Its latitudinal position leads to the development of a greater volume of runoff, higher than other karstic regions in the country, then numerous damages related mainly with floods are done. Therefore, the objective of this work is to forecast the runoff in advance at the subwatershed, on annual and monthly scales, through linear stochastic modeling. In order to comply with the above, White Noise, AR (p), MA (q) and ARMA (p, q) models for the annual runoff series were implemented in R software, being the White Noise model the best adjusted to it. However, the monthly runoff series must be modeled by SARIMA, because it presented a seasonal behavior. It is interesting to note that the latter had a better memory and linear correlation compared to the annual series.

Keywords: time series, White Noise, AR (p), MA (q), autocorrelation.

*Correspondence to author: Anaily Rivero Villaverde. e-mail: anailyrv@unah.edu.cu

Recibido: 13/01/2018

Aceptado: 11/09/2018

INTRODUCCIÓN

Las cuencas actúan como sistemas de procesos y respuestas en donde la escorrentía superficial es su consecuencia más evidente, siendo esta la responsable de catástrofes y desastres naturales, y de numerosos daños relacionados fundamentalmente con las inundaciones ([Triviño y Ortiz, 2004](#)). La comprensión de la dinámica de este sistema exige el desarrollo de modelos, mediante los cuales se pueda tener una aproximación a la realidad física, así como también una predicción y pronóstico del proceso.

Los modelos hidrológicos, entendidos como una aproximación al funcionamiento real del ciclo del agua en una cuenca vertiente, se pueden clasificar en: físicos y abstractos. A su vez, los modelos abstractos, de acuerdo con la aleatoriedad de las variables empleadas, pueden ser estocásticos o deterministas ([Triviño y Ortiz, 2004](#)).

Actualmente, los modelos estocásticos son muy usados en diversas aplicaciones ([Liang y Zhuang, 2014](#); [Niezgoda et al., 2014](#); [Sun et al., 2014](#); [Dell' Amico et al., 2015](#)). Dentro de estas, la modelación lineal estocástica o series temporales es ampliamente usada, especialmente en varios estudios de cuencas de ríos ([Fry et al., 2013](#); [Sang, 2013](#); [Wu y Chau, 2013](#)).

En Cuba existe una marcada tendencia al empleo de los modelos determinísticos en los procesos a escala de cuencas ([Rodríguez et al., 2010](#); [Estrada y Pacheco, 2012](#); [Rodríguez y Marrero, 2015](#)). En consecuencia, la dimensión estocástica en la modelación ha sido menos explorada. Por tanto, el objetivo de este artículo es pronosticar con antelación el escurrimiento en la subcuenca V Aniversario perteneciente a la provincia de Pinar del Río, a escalas anual y mensual, incluyendo la aleatoriedad del proceso. Para dar cumplimiento a esta tarea, se hará uso de la modelación lineal estocástica, implementándose los modelos de Ruido Blanco (WN, por sus siglas en inglés) y de la familia de los autorregresivos de media móvil (ARMA, por sus siglas en inglés) en el software R.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de Estudio

El estudio se centra en la subcuenca “V Aniversario”, que es uno de los cierres hidrográficos naturales de la cuenca del Río Cuyaguaje, ubicada en la provincia de Pinar del Río. Esta subcuenca abarca parte de los municipios de Viñales y Minas de Matahambre, con una extensión de 157 km² y se localiza en los 22°24'6"N - 22°35'40"N y 83°47'55"O - 83°56'9"O. La [Figura 1](#) muestra la geografía del área de estudio. Su posición latitudinal favorece el desarrollo de un volumen de escurrimiento superior a otras corrientes en zonas cársicas del país. En particular, dadas sus características geomorfológicas, de drenaje (suelo) y cobertura, presenta pronta respuesta en forma de avenidas ([Consejo Territorial de Cuencas Hidrográficas \(CTCH\) de Pinar del Río, 2000](#)).

Series de escurrimiento

La serie de escurrimiento fue usada para calibrar y validar el modelo de base física. Estas variables son monitoreadas en la desembocadura de la subcuenca (estación hidrométrica V Aniversario) por los métodos tradicionales, usando molinete y la medición constante del nivel con un limnómetro. El dato disponible para este estudio es el escurrimiento medio diario, medido durante el período de 1971 a 1990 ([Alonso, 2016](#)). Es de interés destacar que, en este período, la estación hidrométrica de la subcuenca V Aniversario ha registrado un escurrimiento medio anual de 3,72 m³/s y un máximo observado de 453 m³/s, la media mensual oscila entre 0,7 y 8,9 m³/s ([Consejo Territorial de Cuencas Hidrográficas \(CTCH\) de Pinar del Río, 2000](#)). En este estudio, los valores medios diarios fueron convertidos, aproximadamente, en valores medios anuales y mensuales. En el caso de los valores medios anuales, la conversión se realizó hallando la media de todos los valores medios diarios en cada uno de los años. En la [Figura 2a](#) se refleja el escurrimiento medio diario, así como la función empírica de densidad acumulada ([Figura 2b](#)).

Modelos lineales estocásticos

La modelación lineal estocástica del escurrimiento en ríos da como resultado una

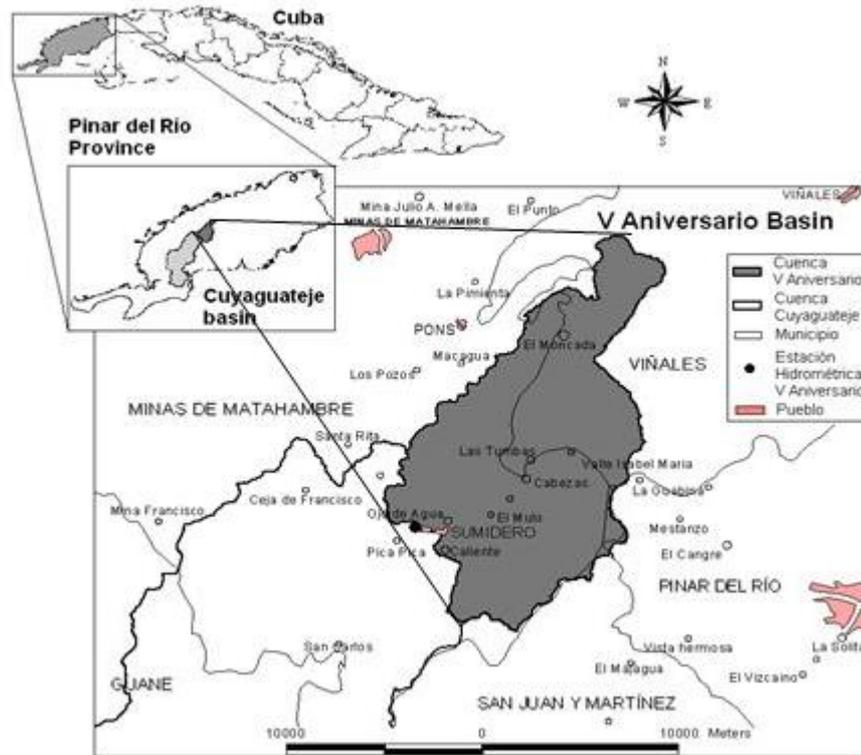


FIGURA 1. Localización geográfica de la subcuenca V Aniversario (Alonso, 2008).

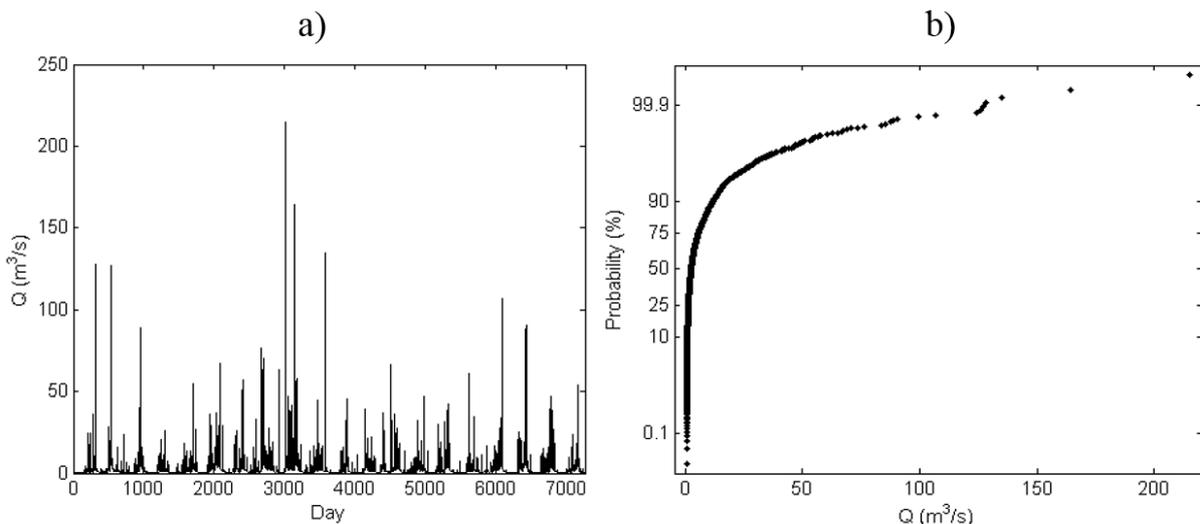


FIGURA 2. a) Escorrentamiento medio diario (Q). b) Función empírica de densidad acumulada del escurrimiento medio diario (Alonso, 2015).

respuesta hidrológica que se predice a partir de los pasos anteriores. Los modelos de Ruido Blanco y de la familia ARMA (Metcalf y Cowpertwait, 2009): autorregresivos (AR(p), por sus siglas en inglés), de media móvil (MA(q), por sus siglas en inglés) y sus variantes, permiten obtener información adicional acerca de las series de tiempo, como su comportamiento estacional. Debido a la importancia que tienen estos modelos para arribar a los resultados en este artículo, se abordarán brevemente a continuación.

Ruido blanco (WN). Un error residual es la diferencia entre el valor observado y el valor predicho por el modelo en un tiempo t . Si se supone que el modelo es definido por la variable y_t y \hat{y}_t es el valor predicho por el modelo, el error residual x_t es:

$$x_t = y_t - \hat{y}_t \quad \text{Ec. 1}$$

Como los errores residuales ocurren en el tiempo, ellos forman una serie temporal: x_1, x_2, \dots, x_n .

Modelo autorregresivo AR(p). La serie $\{x_t\}$ es un modelo autorregresivo de orden p, abreviado como AR(p), si:

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \dots + \alpha_p x_{t-p} + w_t \quad \text{Ec. 2}$$

donde:

$\{w_t\}$ - Ruido Blanco

α_i - parámetros del modelo con $\alpha_p \neq 0$ para un orden p del proceso.

La [Ec. 2](#) puede ser expresada como un polinomio de orden p en términos del operador de retroceso hacia atrás (**B**):

$$\theta_p(\mathbf{B})x_t = w_t \quad \text{Ec. 3}$$

El valor de la serie x_t es una combinación lineal de los p valores pasados más recientes de sí misma, más un término de “innovación” w_t que incorpora todo lo nuevo en la serie en un tiempo t, que no es explicado por los valores pasados ([Cryer y Chan, 2010](#)).

Modelo de media móvil MA(q). Un modelo de media variable (MA) de orden q es una combinación lineal del término actual de Ruido Blanco y de los q términos pasados más recientes de Ruido Blanco. Este es definido como:

$$x_t = w_t + \beta_1 w_{t-1} + \dots + \beta_q w_{t-q} \quad \text{Ec. 4}$$

donde:

$\{w_t\}$ - Ruido Blanco con media cero y varianza σ_u^2 .

La [Ec. 4](#) puede ser nuevamente escrita en términos del operador de retroceso hacia atrás **B** y del polinomio ϕ_q de orden q como:

$$x_t = \phi_q(\mathbf{B})w_t \quad \text{Ec. 5}$$

Debido a que los procesos MA consisten en una suma finita de términos estacionarios de Ruido Blanco, son entonces estacionarios y, por lo tanto, tienen una media y autocovarianza invariantes en el tiempo.

Modelo autorregresivo de media móvil ARMA(p,q). Un modelo muy útil es obtenido cuando los términos del AR y MA son juntados en una sola expresión. Una serie de tiempo $\{x_t\}$ sigue un modelo autorregresivo de media variable (ARMA) de orden (p, q), denotado como ARMA(p, q), ([Ec. 6](#)).

La [Ec. 6](#) puede ser representada en términos del operador de retroceso hacia atrás **B** y puede ser reajustada en la forma de un polinomio más conciso:

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \dots + \alpha_p x_{t-p} + w_t + \beta_1 w_{t-1} + \beta_2 w_{t-2} + \dots + \beta_q w_{t-q} \quad \text{Ec. 6}$$

donde:

$\{w_t\}$ - Ruido Blanco

$$\theta_p(\mathbf{B})x_t = \phi_q(\mathbf{B})w_t \quad \text{Ec. 7}$$

Análisis estadístico usado

Para arribar a resultados favorables, es necesario realizar elecciones basadas en criterios y test estadísticos. A continuación, se describen el Criterio de Información Akaike (AIC, por sus siglas en inglés) de [Shumway y Stoffer \(2011\)](#) y el test de tendencia de Mann-Kendall, según [Wilks \(2011\)](#), los cuales son fundamentales en este artículo.

Criterio de información Akaike (AIC). El criterio está dado por la siguiente definición:

$$AIC = \log \hat{\sigma}_k^2 + \frac{n + 2k}{n} \quad \text{Ec. 8}$$

donde:

k - número de parámetros en el modelo

$\hat{\sigma}_k^2$ está dado por:

$$\hat{\sigma}_k^2 = SSE_k/n \quad \text{Ec. 9}$$

SSE_k denota la suma residual de cuadrados en el modelo con k coeficientes de regresión.

El valor de k que arroje el AIC mínimo, es el mejor modelo. La idea es minimizar $\hat{\sigma}_k^2$, lo cual sería un objetivo razonable si este no decreciera monótonamente a medida que k se incrementa. Entonces, se necesita penalizar la varianza del error por un término proporcional al número de parámetros. La elección del término de penalización, en este caso, está dada por la [Ec. 8](#).

Test de tendencia de Mann-Kendall. Este test es una alternativa no paramétrica popular para probar la presencia de una tendencia, o que la tendencia central sea no estacionaria, de una serie temporal. En el contexto de examinar la posibilidad de tendencia que corresponde a una serie temporal x_i , donde i es el índice de tiempo y toma valores $i=1, \dots, n$, la tendencia es, por definición, monótonamente creciente, lo que simplifica los cálculos.

El test estadístico para la tendencia de Mann-Kendall es

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \text{sgn}(x_{i+1} - x_i) \quad \text{Ec. 10}$$

donde:

$$\text{sgn}(\Delta x) = \begin{cases} +1, & \Delta x > 0 \\ 0, & \Delta x = 0 \\ -1, & \Delta x < 0 \end{cases} \quad \text{Ec. 11}$$

Para longitudes de series, ya sean moderadas (n aproximadamente 10) o mayores, la

distribución de la muestra del test estadístico en la [Ec. 10](#) es aproximadamente gaussiana, y si la hipótesis nula (no existe tendencia) es cierta, esta distribución gaussiana nula tendrá media cero. La varianza de esta distribución depende de si todas las x son distintas o si algunas son valores repetidos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Serie de escurrimiento anual

La representación de la serie de datos de escurrimiento a escala anual de la subcuenca “V Aniversario” es mostrada en la [Figura 3a](#). En esta serie también aparecen los resultados del test no paramétrico Mann-Kendall para la significación de la pendiente (pval). En la [Figura 3b](#), se observa el gráfico de normalidad.

En la serie de tiempo graficada puede observarse que no existe una tendencia significativa. En el test de Mann-Kendall, la hipótesis nula (H_0) corresponde a que no haya tendencia, lo cual es corroborado por el resultado del pval (mucho mayor que 0,05). Además, la distribución de la serie, asumida con variables aleatorias, es muy cercana a la normal, con pequeñas desviaciones en la cola. En general, la serie puede ser considerada como estacionaria.

La [Tabla 1](#) resume la estadística descriptiva básica para la serie analizada a escala anual. Según el valor del coeficiente de asimetría (1,41) que es mayor que cero, se determina que la serie

es asimétrica a la derecha, patrón típico de las series hidrológicas.

En la [Figura 4](#), se muestran las funciones de autocorrelación (ACF, por sus siglas en inglés) y de autocorrelación parcial (PACF, por sus siglas en inglés) de la serie. Se puede concluir, a partir de estas gráficas, que esta serie se comporta como un Ruido Blanco puro, pues no existe una correlación temporal significativa entre los años, es decir, ninguno de los órdenes (lag) posee un valor de correlación que exceda las líneas discontinuas (prueba de significación), con valores aproximadamente de $\pm 0,4$. Solamente el orden cero, en la [Figura 4a](#), posee un valor uno de correlación, pero este orden significa desfase nulo, por lo que se concluye que no existe una memoria temporal en el sistema que pueda ser explotada. Por tanto, el proceso, a esta escala, está explicado por el componente aleatorio.

El resultado arrojado por las gráficas anteriores ([Figura 4](#)), es corroborado mediante la [Figura 5](#), donde se representa el Criterio de Información Akaike (AIC) para un AR(p) y MA(q) respectivamente. En el caso del AR(p) ([Figura 5a](#)), el único valor significativo se obtiene para el orden cero, por lo cual carece de sentido usar esta estructura de modelación. Sin embargo, para el MA(q) en el orden tres ([Figura 5b](#)), pareciera haber indicio de una posible explicación de la variabilidad de la serie. Esta variabilidad puede estar asociada a la variabilidad interanual de las precipitaciones y por ende, del escurrimiento

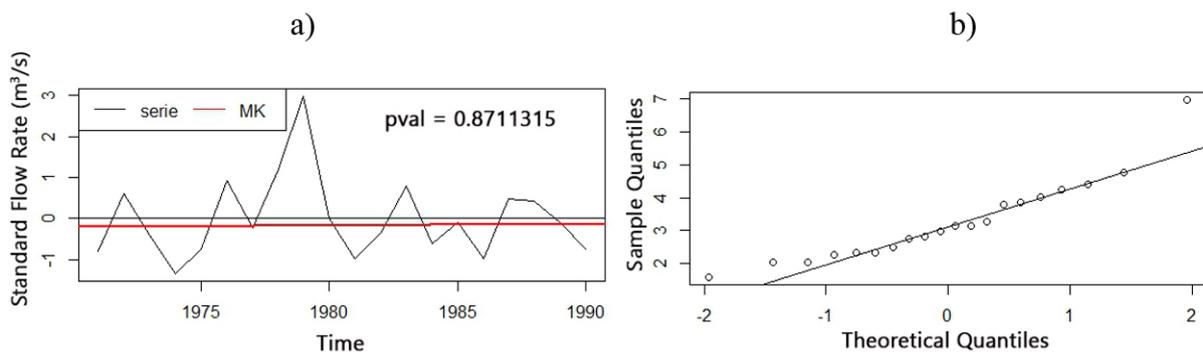


FIGURA 3. a) Serie de escurrimiento a escala anual, test no paramétrico Mann-Kendall. b) Normalidad.

TABLA 1. Estadística del escurrimiento medio anual para la subcuenca V Aniversario

Statistics										
Annual	Min	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	Var	Std	Cv	Skew
V Aniversario	1,58	2,33	3,06	3,26	3,89	6,98	1,55	1,24	0,38	1,41

como respuesta de las mismas. Específicamente, los efectos del ENOS (El Niño Oscilación Sur), fenómeno atmosférico que influye en las condiciones climáticas del Caribe, provocan ciclos de entre tres y cuatro años, como promedio. Los resultados en el AIC pueden estar reflejando este contexto. Sin embargo, no existen elementos suficientes para concluir esto, la cantidad de valores analizados parece ser aún insuficiente para detectar una correlación en este fenómeno que es cíclico, pero errático. Por otra parte, Akaike penaliza a los modelos por la cantidad de parámetros, que en este caso es tres, y como puede observarse en la [Figura 5b](#), el modelo MA(3) no logra mejorar el AIC para el MA(0) o Ruido Blanco. Además, los resultados de este criterio para el orden tres son corroborados mediante las gráficas de ACF y PACF, donde se demuestra que no existe prácticamente correlación para este orden. Por tanto, se considera que el mejor modelo que representa el comportamiento de esta serie es el Ruido Blanco, como ya se había expresado

anteriormente. **Sin embargo, esto no está en correspondencia con lo obtenido por [Aviles et al. \(2016\)](#)**, donde se probaron varios modelos a escala anual y según el AIC, el mejor que se ajustó a su serie de datos fue el ARMA (1,1). Por otra parte, según [Díaz y Guevara \(2016\)](#), el modelo adecuado para describir las descargas medias anuales en las subcuencas del río Santa, Perú es el AR(1).

La [Tabla 2](#) muestra la estadística del escurrimiento observado y de las generaciones del Ruido Blanco. En este caso, el modelo reproduce muy bien las estadísticas de las mediciones. La [Figura 6](#), conocida como gráfico “espagueti”, representa las 100 series generadas por el Ruido Blanco, donde en rojo aparece la serie de datos observada. Por tanto, pueden compararse visualmente las realizaciones sintéticas y la observada, las cuales provienen del mismo proceso.

Serie de escurrimiento mensual

Atendiendo a la escasa memoria temporal encontrada en la serie de escurrimiento a escala

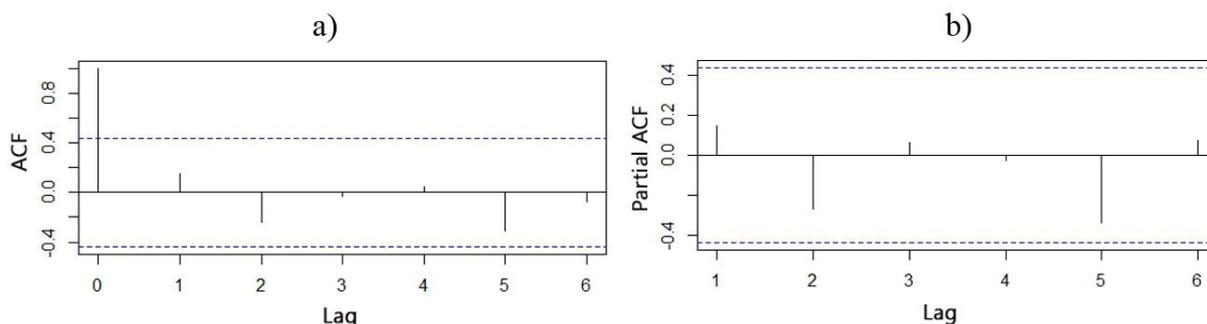


FIGURA 4. a) Función de autocorrelación (ACF). b) Función de autocorrelación parcial (PACF).

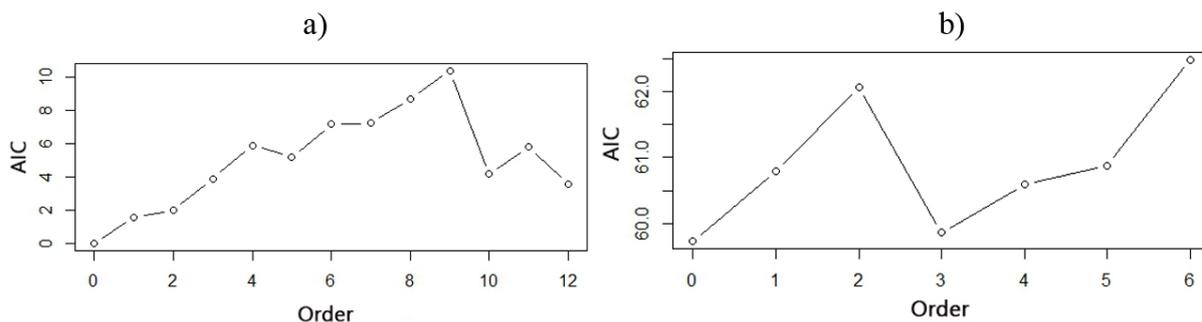


FIGURA 5. Criterio de Información Akaike (AIC), a) AR(p) y b) MA(q).

TABLA 2. Estadística de la serie observada y de las realizaciones del Ruido Blanco (WN) para la subcuenca V Aniversario

	Mean					Std				
	Mean	Var	Std	Cv	Skew	Mean	Var	Std	Cv	Skew
Data	3,26	1,55	1,24	0,38	1,41	-	-	-	-	-
WN	3,27	1,50	1,21	2,77	-0,04	0,28	0,45	0,18	0,55	0,46

anual, se decidió explorar la escala mensual. En la [Figura 7](#) se muestra la serie de escurrimiento mensual de la subcuenca V Aniversario. Además, en la [Figura 8a](#) están representados los valores observados y los elementos en los que se descompone la serie temporal: tendencia, estacionalidad y aleatoriedad. La principal componente a tener en cuenta en esta serie es su carácter estacional. De la [Figura 8b](#) se evidencia que los datos se distribuyen aproximadamente normal, solamente con pequeñas desviaciones en las colas, tal y como ocurría a escala anual.

Otra similitud entre esta serie y la serie a escala anual, es que ambas poseen un p valor superior a 0,05, por lo que se puede comprobar

que no existe una tendencia en la serie, en el período estudiado, de acuerdo con el test de Mann-Kendall ([Figura 9](#)).

La [Tabla 3](#) resume la estadística descriptiva fundamental para analizar la serie temporal a escala mensual, siendo esta serie asimétrica a la derecha en concordancia con la anual. Por otra parte, la [Figura 10](#) muestra las funciones de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (PACF). Como es de esperar, la memoria o persistencia es mucho mayor en períodos más cortos en las observaciones de escurrimiento, lo cual está en correspondencia con el estudio realizado por [Valipour et al. \(2013\)](#), a esta misma escala. Por tanto, la correlación lineal

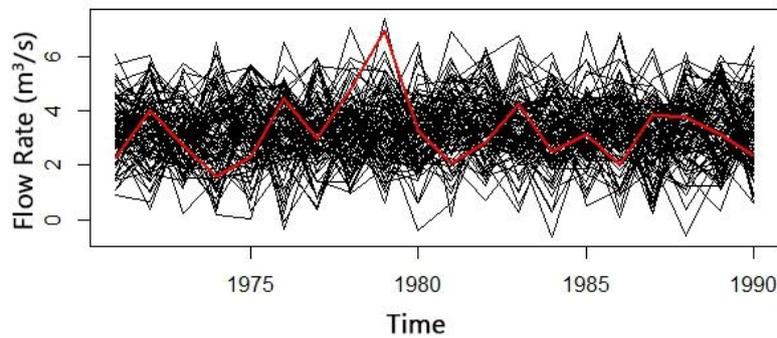


FIGURA 6. Gráfico espagueti de las series generadas por el Ruido Blanco.

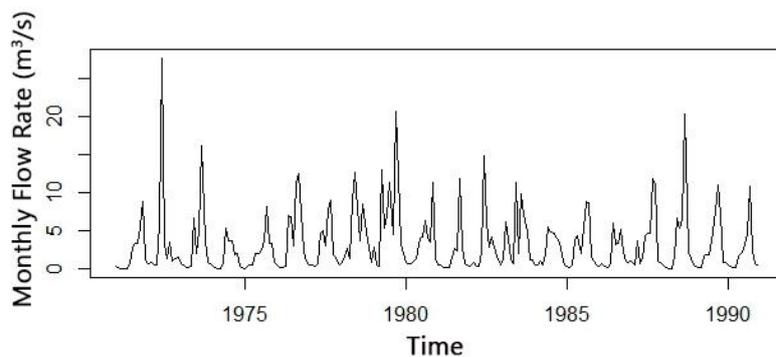


FIGURA 7. Serie de escurrimiento mensual.

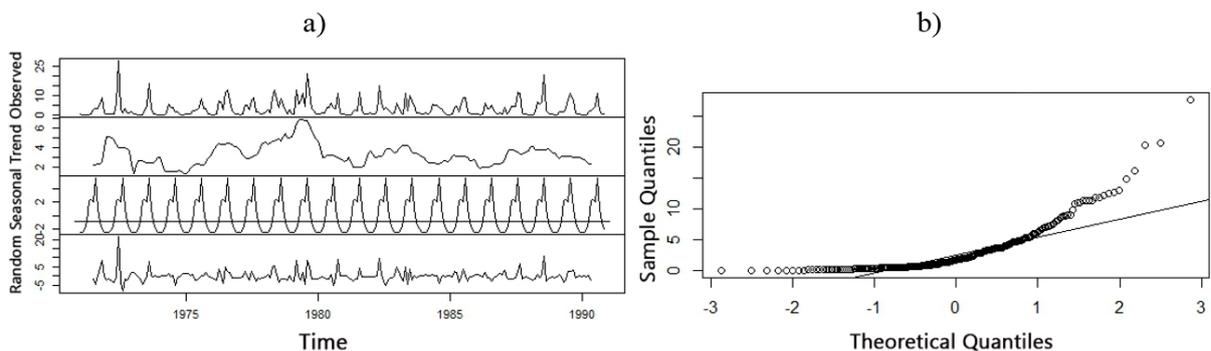


FIGURA 8. Series de escurrimiento mensual, a) descomposición en las componentes de la serie temporal y b) normalidad.

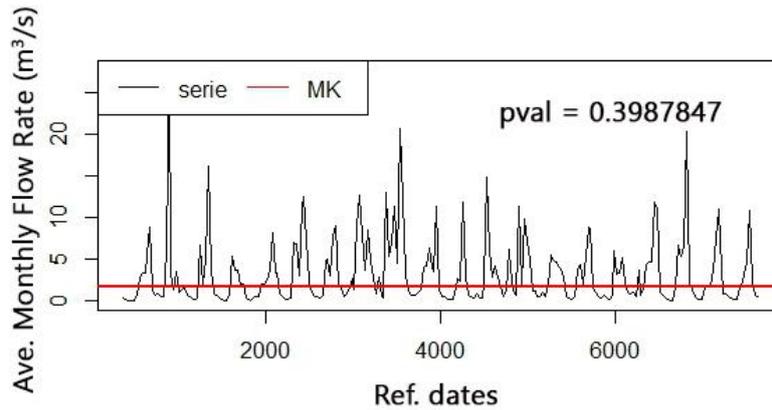


FIGURA 9. Test de Mann-Kendall.

TABLA 3. Estadística del escurrimiento medio mensual para la subcuenca V Aniversario

Statistics										
Seasonal	Min	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	Var	Std	Cv	Skew
V Aniversario	0,05	0,60	1,81	3,29	4,61	27,78	16,10	4,01	1,22	2,40

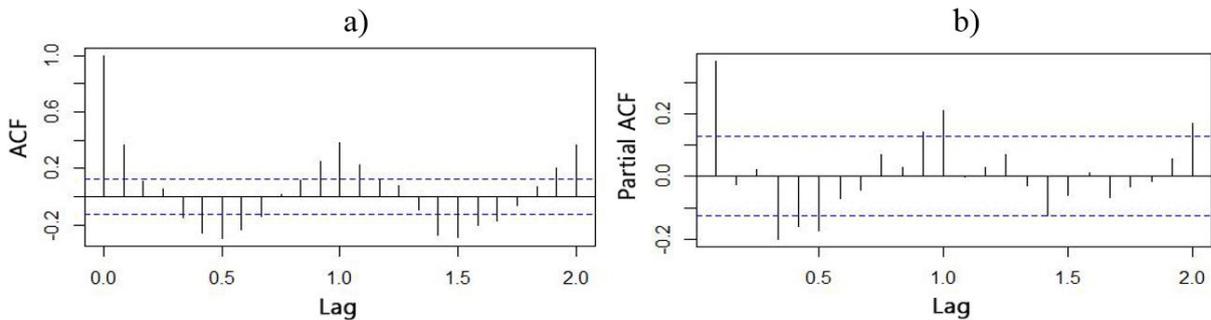


FIGURA 10. a) Función de autocorrelación (ACF). b) Función de autocorrelación parcial (PACF).

significativa, con diferentes pasos en el tiempo hacia atrás, es muy superior en las mediciones mensuales comparadas con las anuales, a pesar de la influencia del tamaño de la muestra en los límites de confianza. La estacionalidad de la serie mensual puede ser fácilmente reconocida en estas gráficas. El coeficiente de correlación lineal, ya sea positivo o negativo, se alterna cada 6 meses.

De las figuras anteriores se corrobora el carácter estacional que presenta la serie de escurrimiento a escala mensual, es por ello que un modelo adecuado para la misma sería un modelo estacional autorregresivo integrado de media móvil (SARIMA, por sus siglas en inglés). El SARIMA posee seis parámetros: p, d, q, P, D y Q, por lo que es más complejo con respecto al ARMA.

CONCLUSIONES

Para la serie de escurrimiento medio anual de la subcuenca V Aniversario se corroboró, mediante los resultados de las gráficas de ACF y

PACF, que en la misma no existe una correlación temporal significativa entre los años. Por tanto, esta serie, en esta escala, no presenta buena memoria temporal y está explicada, en su mayor parte, por una elevada aleatoriedad. El Criterio de Información Akaike (AIC) arrojó que el MA(3) podría explicar parte de la variabilidad en el escurrimiento, dando indicios de posibles ciclos cada 3 o 4 años en la serie. Sin embargo, después de haber demostrado, a partir de las gráficas de ACF y PACF, que en el orden 3 no existe prácticamente correlación y que, por otra parte, el valor de AIC no es inferior al del Ruido Blanco, se arribó a que este último modelo se ajustaba mejor a la serie. Esta conclusión fue corroborada a partir de las semejanzas encontradas en la estadística de la serie observada y de las series generadas con el modelo de Ruido Blanco, sobresaliendo la coincidencia en media, varianza y desviación estándar.

Por último, para la serie de escurrimiento mensual, a partir de las gráficas de ACF y PACF,

se encontró mejor memoria o persistencia y superior correlación lineal con respecto a la serie anual, así como también se reconoció la componente estacional, pues el coeficiente de correlación lineal es tanto positivo como negativo y se alterna cada 6 meses. Por lo tanto, esta serie debe ser modelada por un SARIMA.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALONSO, B.G.: *Modeling discharge and sediment yield for extreme events in Western Cuba*, ETH, Zurich, Master of Advanced Studies in Sustainable Water Resources (MAS-SWR), Switzerland, 2015.
- ALONSO, B.G.R.: *Estimación del riesgo de erosión hídrica en la subcuenca V Aniversario del río Cuyaguatije*, Universidad Agraria de La Habana, Tesis (en opción al grado científico de Master en Ciencias), San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba, 102 p., 2008.
- ALONSO, B.G.R.: “Predicción probabilística del escurrimiento superficial y la pérdida de sedimento para eventos extremos. Parte II”, *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 25(4): 4-16, 2016, ISSN: 1010-2760, E-ISSN: 2071-0054, DOI: <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.26734.61764>.
- AVILES, A.; SOLERA, A.; PAREDES, J.: “Análisis del rendimiento de sistemas hídricos en desarrollo mediante el acople de modelos estocásticos hidrológicos y optimización de redes de flujo”, *Ingenius*, (15): 48-57, 2016, ISSN: 1390-650X, DOI: <http://dx.doi.org/10.17163/ings.n15.2016.05>.
- CONSEJO TERRITORIAL DE CUENCAS HIDROGRÁFICAS (CTCH) DE PINAR DEL RÍO: *Catálogo de Cuencas Hidrográficas Río Cuyaguatije*, Pinar del Río, Cuba, 2000.
- CRYER, J.D.; CHAN, K.S.: *Time series analysis with applications in R*, Ed. Springer, 2nd. ed., USA, 505 p., 2010, ISBN: 978-0-387-75958-6.
- DELL'AMICO, G.; PETRONI, F.; PRATTICO, F.: “Economic performance indicators of wind energy based on wind speed stochastic modeling”, *Applied Energy*, 154: 290-297, 2015, ISSN: 0306-2619, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.04.124>.
- DÍAZ, M.A.; GUEVARA, E.: “Modelación estocástica de los caudales medios anuales en la cuenca del río Santa, Perú”, *Revista Ingeniería UC*, 23(2), 2016, ISSN: 1316-6832.
- ESTRADA, V.; PACHECO, M.R.: “Modelación hidrológica con HEC-HMS en cuencas montañosas de la región oriental de Cuba”, *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 33(1): 94-105, 2012, ISSN: 1815-591X.
- FRY, L.M.; HUNTER, T.S.; PHANIKUMAR, M.S.; FORTIN, V.; GRONWOLD, A.D.: “Identifying streamgage networks for maximizing the effectiveness of regional water balance modeling”, *Water Resources Research*, 49(5): 2689-2700, 2013, ISSN: 0043-1397, DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/wrcr.20233>.
- LIANG, H.; ZHUANG, W.: “Stochastic modeling and optimization in a microgrid: A survey”, *Energies*, 7(4): 2027-2050, 2014, ISSN: 0360-5442, DOI: <http://dx.doi.org/10.3390/en7042027>.
- METCALFE, V.A.; COWPERTWAIT, P.S.: *Introductory time series with R, [en línea]*, Ed. Springer, 1st. ed., 259 p., 2009, ISBN: 978-0-387-88697-8, Disponible en: [10.1007/978-0-387-88698-5](http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-88698-5).
- NIEZGODA, S.R.; KANJARLA, A.K.; BEYERLEIN, I.J.; TOMÉ, C.N.: “Stochastic modeling of twin nucleation in polycrystals: an application in hexagonal close-packed metals”, *International journal of plasticity*, 56: 119-138, 2014, ISSN: 0749-6419, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijplas.2013.11.005>.
- RODRÍGUEZ, L.Y.; MARRERO DE LEÓN, N.; GIL URRUTIA, L.: “Modelo lluvia-escurrimiento para la cuenca del río Reno”, *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 19(2): 31-37, 2010, ISSN: 1010-2760, E-ISSN: 2071-0054.
- RODRÍGUEZ, L.Y.; MARRERO, N.: “Simulación hidrológica en dos subcuencas de la cuenca del río Zaza de Cuba”, *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 36(2): 109-123, 2015, ISSN: 1680-0338.
- SANG, Y.F.: “A review on the applications of wavelet transform in hydrology time series analysis”, *Atmospheric research*, 122: 8-15,

2013, ISSN: 0169-8095, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.atmosres.2012.11.003>.

SHUMWAY, R.H.; STOFFER, D.S.: *Time series analysis and its applications with R examples, [en línea]*, Ed. Springer, 3rd. ed., USA, 604 p., 2011, ISBN: 978-1-4419-7864-6, Disponible en: DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4419-7865-3>.

SUN, K.; YAN, D.; HONG, T.; GUO, S.: “Stochastic modeling of overtime occupancy and its application in building energy simulation and calibration”, *Building and Environment*, 79: 1-12, 2014, ISSN: 0360-1323, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.buildenv.2014.04.030>.

TRIVIÑO, A.; ORTIZ, S.: “Metodología para la modelación distribuida de la escorrentía superficial y la delimitación de zonas inundables en ramblas y ríos-rambla mediterráneos”, *Investigaciones Geográficas (Esp)*, (35), 2004, ISSN: 0213-4691.

VALIPOUR, M.; BANIHABIB, M.E.; BEHBAHANI, S.M.R.: “Comparison of the ARMA, ARIMA, and the autoregressive artificial neural network models in forecasting the monthly inflow of Dez dam reservoir”, *Journal of Hydrology*, 473(7), 2013, ISSN: 0022-1694, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.11.017>.

WILKS, D.S.: *Statistical methods in the atmospheric sciences*, Ed. Elsevier, 3rd. ed., vol. 100, 676 p., 2011, ISBN: 978-0-12-385022-5.

WU, C.L.; CHAU, K.W.: “Prediction of rainfall time series using modular soft computing methods”, *Engineering applications of artificial intelligence*, 26(3): 997-1007, 2013, ISSN: 0952-1976, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2012.05.023>.

Anaily Rivero Villaverde, Profesora, Universidad Agraria de La Habana, Facultad de Ciencias Técnicas, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba, e-mail: anailyrv@unah.edu.cu

Gustavo Reinel Alonso Brito, e-mail: gustavo@unah.edu.cu

Andrés Lau Quan, e-mail: andresl@unah.edu.cu

Los autores de este trabajo declaran no presentar conflicto de intereses.

Este artículo se encuentra bajo licencia [Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional \(CC BY-NC 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

La mención de marcas comerciales de equipos, instrumentos o materiales específicos obedece a propósitos de identificación, no existiendo ningún compromiso promocional con relación a los mismos, ni por los autores ni por el editor.