



## Reconfiguración de sistemas de distribución mediante algoritmos genéticos basados en la teoría de Grafos

### *Distribution Systems Reconfiguration By Means of Genetics Algorithms Based on Graph Theory*

José Angel - González Quintero  
Elizabeth- Sospedra Toledo  
Marlén- Alvarez Diaz

Recibido: noviembre de 2015  
Aprobado: febrero de 2016

#### Resumen/Abstract

La reconfiguración de sistemas eléctricos de distribución constituye un problema de optimización de la operación de los sistemas eléctricos de potencia. Los algoritmos genéticos (AG) presentan numerosas aplicaciones en el campo de la optimización. La ventaja principal radica en su relativa simplicidad para formular problemas matemáticamente complejos. También se ha planteado que los métodos basados en AG son mejores que los algoritmos heurísticos tradicionales en la obtención del óptimo global. Sin embargo, cuando los AG son aplicados al problema de reconfiguración aparece la necesidad de realizar comprobaciones de radialidad que recargan notablemente su algoritmo matemático. La naturaleza aleatoria del proceso de generación de variantes hace que muchas deban ser rechazadas por no cumplir las premisas de conexión impuestas al problema. En este trabajo se presenta una formulación basada en ciertos principios de la teoría de grafos que evita los inconvenientes de la realización de estos chequeos.

**Palabras clave:** reconfiguración, mínimas pérdidas, algoritmos genéticos, teoría de grafos, sistemas de distribución, optimización de sistemas de distribución.

*The reconfiguration of distribution electric systems constitutes an optimization problem of the electric power systems operation. The genetic algorithms (GA) present numerous applications in the field of the optimization. The main advantage resides in its relative simplicity to formulate problems mathematically complex. It also has been thought that the methods based on GA are better than the traditional heuristic algorithms in the global optimum obtainment. However, when the GA is applied to the reconfiguration problem appears the necessity of carrying out radiality verifications that recharge their mathematical algorithm notably. The random nature of the variants generation process makes that many of them should be rejected by not fulfilling the connection premises imposed to the problem. In this work a formulation is presented based on certain principles of the graph theory that avoids the inconveniences of the realization of these checkups.*

**Key words:** reconfiguration, minimum losses, genetic algorithms, graph theory, distribution systems, distribution systems optimization.

#### INTRODUCCIÓN

Los sistemas de distribución son operados radialmente para facilitar la coordinación de los sistemas de protección y la detección de fallas [1, 2]. Sin embargo, estos sistemas se diseñan de forma mallada para realizar transferencias de carga durante procesos de mantenimiento y reparación de roturas [3, 4]. Los operarios también pueden realizar estas operaciones para minimizar pérdidas, balancear la carga entre los transformadores y entre los alimentadores. Este proceso presenta numerosas ventajas y es denominado reconfiguración. El problema de reconfiguración de la red de distribución, conocido en la literatura como

DNRC (*Distribution Network Reconfiguration*), tradicionalmente es formulado para encontrar una estructura de operación radial que minimice las pérdidas de potencia del sistema satisfaciendo las restricciones de operación [2].

Varios métodos se han empleado en la reconfiguración: actualización de la corriente mínima circulante [5], colonia de hormigas [6, 7], búsqueda armónica [8, 9], técnicas difusas [10], algoritmos genéticos [11-13] y otros desarrollos[14]. Los algoritmos genéticos (AG) presentan numerosas aplicaciones en el campo de la optimización [5-7]. La ventaja principal radica en su relativa simplicidad para formular problemas matemáticamente complejos. También se ha planteado que los métodos basados en AG son mejores que los algoritmos heurísticos tradicionales en la obtención del óptimo global [2].

La forma más fácil e intuitiva de implementar un problema de reconfiguración de redes radiales es empleando codificación binaria. La información genética de cada individuo (circuito radial) sería una cadena binaria de tantas posiciones como interruptores a manipular tenga la red objeto de estudio [2]. Los interruptores cerrados pueden ser representados con un cero y los abiertos con un uno [14].

Esta forma de implementar la información genética presenta problemas al aplicar el proceso de cruzamiento y de mutación. El cruzamiento de dos individuos conlleva a intercambiar los valores de la cadena genética en uno o varios puntos de la misma [11]. El individuo resultante puede ser una red que no necesariamente tiene que ser radial ya que el intercambio binario no garantiza esta importante propiedad impuesta como una restricción al problema [1,12]. El proceso de mutación sufre del mismo inconveniente [2,12].

Para resolver el problema se pueden colocar chequeos de radialidad en cada acción de los operadores de cruzamiento y de mutación [12,14]. Solamente los individuos radiales resultantes se les permitirá formar parte de la nueva generación y los restantes tienen que ser rechazados. Este proceso genera demoras en los chequeos y desecha muchos descendientes haciendo que esta forma de implementación recargue notablemente el algoritmo matemático [1,2]. En este trabajo se presenta una formulación basada en ciertos principios de la teoría de grafos que evita los inconvenientes de la realización de estos chequeos [1,15].

Para validar el algoritmo propuesto, se analiza un caso de estudio correspondiente a un sistema de distribución típico extraído de la literatura consultada [2]. Los resultados obtenidos son similares a otras metodologías lo que permiten llegar a conclusiones sobre las ventajas de la técnica propuesta.

### **Organización del Trabajo**

El trabajo se ha dividido en cuatro partes fundamentales: Introducción, Implementación, Resultados y Conclusiones. En la Introducción se explica la necesidad de la investigación. En la Implementación se explica cómo se deben implementar en varios aspectos de la técnica de algoritmos genéticos (codificación, cruzamiento, mutación y función de adaptabilidad) los fundamentos matemáticos esenciales de la teoría de grafos involucrados en el problema de la reconfiguración de sistemas de distribución. En los Resultados se explican otros aspectos de los algoritmos genéticos (población inicial, tamaño de la población, generaciones) que influyen en los éxitos y fracasos de la solución. Además se realizan comentarios sobre la ejecución del algoritmo mediante funciones del MATLAB y se analiza la eficiencia del proceso. Finalmente en las conclusiones se comentan los méritos e insuficiencias del algoritmo implementado.

## IMPLEMENTACION

### **Codificación**

Para grandes redes de distribución, no es eficiente representar a todos los interruptores en la cadena, ya que su longitud será muy grande. De hecho, el número de interruptores abiertos para lograr que el sistema sea radial se mantiene idéntico una vez que se fija la topología de la red a optimizar, incluso si la posición de los interruptores abiertos cambia. Por lo tanto, para memorizar la configuración radial, es suficiente numerar solamente las posiciones de los interruptores abiertos. La figura 1, muestra dos circuitos radiales diferentes de una red de distribución de 14 nodos cuyos datos aparecen en las tablas 1 y 2 [2]. La misma es alimentada desde dos subestaciones ubicadas en los nodos siete y ocho. Los trazos en línea continua pertenecen a interruptores cerrados y los abiertos se muestran en línea discontinua.

Según el ordenamiento de la tabla 2, en la figura 1 (a), las posiciones de cuatro interruptores abiertos (3, 10, 13 y 15) determinan que su topología sea radial. En la figura 1 (b), las posiciones de cuatro interruptores abiertos (4, 12, 13 y 15) determina otra topología radial. Por lo tanto, para representar la topología de esta red de distribución en particular, solamente es necesario conocer las posiciones de sus cuatro interruptores abiertos. Este tipo de representación se conoce con el nombre de co-árbol en la teoría de los grafos [2,15].

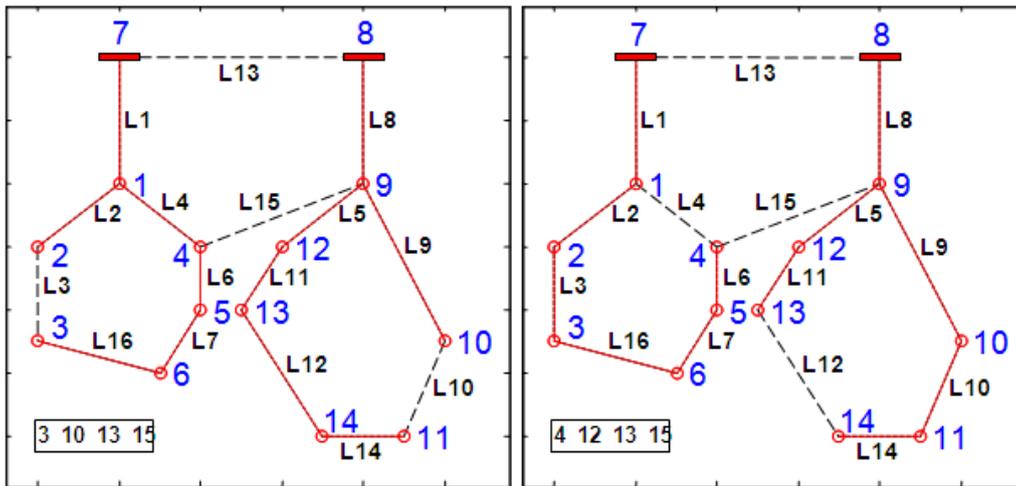


Fig. 1. Dos configuraciones radiales de la red de distribución de 14 nodos.

TABLA 1

DATOS DE CARGA PARA EL CIRCUITO IEEE DE 14 NODOS

Nodo	P(MW)	Q(MVAR)	Nodo	P(MW)	Q(MVAR)
1	0.00	0.00	8	-2.20	-1.08
2	0.90	0.70	9	0.30	0.20
3	0.70	0.55	10	0.60	0.45
4	0.00	0.00	11	0.90	0.75
5	0.90	0.76	12	0.00	0.00
6	0.40	0.30	13	0.80	0.65
7	0.00	0.00	14	0.30	0.22

TABLA 2

PARÁMETROS DE RAMA DEL CIRCUITO IEEE DE 14 NODOS

Línea Núm.	Desde Nodo i	Hasta Nodo j	Resistencia R(Ohm)	Reactancia X(Ohm)	Línea Núm.	Desde Nodo i	Hasta Nodo j	Resistencia R(Ohm)	Reactancia X(Ohm)
1	7	1	0.00575	0.00893	9	9	10	0.03076	0.04567
2	1	2	0.02076	0.03567	10	10	11	0.02284	0.03163
3	2	3	0.01284	0.01663	11	12	13	0.09385	0.11457
4	1	4	0.01023	0.01567	12	13	14	0.02810	0.04085
5	9	12	0.01023	0.01976	13	7	8	0.02420	0.42985
6	4	5	0.09385	0.11457	14	14	11	0.02500	0.04885
7	5	6	0.03220	0.04985	15	4	9	0.02300	0.04158
8	8	9	0.00575	0.00793	16	6	3	0.02105	0.04885

### Cruzamiento empleando el lema de Kruskal

El cruzamiento es la operación más importante de los AG. El proceso de cruce tradicional selecciona al azar dos padres (cromosomas) para un intercambio de genes mediante una tasa de cruzamiento dada. Este operador tiene por objeto mezclar la información genética procedente de los dos padres, para crear nuevos individuos. El diagrama de codificación es muy importante para el éxito de la operación de cruzamiento. Un método de codificación binaria no permite una alta eficiencia del proceso de cruzamiento al tener que realizar chequeos de radialidad sobre los individuos descendientes. En cambio, una codificación basada en el concepto de co-árbol permite una mejor eficiencia.

En la teoría de grafos, la siguiente propiedad de intercambio de los árboles en expansión ha sido probada por Kruskal [2]:

Si  $U$  y  $T$  son dos árboles en expansión del grafo  $G$ . Sea un borde (rama o línea)  $a \in U$ ,  $a \notin T$ ; entonces existe un borde  $b \in T$ , tal que  $U - a + b$  es también un árbol en expansión en el grafo  $G$ .

Asignando los circuitos radiales y de la figura 1 a los árboles  $U$  y  $T$ , se puede emplear la propiedad anterior para obtener dos nuevos individuos en un cruzamiento de su información genética. Tomando como borde  $a$  del árbol  $U$  (figura 1-a), al interruptor 4 y como borde  $b$  del árbol  $T$  (figura 1-b), al interruptor 3 se cumplen las premisas necesarias para realizar el intercambio. Nótese que el borde  $a$  (línea 1-4) está cerrado en  $U$  pero no lo está en el árbol  $T$ . Por otro lado, el borde  $b$  (línea 2-3) está cerrado en  $T$  pero no lo está en el árbol  $U$ . Esto es equivalente a decir que el borde  $a$  pertenece al árbol  $U$ , pero no pertenece al árbol  $T$ . De forma similar, el borde  $b$  pertenece al árbol  $T$ , pero no pertenece al árbol  $U$ .

Según lo anterior se cumple que  $U - a + b$  es un nuevo árbol y es sencillo comprobar que  $T - b + a$  también es un nuevo árbol. Esto equivale a decir que se quita el borde  $a$  del árbol  $U$  y se le adiciona el borde  $b$ . De igual manera, se quita el borde  $b$  de  $T$  y se le agrega el borde  $a$ .

En un lenguaje propio de sistemas eléctricos se dice que se abre el interruptor 4 y se cierra el interruptor 3 en la figura 1-a, (bordes  $a$  en  $U$  y  $b$  en  $T$ ). En tanto que en la figura 1-b, se abre el interruptor 3 y se cierra el 4. En el lenguaje de los algoritmos genéticos se dice que ocurrió un intercambio de información en el primer gen de la cadena que representa los circuitos 1-a y 1-b. El proceso se ha representado en la figura 2.

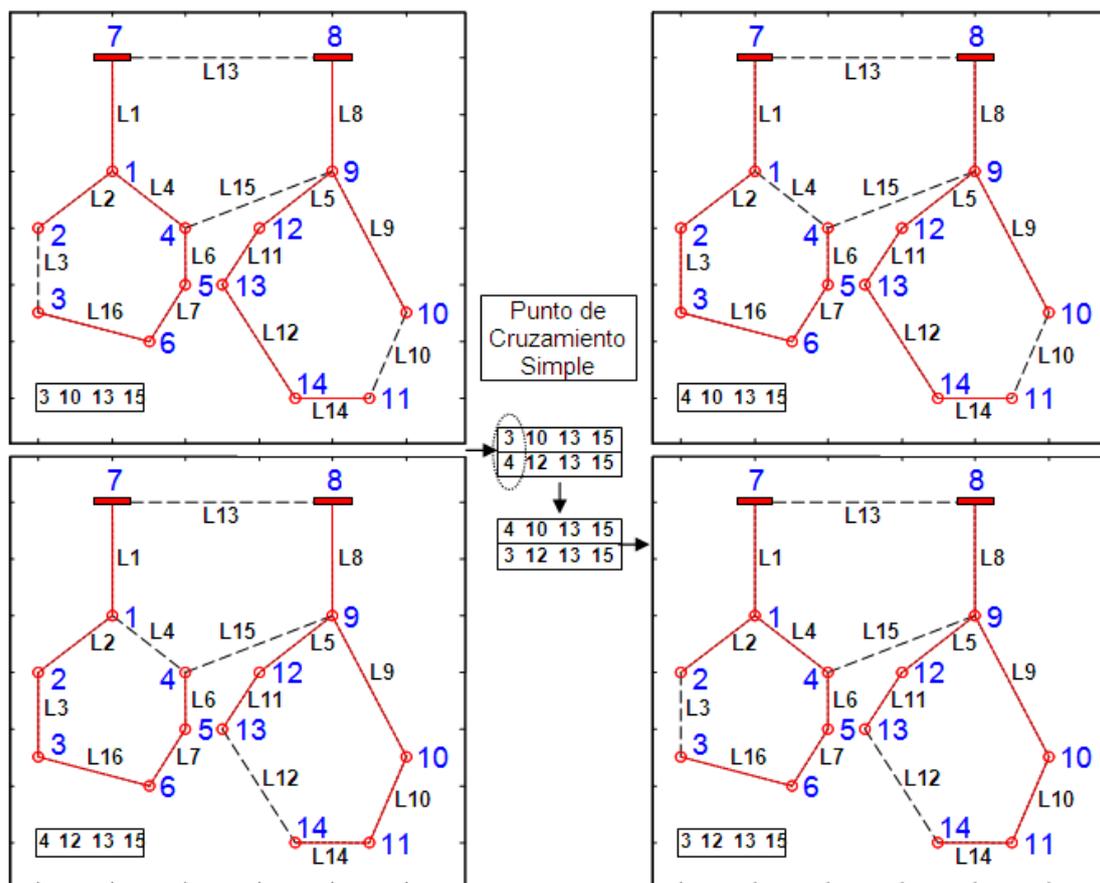


Fig. 2. Cruzamiento empleando el lema de Kruskal.

### Mutación

El operador de mutación le puede permitir al AG evitar los óptimos locales. Este operador cambia aleatoriamente un gen de la cadena, y se aplica con una probabilidad que se fija en la fase inicial. Al igual que en el proceso de cruzamiento, la topología de la estrategia de codificación es muy importante para una rápida y eficaz operación de mutación.

El proceso de mutación se representa en la figura 3. El individuo que sufrirá el proceso está representado por su co-árbol correspondiente. Primero se selecciona aleatoriamente un interruptor abierto, es decir, determinada posición en el co-árbol. Luego se obtienen todos los interruptores (líneas o ramas) que conforman un lazo al cerrar el interruptor mutado mediante un algoritmo de búsqueda profunda [15]. Por último se conforma el nuevo individuo abriendo aleatoriamente cualquiera de los interruptores del lazo menos el mutado. No es necesaria ninguna otra prueba para validar la nueva configuración radial obtenida.

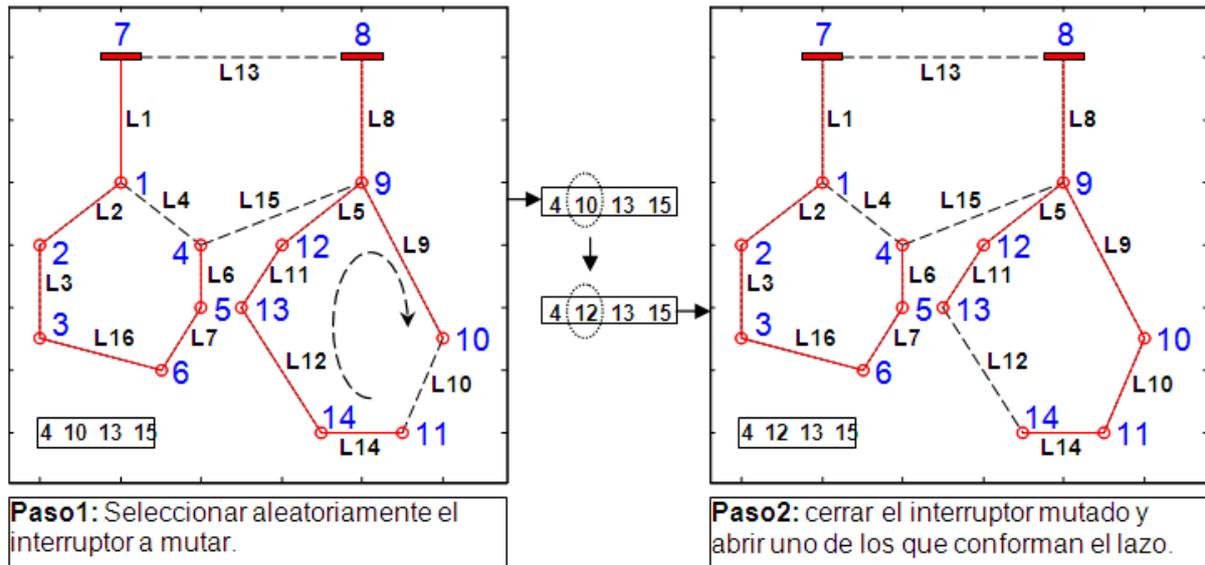


Fig. 3. Mutación.

### Función de adaptabilidad

Los AG son esencialmente procedimientos búsqueda sin restricciones dentro de un determinado espacio representado. Por lo tanto, es muy importante construir una función de adaptabilidad precisa cuyo valor sea la única información disponible capaz de orientar la búsqueda. En esta sección, la función de adaptabilidad está formada por la combinación de la función objetivo y la función de penalización: ecuación (1) y (2).

$$\text{Max } f(x) = \frac{1}{L} \quad (1)$$

donde:

$$L = \sum_i k_i \cdot R_i |I_i|^2 + \beta_1 \cdot \max\{0, (|I_i| - |I_{i\max}|)^2\} + \beta_2 \cdot \max\{0, (V_{i\min} - V_i)^2\} + \beta_3 \cdot \max\{0, (V_i - V_{i\max})^2\} \quad (2)$$

En la ecuación anterior  $\beta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) es una constante de gran valor. Los términos  $k_i$ ,  $R_i$  e  $I_i$  se refieren a la conexión ( $k_i = 1$  si cerrada y  $k_i = 0$  si abierta), la resistencia y la corriente de la rama  $i$ .  $V_i$  representa el voltaje en los nodos. Los límites de corriente máxima, de voltaje mínimo y máximo están dados por  $I_{i\max}$ ,  $V_{i\min}$  y  $V_{i\max}$ .

### RESULTADOS

Para optimizar el circuito analizado según la metodología propuesta se empleó el algoritmo genético que aparece implementado en la versión 7.4 del MATLAB. Los parámetros utilizados fueron: tamaño de la población igual al número de barras, diez veces el tamaño de la población para las generaciones y dos individuos elites. Los motivos para utilizar los criterios anteriores están basados en la experiencia práctica en el uso continuado de esta técnica. Algunos de los razonamientos empleados se explican a continuación.

#### Población inicial

La población inicial es generada al azar, pero es más recomendable obtenerla realizando mutaciones sucesivas a un individuo ya que el tiempo empleado resulta ser notablemente menor. En caso de emplear el mecanismo de las mutaciones, se debe tener cuidado de introducir una cantidad de cambios suficientes para que la población inicial resultante tenga una variabilidad genética adecuada.

### Tamaño de la Población

Para decidir sobre el tamaño de la población se ejecutó varias veces el algoritmo genético variando la cantidad de individuos y se contaron las veces que el mismo convergía a la configuración óptima. Para el caso de la red de 14 barras descrita anteriormente, los resultados de este experimento para 100 repeticiones desde dos individuos hasta tres veces la cantidad de barras, se muestran en la figura 4.

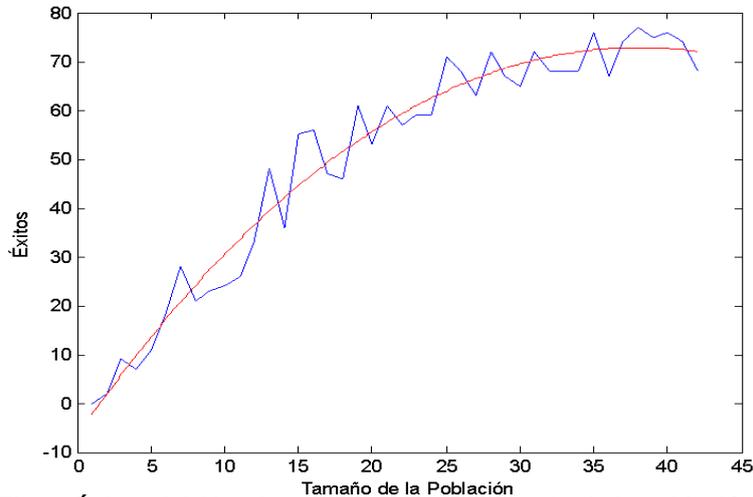


Fig. 4. Éxitos del Algoritmo en función del tamaño de la población.

La curva discontinua de color azul muestra la cantidad de éxitos obtenidos en cien corridas del algoritmo genético para cada uno de los tamaños de población estudiados. Al procesar los datos para construir el polinomio de grado tres de mejor ajuste por el método de los mínimos cuadrados según el comando *polyfit* de MATLAB, se obtiene la curva roja en la figura anterior.

Para esta curva se observa que la cantidad de éxitos crece aproximadamente de forma lineal con el tamaño de la población hasta alrededor de los catorce individuos. Después muestra una rodilla de saturación donde el aumento de los éxitos con la cantidad de individuos no resulta tan grande como en la primera etapa. Por esta razón se decidió emplear un tamaño de la población igual al número de barras.

### Generaciones

Cuando el número de generaciones es insuficiente el algoritmo genético puede detenerse sin haber convergido a una respuesta final. En dependencia de las intensiones del estudio esto puede ser una ventaja o una dificultad.

El criterio empleado en este trabajo fue de utilizar un número máximo de hasta diez veces el tamaño de la población para evitar una interrupción por este concepto.

### Ejecución

Las funciones de cruzamiento y mutación fueron programadas independientemente empleando codificación binaria en sus parámetros de entrada. Para realizar sus operaciones respectivas, según lo planteado en este trabajo, se realizó una conversión interna de la información genética hacia la topología del co-árbol. Antes de la devolución de los resultados se efectúa una traducción hacia codificación binaria nuevamente. Esto permite utilizar la excelente implementación de las funciones genéticas del MATLAB.

En la parte izquierda de la figura 5, se muestran los valores de la función de adaptabilidad (Fitness) de los individuos de la primera generación de una de las corridas efectuadas. La configuración óptima resultante, mostrada en la parte derecha, coincide con la respuesta obtenida de otras metodologías para este circuito [2].

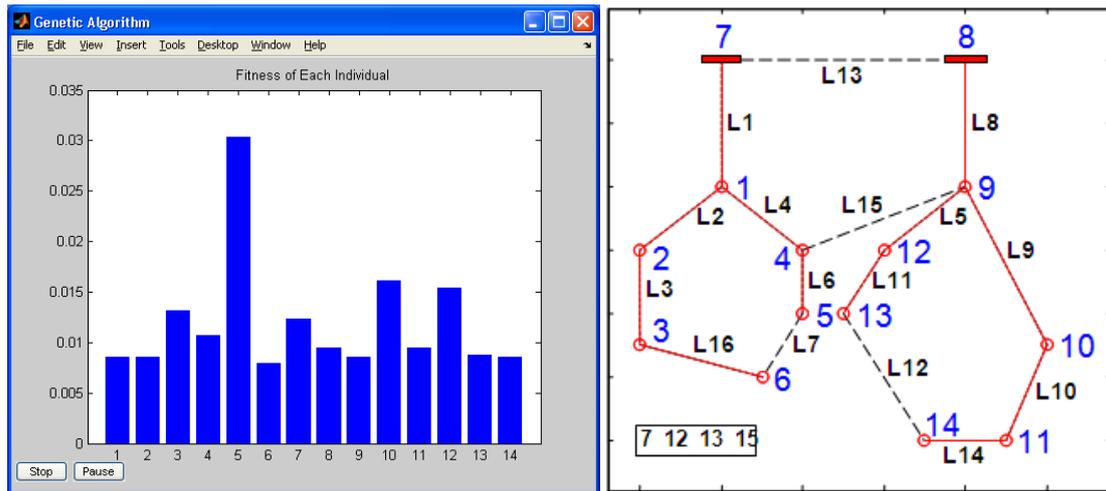


Fig.5. Función de adaptabilidad y configuración óptima.

### Eficiencia

La naturaleza aleatoria de los algoritmos genéticos hace que los mismos tengan que evaluar un gran número de individuos. En la aplicación al proceso de reconfiguración esto implica realizar un flujo de carga por cada uno de ellos con la consiguiente demora de tiempo.

La figura 6, muestra el total de llamadas a la Función de Adaptabilidad para el experimento realizado al construir la figura 4. Se trazaron curvas para varios valores del tamaño de la población.

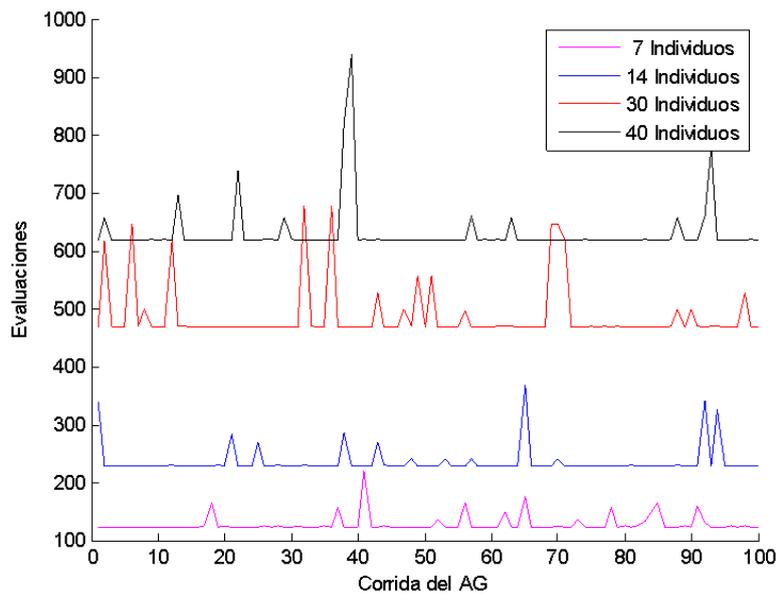


Fig.5. Evaluaciones Totales de la Función de Adaptabilidad contra cada corrida del AG.

La curva violeta responde a las cien evaluaciones del AG para un tamaño de la población de siete individuos, la azul para catorce individuos (igual al número de barras), la roja para treinta individuos y la negra para cuarenta individuos. Del análisis de esta figura se puede plantear, para la metodología descrita, que la cantidad de evaluaciones de la función de adaptabilidad (y de los flujos de carga asociados a ella) resulta alta. Esto ocurre a pesar de no tener que trabajar con individuos descartados por su no radialidad.

Comparando los resultados con otras técnicas heurísticas la eficiencia del proceso es baja [2]. Por ejemplo, para una enumeración exhaustiva de las topologías radiales posibles del circuito empleado, la cantidad de evaluaciones de la función objetivo es menor de cien. Al comparar con la curva violeta, para una población de siete individuos, el valor mínimo de evaluaciones es superior a cien con una cantidad de veinte éxitos de las cien veces que se ejecutó el AG en el experimento según lo mostrado en la figura 4. Esto indica que, para este caso, la enumeración exhaustiva brinda una respuesta más segura que el algoritmo genético.

## CONCLUSIONES

Se ha presentado una implementación de los algoritmos genéticos aplicados al problema de reconfiguración donde se evita la realización de comprobaciones de radialidad. El punto clave radica en la implementación de los operadores de cruzamiento y mutación según el lema de Kruskal y los principios de la teoría de grafos. La adecuada utilización de los mismos junto al concepto de co-árbol permite obtener siempre individuos radiales sin la necesidad de realizar la validación de esta propiedad.

Esta metodología aminora notablemente la carga matemática del algoritmo general respecto a otras técnicas similares que generan una gran cantidad de individuos que deben ser desechados al no cumplir con las restricciones de radialidad.

El problema fundamental del proceso de reconfiguración mediante algoritmos genéticos radica en su lentitud respecto a otras técnicas. En el mismo se analizan una gran cantidad de variantes que hacen lento el proceso de obtención de la respuesta final.

Otro problema importante es que la respuesta final no siempre resulta ser la óptima global sino un resultado sub-óptimo como se ha mostrado en la figura 4.

Trabajos futuros deben ir encaminados a resolver las desventajas de la aplicación de esta técnica, en el ámbito de los algoritmos genéticos, en lo concerniente a lentitud de convergencia y a la garantía de una respuesta óptima.

## REFERENCIAS

- [1]. DUAN, D. L., et al. "Reconfiguration of distribution network for loss reduction and reliability improvement based on an enhanced genetic algorithm". *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2015. Vol. 64. pp. 88-95. ISSN: 0142-0615. Disponible en web: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061514004682>. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijepes.2014.07.036>.
- [2]. ZHU, J., "Optimal Reconfiguration of Electrical Distribution Network". En: *Optimization of Power System Operation*. New Jersey: John Wiley & Sons Inc, 2015, vol.47, pp.483-528, ISBN: 9781118887004.
- [3]. AMANULLA, B., et al. "Reconfiguration of power distribution systems considering reliability and power loss". *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2012. Vol. 27. No. 2. pp. 918–926. ISSN: 0885-8977. DOI: <http://10.1109/tpwrd.2011.2179950>.
- [4]. RAMASWAMY, P. C.; DECONINCK, G. "Relevance of Voltage Control, Grid Reconfiguration and Adaptive Protection in Smart Grids and Genetic Algorithm as an Optimization Tool in Achieving their Control Objectives". En: *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Networking Sensing and Control (ICNSC)*. Delft, Holanda: 2011. pp. 26-31. ISBN: 978-1-4244-9570-2. DOI: [10.1109/ICNSC.2011.5874894](http://10.1109/ICNSC.2011.5874894)
- [5]. ZIN, A. A. M., et al. "Reconfiguration of radial electrical distribution network through minimum-current circular-updating-mechanism method". *Power Systems, IEEE Transactions on*. 2012. Vol. 27. No. 2. pp. 968-974. ISSN: 0885-8950.
- [6]. JACOB, R.; MALATHI, V. "Optimal Reconfiguration of Power Distribution Systems". *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*. 2014. Vol. 3. No. 3. pp. 384-390. ISSN: 2347-6710.
- [7]. ABDELAZIZ, A. Y., et al. "Reconfiguration of distribution systems for loss reduction using the hyper-cube ant colony optimisation algorithm". *Generation, Transmission and Distribution, IET*
- [8]. 2012. Vol. 6. No. 2. pp. 176-187. ISSN: 1751-8687. DOI: [10.1049/iet-gtd.2011.0281](http://10.1049/iet-gtd.2011.0281).
- [9]. SRINIVASA RAO, R., et al. "Optimal Network Reconfiguration of Large-Scale Distribution System Using Harmony Search Algorithm ". *IEEE Transactions on Power Systems*. 2011. Vol. 26. No. 3. pp. 1080-1088. ISSN: 0885-8950. DOI: [10.1109/TPWRS.2010.2076839](http://10.1109/TPWRS.2010.2076839).
- [10]. RAO, R. S., et al. "Power Loss Minimization in Distribution System Using Network Reconfiguration in the Presence of Distributed Generation". *IEEE Transactions on Power Systems*. 2013. Vol. 28. No. 1. pp. 317-325. ISSN: 0885-8950. DOI: [10.1109/TPWRS.2012.2197227](http://10.1109/TPWRS.2012.2197227).
- [11]. SEDIGHIZADEH, M.; MAHMOODI, M. M. "Optimal Reconfiguration and Capacitor Allocation in Radial Distribution Systems Using the Hybrid Shuffled Frog Leaping Algorithm in the Fuzzy Framework".

Journal of Operation and Automation in Power Engineering. 2015. Vol. 3. No. 1. pp. 56-70.  
ISSN: 2322-4576.

- [12]. SZUVOVIVSKI, I., et al. "Simultaneous allocation of capacitors and voltage regulators at distribution networks using genetic algorithms and optimal power flow". International Journal of Electrical Power and Energy Systems. 2012. Vol. 40. No. 1. pp. 62-69. ISSN: 0142-0615. DOI: [10.1016/j.ijepes.2012.02.006](https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2012.02.006).
- [13]. ENACHEANU, B., et al. "Radial Network Reconfiguration Using Genetic Algorithm Based on the Matroid Theory". IEEE Transactions on Power Systems. 2008. Vol. 23. No. 1. pp. 186-195. ISSN: 0885-8950. DOI: [10.1109/TPWRS.2007.913303](https://doi.org/10.1109/TPWRS.2007.913303).
- [14]. TORRES, J., et al. "A Genetic Algorithm Based on the Edge Window Decoder Technique to Optimize Power Distribution Systems Reconfiguration". International Journal of Electrical Power and Energy Systems. 2013. Vol. 45. No. 1. pp. 28-34. ISSN: 0142-0615. DOI: [10.1016/j.ijepes.2012.08.075](https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2012.08.075).
- [15]. AHMADI, H.; MARTI, J. R. "Distribution System Optimization Based on a Linear Power Flow Formulation". IEEE Transactions on Power Delivery. 2015. Vol. 30. No. 1. pp. 25-33. ISSN: 0885-8977. DOI: [10.1109/TPWRD.2014.2300854](https://doi.org/10.1109/TPWRD.2014.2300854).
- [16]. JOYNER, D., et al. Shortest Paths Algorithms. In: Algorithmic Graph Theory and Sage, Version 0.8-r1991, 2013. pp.103-148.

## AUTORES

### **José Angel González Quintero**

Ingeniero Electricista, Máster en Ciencias, Doctor en Ciencias Técnicas Profesor Titular del Centro de Estudios Electroenergéticos (CEE) de la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas (UCLV), Santa Clara, Cuba.

e-mail: [pepe@uclv.edu.cu](mailto:pepe@uclv.edu.cu)

### **Elizabeth Sospedra Toledo**

Ingeniera Electricista, Especialista en redes y sistemas de la Empresa Eléctrica de la Provincia Sancti Spiritus, Cuba.

### **Marlén Álvarez Díaz**

Licenciada en Pedagogía en las Especialidades de Matemática y Computación , Máster en Telemática, Ingeniera en Telecomunicaciones y Electrónica ,Profesor Instructor del Departamento de Electroenergética de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Cuba.

e-mail: [marlen@uclv.edu.cu](mailto:marlen@uclv.edu.cu)