

Validez de la ecuación binómica de Forchheimer en flujo convergente en un medio poroso

Félix Dilla Salvador

Prof. Dr., Centro de Investigaciones Hidráulicas. CUJAE.

email: fdilla@cih.cujae.edu.cu.

Armando Hernández Valdés

Prof. Dr., Centro de Investigaciones Hidráulicas. CUJAE.

email: ahernandez@cih.cujae.edu.cu.

José B. Martínez Rodríguez

Prof. Dr., Centro de Investigaciones Hidráulicas. CUJAE.

email: bienvenido@cih.cujae.edu.cu.

RESUMEN

El flujo en medios porosos a través de contornos paralelos ha sido ampliamente investigado en las últimas cinco décadas. Pero son pocos los estudios con permeámetros convergentes, menos aún cuando el flujo no sigue la ley de Darcy. Este trabajo utiliza resultados experimentales publicados recientemente por otros autores donde afirmaron que los parámetros de la ecuación binómica de Forchheimer cambian en el flujo convergente. El objetivo consiste en estudiar esta ecuación en el flujo convergente y demostrar su validez bajo estas condiciones. Se obtiene un excelente ajuste gráfico de una serie experimental cuando se emplean los valores de todas las secciones del modelo plano convergente. Este resultado demuestra que los parámetros lineal y no lineal de un medio poroso homogéneo tienen un valor que no depende del tipo de flujo.

Palabras clave: medio poroso, flujo convergente, régimen no lineal, ley de Forchheimer.

Validity of Forchheimer binomial equation in convergent flow through porous media

ABSTRACT

Flow behavior through porous media with parallel boundaries has been widely studied in the last five decades. Nevertheless, only few studies have been reported about flow behavior through porous media with converging boundaries, even less when flow does not obey Darcy's law. This work is based on experimental results through a convergent flow permeameter published by other authors recently. They concluded that the Forchheimer equation parameters change in converging flow. The objective here is to study non-Darcy steady converging flow and to show the validity of the Forchheimer equation under these flow conditions. An excellent graphical adjustment is obtained for different width ratios when all values of sections on the plane convergent model are used. This result shows that linear and non-linear parameters of a homogeneous porous media have one value not depending on flow conditions.

Keywords: porous media, converging flow, non-Darcy flow, Forchheimer law

INTRODUCCIÓN

El estudio del flujo en medios porosos es importante en las ingenierías hidráulica y civil, así como en ramas relacionadas, como la geología, el petróleo y otras. Parece a simple vista un estudio conceptualmente simple, pero al entrar en detalles se observa una complejidad tal que no facilita su tratamiento (Kovacs 1981). Una revisión de las diferentes ecuaciones en estudios de flujo de filtración indica que la tradicional ley lineal de Darcy es ampliamente usada para flujo a baja velocidad (Porges y Hammer 2001) expresada como:

$$V = K \cdot I \quad (1)$$

Donde **V** es la velocidad aparente o macroscópica; **K** es la conductividad hidráulica del medio poroso e **I** el gradiente hidráulico del flujo.

En el caso del flujo a través de materiales más gruesos, como arena y grava, las fuerzas inerciales y viscosas son del mismo orden de magnitud (Ward 1964; Kovacs 1981). Obviamente, la aplicación de esta ley lineal en estos casos conduciría a resultados imprecisos. Es necesario emplear una forma no lineal de relación entre el gradiente y la velocidad del flujo. Una revisión exhaustiva de diferentes aspectos del flujo lineal y no lineal en medios porosos se encuentra en Pérez Franco (1995).

Frecuentemente la ecuación de Forchheimer (Domenico y Schwartz 1998) se emplea para relacionar la variación no lineal de la resistencia del flujo con su naturaleza, expresada como:

$$I = a \cdot V + b \cdot V^2 \quad (2)$$

Donde **a** y **b** son coeficientes determinados por las propiedades del medio poroso y del fluido, conocidos como el parámetro lineal o de Darcy y el parámetro no lineal o no darciano, respectivamente.

La ecuación anterior de Forchheimer fue redefinida adicionándole un tercer término para considerar una condición transicional y un cuarto término para condición no estacionaria (Polubarinova-Kochina 1962). La expresión más general de Forchheimer es ligeramente mejor que la de los dos únicos términos, Nasser (1970), (citado por Porges y Hammer 2001) ya que según este autor resultan los mismos valores de gradiente por ambas expresiones.

Las investigaciones llevadas a cabo por Ward (1964) y Ahmed y Sunada (1969) requieren especial atención. Ward expresó dimensionalmente una ecuación válida tanto para flujo lineal como no lineal, expresada como:

$$I = \mu V / (\rho g k) + C_w V^2 / (g \sqrt{k}) \quad (3)$$

donde: **μ**, **ρ**, **g**: viscosidad, densidad y aceleración gravitacional, respectivamente.

C_w y **k** son constantes del medio poroso.

Pérez Franco (1995) reconoce que estas constantes del medio poroso son verdaderas propiedades hidrogeológicas. Comparando la ecuación binómica de Forchheimer con su ecuación, Ward obtuvo las siguientes expresiones para los parámetros **a** y **b**:

$$a = \mu / (\rho g k) \quad b = C_w / (g \sqrt{k}) \quad (4)$$

Por su parte, Ahmed y Sunada (1969) partiendo de las ecuaciones generales de Navier-Stokes obtuvieron una ecuación idéntica a la propuesta por Ward. El flujo en medios porosos a través de contornos paralelos ha sido materia de amplia investigación en las últimas cinco décadas (Ward 1964; Ahmed y Sunada 1969). En este caso de flujo para un caudal dado, a través de un medio poroso con estructura uniforme conocida, el gradiente hidráulico es constante así como la velocidad del flujo.

Cuando el flujo es convergente el gradiente es una función puntual, por lo que se requiere una expresión separada para estimar el gradiente hidráulico teniendo en cuenta el efecto de la variación de la velocidad (Nasser 1970). Este tipo de flujo resulta de interés ya que muchas situaciones de campo son convergentes por naturaleza, por ejemplo, el flujo a través del área adyacente a un pozo de bombeo, el flujo en presas de enrocamiento, el flujo a través de un banco de depósitos de rocas, el flujo a través de los filtros empleados en las plantas de purificación de agua, etc. Sin embargo, son pocos los estudios reportados en la literatura con permeámetros convergentes, menos aún cuando el flujo no obedece a la ley de Darcy.

Nasser (1970) supone que el parámetro de Darcy es el mismo en ambos flujos, sea paralelo o convergente, y la convergencia sólo afecta al parámetro no lineal de la ecuación binómica de Forchheimer (Porges y Hammer 2001). Thiruvengadam y Kumar (1997), basados en experimentos con roca y esferas, han obtenido ecuaciones empíricas para **a** y **b**, válidas solamente en el rango limitado de su experimentación.

Reddy y Rao (2006), sostienen que los valores de **a** y **b** varían cuando el flujo es convergente, no solamente a lo largo de la dirección del flujo sino también en la dirección radial o transversal al mismo. El tratamiento dado en la literatura a los parámetros de la ecuación binómica de Forchheimer cuando el flujo es convergente motiva el objetivo de este trabajo, el cual consiste en la evaluación del comportamiento del flujo no lineal a través de un medio poroso con contornos convergentes y demostrar la validez de la ecuación de Forchheimer bajo estas condiciones de flujo, donde sus parámetros **a** y **b** son funciones únicas del medio poroso, y no de las condiciones del flujo que ocurre a través del mismo, sea éste paralelo o convergente.

GRADIENTE HIDRÁULICO EN FLUJO CONVERGENTE

Thiruvengadam y Kumar (1997), basados en la experimentación en cuatro muestras de roca y tres de esferas de vidrio y en el principio de conservación de la energía, obtuvieron una expresión exponencial para el gradiente hidráulico, dada por:

$$I = P_i \cdot e^{mx} \quad (5)$$

Donde **I** es el gradiente, **x** es la distancia a lo largo del flujo. **P_i** y **m** son determinados por ajuste empírico, lo que hace que la ecuación (5) sea válida para el rango limitado de condiciones en las cuales se realizaron sus experimentos.

Una fundamentación para determinar el gradiente hidráulico entre dos puntos cualesquiera en la dirección principal de un flujo no lineal, a través de un medio poroso con contornos convergentes se basa en adoptar las tres siguientes hipótesis:

- Flujo permanente unidimensional.
- Medio poroso homogéneo y uniforme.
- Las condiciones de entrada garantizan un flujo radial con contornos convergentes.

Según el esquema mostrado en la figura 1, P_1 y P_2 son puntos localizados en la línea de corriente central del permeámetro convergente, en los radios R_1 y R_2 desde O , respectivamente. Se designan: h_L la pérdida de carga entre P_1 y P_2 para un caudal Q , W el ancho de flujo y θ el ángulo formado en O por el permeámetro. Sea dh_i la pérdida de carga en una franja elemental de ancho dR .

El caudal a través de un radio R_i será: $Q = V_i R_i \theta W$ donde $R_i \theta W$ es el área normal al flujo. La ecuación (2) de Forchheimer aplicada en la franja elemental ABCD es:

$$dh_i = \left\{ a \frac{Q}{R_i \theta W} + b \frac{Q^2}{R_i^2 \theta^2 W^2} \right\} dR \quad (6)$$

La ecuación de continuidad expresa la velocidad en la sección V_i como:

$$V_i = \frac{Q}{\theta W R_i} = \frac{V_1 R_1}{R_i} \quad (7)$$

Integrando (6) entre R_i y R_1 resulta:

$$h_1 - h_i = \frac{Q}{\theta W} \left[\left\{ a \ln \left(\frac{R_1}{R_i} \right) \right\} + \frac{b Q}{\theta W} \left\{ \frac{R_1 - R_i}{R_i * R_1} \right\} \right] \quad (8)$$

La expresión (8) es similar en forma a la de Nasser (1970). Los parámetros a y b de la ecuación binómica pueden obtenerse como parámetros de ajuste de la función dada en (8), a partir de los valores medidos en la experimentación bajo flujo convergente, vale decir, de la variación de las cargas medidas entre la entrada R_1 y la sección R_i , o sea, $h_1 - h_i$, y del caudal de circulación Q .

Es necesario vincular la expresión (8) con la ecuación de continuidad (7) para expresarla en función de la velocidad en la entrada del permeámetro V_1 cuando ésta es la información experimental dada o procesada, obteniéndose al final la ecuación (9a):

$$h_1 - h_i = \Delta h_i = a \cdot R_1 \cdot V_1 \cdot \ln \left(\frac{R_1}{R_i} \right) + \frac{b \cdot R_1 \cdot (V_1)^2 \cdot (R_1 - R_i)}{R_i} \quad (9a)$$

o también,

$$h_1 - h_i = \Delta h_i = a \cdot R_1 \cdot V_1 \cdot \ln(F_i) + b \cdot R_1 \cdot (V_1)^2 \cdot (F_i - 1) \quad (9b)$$

Donde **a** y **b** serían los parámetros de ajuste de la función (9b), los cuales dependen de la velocidad en la entrada del permeámetro convergente V_1 ; de la variación de las cargas medidas en la sección h_i y en la entrada h_1 y de la relación F_i entre los radios de la sección evaluada y la de entrada. F_i es llamado factor de la sección:

$$F_i = \frac{R_1}{R_i} \quad (9c)$$

Obtenidos los parámetros **a** y **b**, se calcula ahora el gradiente puntual I_i en la sección R_i con la velocidad de la sección V_i a través de la ecuación binómica (10):

$$I_i = a \cdot V_i + b \cdot V_i^2 \quad (10)$$

De esta forma se evita emplear el llamado gradiente hidráulico medio, y como consecuencia llevar a cabo un manejo inadecuado de la información experimental, el cual ha sido realizado por algunos autores en sus experiencias con flujo convergente en medios porosos (Venkataraman y Rao 2000; Reddy y Rao 2006).

El gradiente hidráulico medio I_m , antes referido, se define como:

$$I_m = \frac{\Delta h}{\Delta R} = \frac{(h_1 - h_i)}{(R_1 - R_i)} \quad (11)$$

Una excepción de lo anterior es la desarrollada por Thiruvengadam y Kumar (1997), que obtienen una ecuación experimental para el gradiente hidráulico en función de la velocidad, expresión (5) ya comentada.

ECUACIÓN DE FORCHHEIMER

El flujo no lineal radial convergente utilizando la ecuación de Dupuit-Forcheimer ha sido ampliamente estudiado en la hidráulica de pozos en los trabajos de Pérez Franco (1995) y otros. Por lo que el caso bajo estudio puede ser analizado por el mismo procedimiento. El gradiente en la sección que interviene en la ecuación binómica (10) no es posible medirlo en la experimentación, por lo que deberá ser calculado a través de ella una vez conocidos sus parámetros **a** y **b**.

Por otra parte, si se divide la expresión (8) entre $(R_1 - R_i)$ se obtiene el gradiente medio definido en (11). Sustituyendo en ella el caudal Q en función de la velocidad de entrada, auxiliado con la ecuación de continuidad (7), se obtiene la ecuación de Forchheimer en función del gradiente medio y de la velocidad de entrada, expresada en la ecuación (12):

$$I_m = a \cdot \left[\left(\frac{F_i}{F_i - 1} \right) \ln(F_i) \right] V_1 + b \cdot [F_i] (V_1)^2 \quad (12)$$

Los términos en corchetes de (12) son los llamados “factores de convergencia” por Venkataraman y Rao (2000), los cuales reconocen que para un caudal dado estos factores son puramente geométricos ya que dependen sólo de la relación entre los radios de los puntos piezométricos.

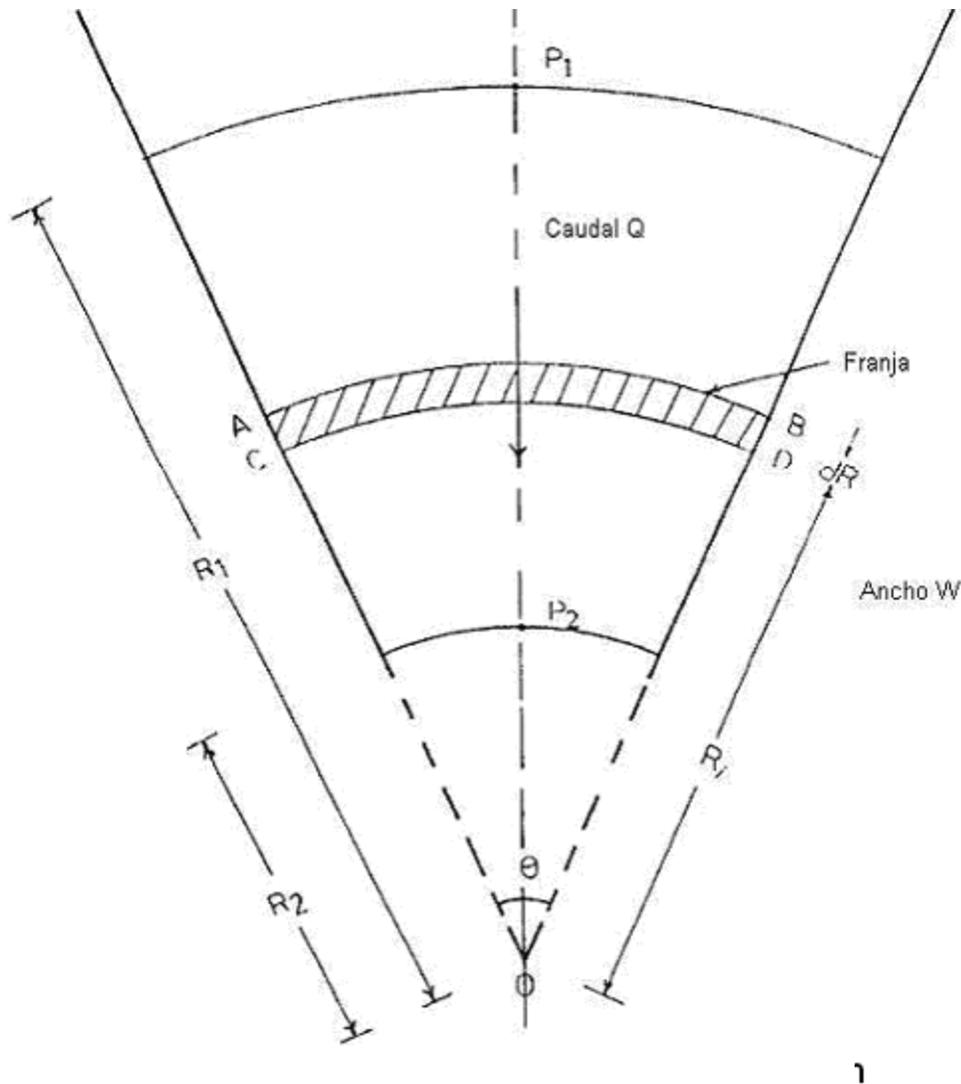


Figura 1. Esquema de definición

Por su parte, Reddy y Rao (2006) afirman que la ecuación de Forchheimer cambia sus parámetros **a** y **b** en el flujo convergente y sin embargo no hacen mención de estos “factores de convergencia”.

Este trabajo muestra cómo los autores antes citados al emplear los gradientes medios (que en verdad son los únicos posibles a medir en la experimentación) en la ecuación de Forchheimer y

además al usar siempre la velocidad de entrada, independiente de la sección analizada, los ha conducido a poner en duda su cumplimiento cuando el flujo es convergente. A continuación se ilustra cómo debe manejarse la ecuación binómica en flujo convergente a partir de la información de una experimentación conocida en la literatura.

MANEJO DE LA ECUACIÓN DE FORCHHEIMER EN FLUJO CONVERGENTE

La tabla 1 muestra los valores puntuales observados en la experimentación realizada por Reddy y Rao (2006) del suelo de 3.25 mm, donde los valores de velocidad se muestran en la columna B y la relación de gradiente y velocidad en la columna C, tomados de los gráficos publicados por los autores para cada sección F_i . Ellos sostienen que los valores de \mathbf{a} y \mathbf{b} varían cuando el flujo es convergente, no solamente a lo largo de la dirección del flujo sino también en la dirección radial o transversal al mismo.

El gradiente medio mostrado en la columna D de la tabla 1 es obtenido a partir de las columnas B y C. Los autores antes referenciados realizan sus experimentos en un modelo plano vertical. La figura 1 ilustra un esquema del permeámetro empleado.

El flujo comienza en un radio R_1 bajo una carga hidráulica constante H_1 y va atravesando ocho secciones inferiores de radio R_i donde el factor F_i varía en dichas secciones de la siguiente manera: 1.44; 1.55; 1.83; 2.02 y 2.25.

Obtención de los parámetros \mathbf{a} y \mathbf{b} según las cargas piezométricas y las velocidades medidas en la entrada

Como las cargas hidráulicas medidas en los piezómetros no son dadas (no se publican los datos originales básicos de los experimentos), se estima la diferencia de carga entre la entrada y la sección i , $\Delta h_i = (h_1 - h_i)$, como sigue: $\Delta h_i = I_m \cdot (R_1 - R_i)$, donde I_m es el gradiente medio dado en la columna D de la tabla 1, obtenido de los valores puntuales medidos.

Se considera un valor de R_1 de 1282 mm y un ángulo θ de convergencia de 40.95 grados. Los valores así estimados de Δh_i se muestran en la Columna E de la tabla 1.

Resultados obtenidos con los valores de la experimentación en todas las secciones del permeámetro.

La expresión (9b) dividida entre el término de \mathbf{a} : $(V_1 \cdot R_1 \cdot \ln(F_i))$ da:

$$(h_1 - h_i) / [R_1 \cdot V_1 \ln(F_i)] = a + b \cdot (V_1) \cdot (F_i - 1) / \ln(F_i) \quad (13)$$

La función (13) resulta una recta en un gráfico donde el eje Y sea el término \mathbf{a} a su izquierda y el eje X el que acompaña al parámetro \mathbf{b} .

En la figura 2 se presenta este gráfico con todos los valores de la experimentación de Reddy y Rao (2006), correspondiente con las cinco secciones y ocho velocidades analizadas. Los valores obtenidos de la recta de ajuste confirman la justeza de lo tratado: $\mathbf{a} = 0.0259$, $\mathbf{b} = 0.0089$ con una correlación de 0.983.

Cálculo del Gradiente hidráulico

El gradiente hidráulico en cualquier sección se halla por la ecuación binómica (10), una vez determinados sus parámetros \mathbf{a} y \mathbf{b} , empleando la velocidad correspondiente a la sección. En la tabla 2, columna D, se presentan los valores calculados del gradiente hidráulico puntual en todas

las secciones en dependencia de la velocidad en la sección, calculada por la ecuación de continuidad (7) con la velocidad de entrada de dato, mostradas en las columna C y B, respectivamente.

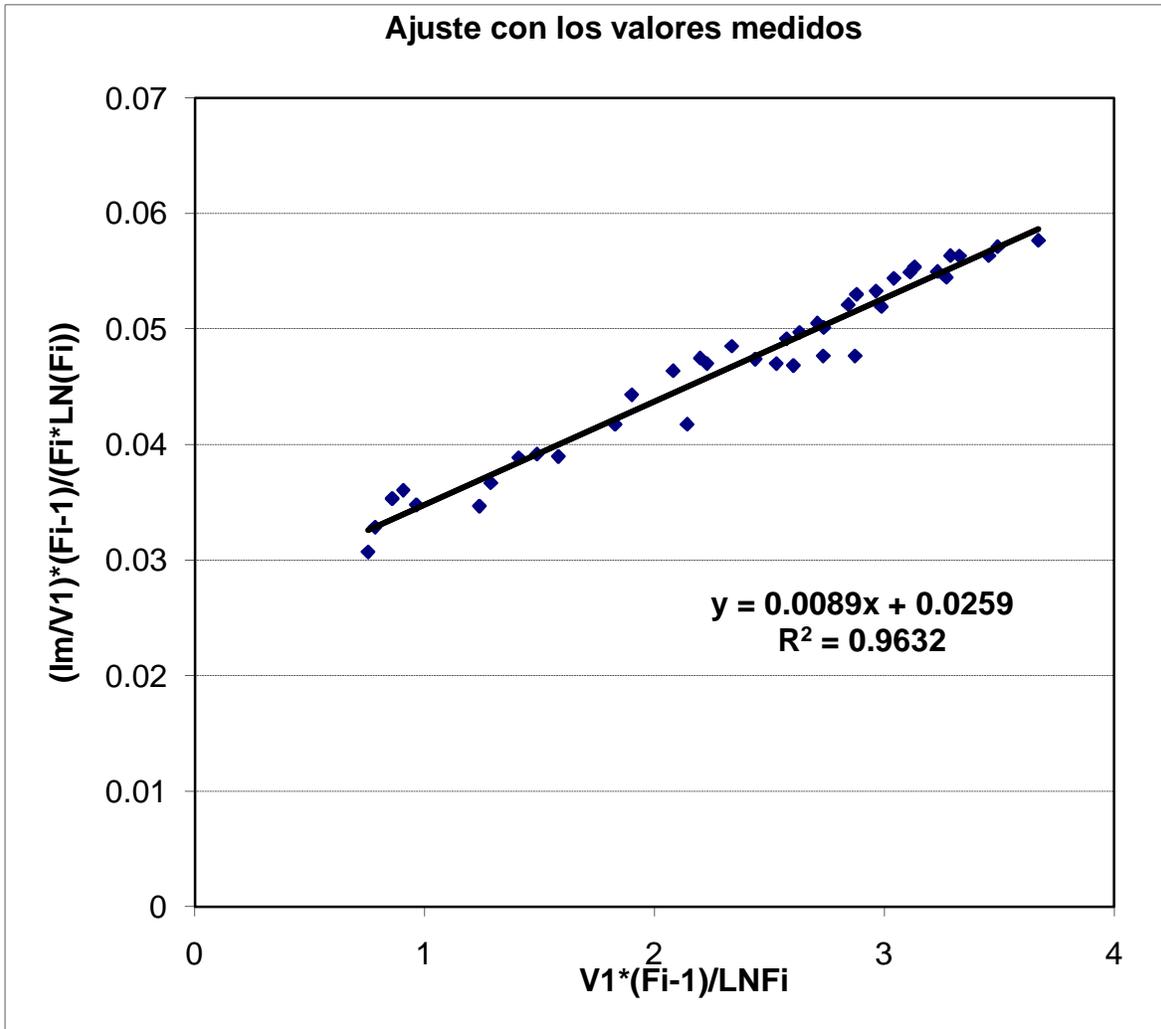


Figura 2. Ajuste con los datos experimentales en todas las secciones del permémetro.

Tabla 1. Información por secciones.

A	B	C	D	E
$F_i = R_1 / R_i$	V_1 (entrada)	Grad. medio / V_1	Grad. medio	Δh
2,25	2,380252	0,084118	0,20022122	14,2602001
2,25	2,265477	0,083333	0,18878979	12,0850827
2,25	2,157766	0,082157	0,17727527	10,0408288
2,25	2,095964	0,080196	0,16808809	6,94255898
2,25	1,774595	0,073137	0,12978898	5,30186928
2,25	1,515027	0,070784	0,10724015	13,4460284
2,25	1,02591	0,056863	0,05833605	11,5023451
2,25	0,625081	0,050784	0,03174431	9,63415064
2,02	2,380252	0,078431	0,18668645	6,62799898
2,02	2,265477	0,078431	0,17768451	5,04621535
2,02	2,157766	0,077059	0,16627489	12,6259384
2,02	2,095964	0,075686	0,1586357	10,7637475
2,02	1,774595	0,068431	0,12143794	8,90548796
2,02	1,515027	0,066078	0,10011061	6,12040638
2,02	1,02591	0,05451	0,05592215	4,72342683
2,02	0,625081	0,050196	0,03137662	11,9716073
1,83	2,380252	0,072549	0,17268497	10,2692273
1,83	2,265477	0,073137	0,1656908	8,60262841
1,83	2,157766	0,07098	0,15315906	5,85163177
1,83	2,095964	0,070588	0,1479504	4,6042392
1,83	1,774595	0,063137	0,11204303	9,24385938
1,83	1,515027	0,061765	0,0935752	7,86124321
1,83	1,02591	0,051765	0,05310593	6,51478185
1,83	0,625081	0,047059	0,02941558	4,68532483
1,55	2,380252	0,064118	0,15261617	3,46211034
1,55	2,265477	0,064314	0,1457013	7,63788168
1,55	2,157766	0,062353	0,13454304	6,48062561
1,55	2,095964	0,061373	0,12863465	5,44096317
1,55	1,774595	0,058039	0,10299608	3,77027844
1,55	1,515027	0,054706	0,08288089	2,95571211
1,55	1,02591	0,045294	0,04646768	4,15482338
1,55	0,625081	0,040588	0,02537094	3,62010087
1,44	2,380252	0,056863	0,13534768	3,08786286
1,44	2,265477	0,056863	0,12882127	2,11382994
1,44	2,157766	0,055882	0,12058103	1,6626457
1,44	2,095964	0,056078	0,11753837	2,26090057
1,44	1,774595	0,049804	0,08838177	2,03115456
1,44	1,515027	0,049804	0,07545429	1,71037936
1,44	1,02591	0,041373	0,04244451	1,15413215
1,44	0,625081	0,036667	0,02291964	0,89781322

Tabla 2. Gradiente hidráulico en la sección.

A	B	C	D
$F_i = R_1 / R_i$	V_1 (entrada)	V_i	$I_i = a V_i + b (V_i)^2$
2,25	2,38025225	5,35556757	0,39398
2,25	2,26547748	5,09732432	0,363267
2,25	2,15776577	4,85497297	0,335524
2,25	2,09596396	4,71591892	0,320077
2,25	1,77459459	3,99283784	0,245305
2,25	1,51502703	3,40881081	0,191706
2,25	1,02590991	2,3082973	0,107206
2,25	0,62508108	1,40643243	0,054031
2,02	2,38025225	4,80810955	0,33028
2,02	2,26547748	4,5762645	0,304911
2,02	2,15776577	4,35868685	0,281974
2,02	2,09596396	4,23384721	0,269193
2,02	1,77459459	3,58468108	0,207208
2,02	1,51502703	3,06035459	0,162619
2,02	1,02590991	2,07233802	0,091895
2,02	0,62508108	1,26266378	0,046892
1,83	2,38025225	4,35586162	0,281681
1,83	2,26547748	4,14582378	0,260349
1,83	2,15776577	3,94871135	0,241043
1,83	2,09596396	3,83561405	0,230279
1,83	1,77459459	3,24750811	0,177973
1,83	1,51502703	2,77249946	0,14022
1,83	1,02590991	1,87741514	0,079995
1,83	0,62508108	1,14389838	0,041273
1,55	2,38025225	3,68939099	0,216699
1,55	2,26547748	3,51149009	0,20069
1,55	2,15776577	3,34453694	0,186178
1,55	2,09596396	3,24874414	0,178076
1,55	1,77459459	2,75062162	0,138578
1,55	1,51502703	2,34829189	0,1099
1,55	1,02590991	1,59016036	0,06369
1,55	0,62508108	0,96887568	0,033448
1,44	2,38025225	3,42756324	0,193333
1,44	2,26547748	3,26228757	0,179212
1,44	2,15776577	3,1071827	0,166402
1,44	2,09596396	3,01818811	0,159245
1,44	1,77459459	2,55541622	0,124304
1,44	1,51502703	2,18163892	0,098864
1,44	1,02590991	1,47731027	0,057686
1,44	0,62508108	0,90011676	0,030524

Variación de (I_i / V_i) versus V_i

Es evidente que el ajuste en la sección, con los gradientes y velocidades puntuales, dará siempre la misma recta de ajuste en todas ellas, donde como se sabe su intercepto con el eje vertical es el parámetro **a** y la pendiente es **b**, ya determinados antes.

Esto muestra, una vez más, que el manejo adecuado de la ecuación binómica es sobre la base del gradiente y velocidad puntuales, en lugar del gradiente medio de la ecuación (11) y de una única velocidad tomada en la entrada V_1 .

Se demuestra en este trabajo que los parámetros **a** y **b** son únicos en un medio poroso homogéneo, relacionados con sus verdaderas propiedades hidrogeológicas (ecuación 4), y no deben por tanto variar atendiendo a que el flujo sea paralelo o convergente.

Resultados obtenidos por secciones

Se muestra a manera de ejemplo en la figura 3 la correlación en una sección.

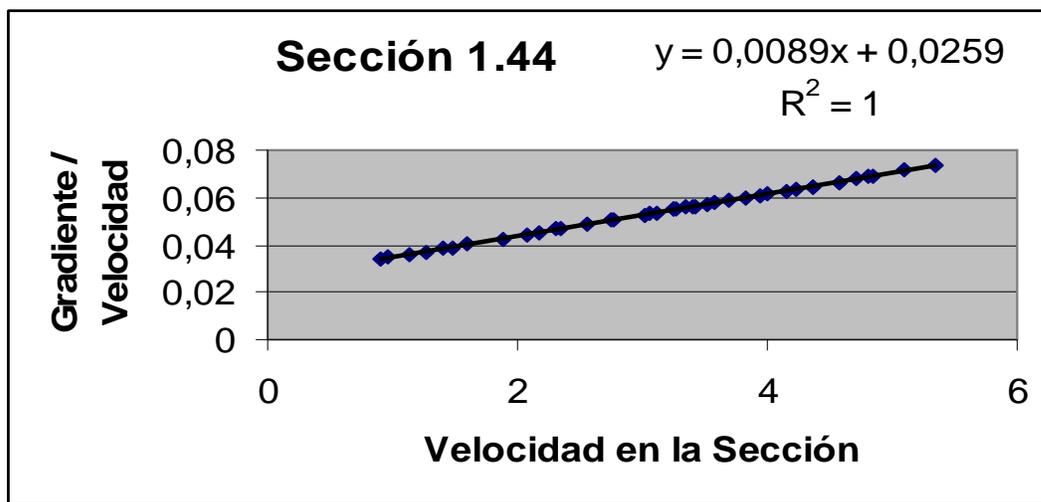


Figura 3. Gráfico (I/V_i) versus (V_i)

CONCLUSIONES

- El trabajo presenta un procedimiento para el manejo de la ecuación binómica de Forchheimer cuando el flujo es convergente en un medio poroso. El empleo de esta ecuación con el gradiente medido en la experimentación, llamado gradiente medio, y a base de la velocidad en la entrada del permeámetro, independiente de la sección analizada, ha conducido a poner en duda su cumplimiento cuando el flujo es convergente por algunos autores en la literatura científica.
- Se obtiene un excelente ajuste en el gráfico que permite determinar los parámetros de la ecuación binómica, cuando se emplean los datos experimentales de todas las secciones de un permeámetro plano convergente. Este resultado demuestra que el medio poroso homogéneo tiene un único valor de sus parámetros **a** y **b**, por lo que sus valores no dependen del tipo de flujo que ocurra a través del mismo.
- Los resultados obtenidos de los parámetros **a** y **b**, con todos los valores de una experimentación bajo flujo convergente, demuestran la validez de la ecuación de Forchheimer donde sus parámetros son únicos en un medio poroso homogéneo. Además, alertan la necesidad de manejar con cuidado la ecuación binómica en flujo convergente

cuando se opera con gradientes medios y empleando sólo la velocidad de entrada, lo cual es lo que obliga a introducir en ella los llamados factores de convergencia.

- Se puede apreciar que a medida que aumenta la separación entre las secciones o lo que es lo mismo, aumente la proporción entre ellas, también aumentará la diferencia entre el gradiente medio entre dichas secciones, dado en la columna D de la tabla 1, y el gradiente teórico correspondiente a la sección, en la columna D de la tabla 2, lo que es la causa evidente de la dispersión obtenida en los coeficientes **a** y **b** de la ecuación binómica y que los autores Venkataraman y Rao (2000), Reddy y Rao(2006), entre otros, atribuyen al flujo convergente.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a los ingenieros Eric Cabrera Estupiñán y Yoel Martínez González, profesores de nuestro centro laboral, gracias a los cuales fue posible llevar a cabo la manipulación de los datos experimentales obtenidos por otros autores.

REFERENCIAS

- Ahmed, N. y Sunada, D.K.** (1969). “Non linear flow in porous media”. *Journal of Hydraulics Division*, ASCE, 1969, Vol.95, No. HY3, pp.1847-1857.
- Domenico, P.A. y Schwartz, W.** (1998). “Physical and chemical hydrogeology”. Second Edition, John Wiley.
- Kovacs, G.** (1981). “Seepage hydraulics”. Developments in Water Science, ESPC, New York.
- Pérez Franco, D.** (1995). “La explotación del agua subterránea. Un nuevo enfoque”. Editorial Científico-Técnica. La Habana.
- Polubarinova-Kochina, P.Y.** (1962). “Theory of the motion of ground water”, J. M. De Weist, translator, Princeton University Press, Princeton, N.J.
- Porges, R.E. y Hammer, M.J.** (2001). “The compendium of hydrogeology”. National Ground Water Association, John Wiley & Sons, USA.
- Reddy, N.B.P. y Rao, P.R.M.** (2006). “Effect of convergence on non linear flow in porous media”. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, vol.132, no.HY4, pp.420- 427.
- Thiruvengadam, M. y Pradip Kumar, G.N.** (1997). “Validity of Forchheimer equation in radial flow through coarse granular media”. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol.123, no. HY 7, pp. 696-705.
- Venkataraman, P. y Rao, P. R. M.** (2000). “Validation of Forchheimer’s law for flow through porous media with converging boundaries”. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, vol.126, no. HY1, pp. 63–71.
- Ward, J.C.** (1964). “Turbulent flow in porous media”. *Journal of Hydraulics Division*, ASCE, 1964, Vol.90, Núm. HY5, pp.1-13.