

Comparación entre diseños de redes cerradas para varios modelos de distribución de flujo

Rajesh Gupta

Professor of Civil Engineering, Visvesvaraya National Institute of Technology, Nagpur, India.

Jitesh Vyas

Department of Civil Engineering, Visvesvaraya National Institute of Technology, Nagpur, India.

Pramod R. Bhawe

Engineering Consultant, 201 Utkarsha-Vishakha, 42 Bajaj Nagar, Nagpur, India.

RESUMEN

El costo de una red de abasto de agua aumenta cuando su confiabilidad es mayor. Por tanto, hay que buscar un balance entre costo y confiabilidad. Recientemente se han propuesto modelos de distribución de flujo en redes para aumentar redundancia, tanto redundancia topológica como proveer mayores capacidades ante un fallo de tubería. Cuatro de esos modelos se consideran aquí para efectuar una comparación de costo y confiabilidad. Los diseños óptimos de las redes se obtienen por Programación Lineal (PL) para flujos conocidos en los tramos. La confiabilidad de las redes se evalúa empleando parámetros de confiabilidad volumétrica por nodo y total, que se estiman considerando la respuesta de la red ante condiciones de fallo. Se recomienda seleccionar el diseño que produzca la mayor relación de incremento de confiabilidad respecto al incremento de costo.

Palabras clave: confiabilidad, diseño, optimización, red de abasto de agua.

Comparison of looped water distribution network designs for various link flow distributions

ABSTRACT

The cost of water network increases with increase in reliability. Usually, a compromise is necessary between cost and reliability. Some link-flow distribution models have been suggested in the recent past to impart more redundancy in the network which not only assure topological redundancy but also provide better supply capacities in the event of pipe failure. Four such link-flow distribution models are considered for comparison of network cost and reliability. Optimal designs of networks are obtained using Linear Programming (LP) for the known link flows. Reliability of the networks are assessed using – node and volume reliability parameters, which are estimated considering the network performance during failure conditions. It is recommended to select a design that provides maximum ratio of increase in reliability to increase in cost.

Keywords: design, optimization, reliability, water distribution networks.

INTRODUCCIÓN

La optimicidad y la confiabilidad parecen ser dos aspectos conflictivos en el diseño de redes de abasto de agua (RAG). Mayor confiabilidad requiere más redundancia en la red y por ende aumenta su costo. El diseño óptimo de una RAG tiende a reducir redundancia y convertir una red cerrada (mallada) en una configuración abierta eliminando algunos tramos (Bhave 1978). La red abierta no es conveniente para abasto urbano ya que el estancamiento de agua en los puntos muertos deteriora la calidad del agua y en caso de un fallo de tubería todos los consumidores aguas abajo del fallo quedan desabastecidos.

Por tanto, la confiabilidad de una red abierta así obtenida sería la menor posible. Para resolver esto se suelen añadir restricciones de flujo mínimo o diámetro mínimo para mantener el carácter cerrado de la RAG. Tales consideraciones proveen redundancia topológica en la red al disponer de caminos alternativos de flujo en caso de fallo. No obstante estas restricciones de flujo o diámetro mínimo no son suficientes para asegurar la redundancia hidráulica.

Kessler et al. (1989) introdujeron el concepto de redundancia de nivel uno. Una red con redundancia de nivel uno es una red capaz de resistir el fallo de *una* tubería cualquiera sin afectar el funcionamiento de ningún nodo. Ellos sugieren asegurar la redundancia de nivel uno proveyendo dos caminos independientes, desde la fuente a cualquier nodo de demanda, que sean ambos capaces de transportar la demanda total de dicho nodo. Ormsbee and Kessler (1990) y Agrawal et al. (2007) propusieron algoritmos de optimización para reforzar y expandir una RAG y obtener redundancia de nivel uno. La relación entre costo y confiabilidad es convexa y el costo crece abruptamente cuando se quieren mayores niveles de confiabilidad. Por tanto, en el diseño de una red, hay que hacer un balance entre ambos.

La redundancia hidráulica en una red puede aumentarse mejorando las capacidades de flujo de las tuberías de modo que el efecto de un fallo cualquiera sobre el comportamiento de la red sea mínimo. A partir de esta idea se han propuesto varios algoritmos de distribución de flujo para añadir redundancia y flexibilidad en la RAG. En este trabajo se efectúa una comparación de costo y confiabilidad entre diseños obtenidos para cuatro modelos diferentes de distribución de flujo. Se han seleccionado dos problemas típicos conocidos en la literatura (bench-mark problems). Los flujos en la red se conocen de antemano aplicando esos modelos. Las redes se diseñan por Programación Lineal y la confiabilidad se evalúa usando los factores de nodo y volumen (Gupta and Bhave 1994).

ALGORITMOS DE DISTRIBUCIÓN DE FLUJO

En una RAG ramificada con una fuente hay un solo camino de la fuente hasta cada nodo de demanda. Por tanto la distribución de flujo es única. Supóngase que esta red abierta se convierte en mallada añadiendo tramos que cierran los circuitos. De esta manera se forman caminos alternativos de la fuente a los nodos. Para esta red cerrada hay infinitas distribuciones de flujo en dependencia de las direcciones de flujo y del flujo asignado a los tramos que cerraron los circuitos. Bhave (1978, 1985, 2003) sugirieron una metodología de optimización en la que una red cerrada se convierte en abierta usando el llamado *concepto de trayectoria* en el que todos los nodos de demanda se conectan a la fuente mediante un camino mínimo. Esta configuración abierta se diseña para acarrear flujos máximos ya que los tramos que cerraron los circuitos se toman con algún flujo o diámetro mínimo. La dirección de flujo en un tramo que cierra circuito

se toma desde el nodo con mayor cota piezométrica requerida hacia el nodo con menor cota requerida. Este diseño, así optimizado, es de esperar que tenga poca confiabilidad y puede usarse como un diseño base para comparar los incrementos de confiabilidad con el costo al cambiar las distribuciones de flujo.

Modelo basado en entropía

Tanyimboh and Templeman (1993) propusieron un modelo de optimización para el diseño flexible de una RAG basado en el concepto de entropía con el objetivo de maximizar la uniformidad del flujo. El método propuesto se basa en los caminos y supone que las direcciones de flujo en las tuberías son conocidas. En este caso se toman las mismas direcciones de flujo que en el análisis de la red base con sus tramos de mínimo diámetro. La metodología de distribución de flujo se explica con una red ejemplo (red ejemplo no. 1) de Alperovits and Shamir (1977) como muestra la figura 1.

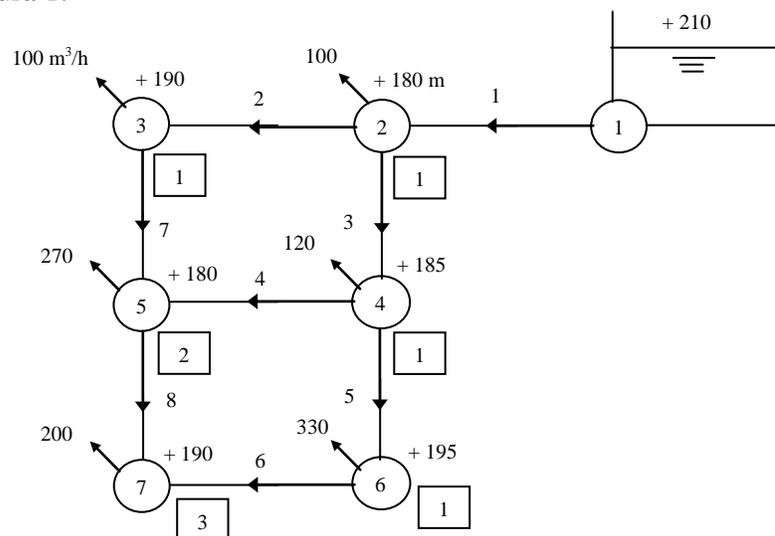


Figura 1. Red ejemplo no. 1 (Alperovits and Shamir 1977)

Todas las tuberías son de 1000 m de longitud. La cota piezométrica de la fuente, las demandas en nodos y sus cotas piezométricas requeridas se muestran en la figura 1. Para determinar la distribución de flujos hay que calcular el número de caminos hasta cada nodo de demanda. El número de caminos hasta cada nodo es igual a la suma del número de caminos de sus nodos aguas arriba. Luego, un procedimiento sencillo es el siguiente: (1) asigne como *uno* el número de camino del nodo fuente; (2) escoja un nodo cuyos nodos aguas arriba ya se hayan procesado y sume los números asignados a todos los nodos ubicados inmediatamente aguas arriba del nodo seleccionado y (3) repita el paso anterior hasta procesar todos los nodos. En la figura 1 el número de caminos hasta cada nodo se muestra dentro de un cuadrado.

El procedimiento de asignación de flujo comienza en los nodos terminales. La demanda de agua del nodo terminal se reparte entre sus tuberías aguas arriba en la proporción en que tributan caminos sus nodos aguas arriba. Por ejemplo, la demanda del nodo 7 se asigna a los tramos 6 y 8 en la proporción 1:2. Cada flujo en tramo se añade a la demanda de su nodo aguas arriba y este proceso de asignación de flujo continúa igual hasta llegar al nodo fuente. Yassin-Kassab et al. (1999) extendieron este modelo de entropía a redes de fuente múltiple.

Modelo de Bhave y Gupta

Bhave and Gupta (2004) propusieron un modelo de optimización de la RAG considerando la incertidumbre en las demandas de diseño como parámetros fuzzy. Usaron el *concepto de trayectoria* para identificar el árbol o red abierta de tuberías primarias. La dirección de flujo en los tramos secundarios (los que cierran) se toma arbitrariamente o según las cotas piezométricas requeridas como se dijo antes. La distribución del flujo en los tramos *que entran* a un nodo, comenzando en el nodo terminal, se determina asignando ponderaciones inversamente proporcionales a las longitudes del camino. El proceso continúa hasta fijar los flujos en todos los tramos. El concepto de trayectoria produjo cuatro árboles alternativos para la red de la figura 1. Aquí se tomaron el árbol y las direcciones de flujo en los tramos secundarios tal como se hizo en el artículo de Bhave and Gupta (2004).

Modelo de Suribabu y Neelakantan

Suribabu and Neelakantan (2005) propusieron un proceso de optimización en dos etapas, en el cual la distribución de flujo se decide en la primera y se optimiza usando PL en la segunda. La distribución del flujo para direcciones seleccionadas de inicio se obtiene optimizando la sumatoria del producto de la longitud y el flujo a través de cada tubería sujeto a las restricciones de continuidad de flujo en los nodos y un mínimo y máximo flujo fijados para cada tramo. Los autores proponen fijar la dirección de flujo a base del gradiente natural de los puntos nodales y el camino más corto posible de la fuente al punto de demanda máxima. Para el ejemplo de la figura 1, el nodo 5 tiene la máxima demanda y la mínima cota piezométrica. Por tanto, se decide que las direcciones de flujo de los tramos 4, 7 y 8 sean hacia el nodo 5. Si se “eliminan” esos tramos queda una red abierta en la que la dirección de flujo es única de la fuente a cada nodo restante. Como la tubería 1 conduce todo el flujo en este ejemplo, el flujo máximo en los tramos se restringe a $1120 \text{ m}^3/\text{h}$, es decir, la demanda total de la red y el flujo mínimo en cada tramo se toma como $10 \text{ m}^3/\text{h}$.

Modelo de Chiong

Martinez (2007) aplicó el modelo de Chiong en el diseño óptimo de redes cerradas de abasto. Chiong (1985) propuso un algoritmo para calcular los flujos en tuberías a base de maximizar su uniformidad. Para ello, el conjunto de los flujos se considera como una serie estadística y se calcula de manera que se minimice la varianza de esa serie sujeta a satisfacer las restricciones de continuidad en los nodos. La solución de esta optimización conduce a un conjunto de ecuaciones que establecen que la suma algébrica de los flujos en los tramos de cada circuito es igual a cero. La metodología de solución es sencilla y puede aplicarse a una red con fuentes múltiples. No necesita establecer direcciones de flujo de antemano y produce una solución única.

DISCUSIÓN DE LAS DISTRIBUCIONES DE FLUJO EN EL EJEMPLO NO. 1

El modelo de Chiong ofrece una distribución única del flujo. Pero en los demás modelos la distribución de flujos depende de las direcciones supuestas previamente. Los modelos de entropía y el de Bhave y Gupta, en los que se asignan ponderaciones para la distribución del flujo, producen soluciones únicas dadas las direcciones. El modelo de Suribabu y Neelakantan, sin embargo, aún con las direcciones conocidas, puede producir múltiples soluciones porque dependen de los criterios de flujo mínimo y máximo. En este trabajo, para la comparación mencionada, se ha decidido usar una sola distribución de flujo en cada modelo, basada en la

recomendación de los autores de cada metodología para seleccionar las direcciones y determinar los flujos.

La distribución de flujo obtenida usando el concepto de trayectoria con flujo mínimo de 10 m³/h en los tramos secundarios y las de los otros modelos se muestran en la tabla 1. Puede observarse en la tabla 1 que el modelo de Suribabu y Neelakantan resultó ser la misma distribución de flujo que la obtenida por el concepto de trayectoria debido al uso del mismo criterio de flujo mínimo. El modelo de Chiong resultó tener un flujo menor que 10 m³/h en la tubería 6.

Tabla 1. Flujos calculados con los diferentes modelos para red ejemplo no. 1

Tramo No.	Flujos en tramos (m ³ /hr) aplicando				
	Concepto de trayectoria	Modelo de Entropía	Modelo de Bhawe y Gupta	Modelo Suribabu y Neelakantan	Modelo de Chiong
1	1120,00	1120,00	1120,00	1120,00	1120,00
2	350,00	301,67	285,00	350,00	421,00
3	670,00	718,34	735,00	670,00	598,68
4	10,00	201,67	185,00	10,00	144,01
5	540,00	396,67	430,00	540,00	334,67
6	210,00	66,67	100,00	210,00	4,67
7	250,00	201,67	185,00	250,00	321,32
8	10,00	133,33	100,00	10,00	195,33

OPTIMIZACIÓN DE LA RED Y EVALUACIÓN DE CONFIABILIDAD

Existen diversos métodos para la optimización de redes de abasto. Entre todos esos métodos, la PL produce una solución óptima global para una distribución de flujo fija. Para que la PL pueda aplicarse, el problema de optimización debe formularse de tal manera que la función objetivo y las restricciones sean funciones lineales de las variables de decisión. Esto puede lograrse si se considera cada tramo como una combinación en serie de tuberías discretas cuyas longitudes representan las variables de decisión. El modelo de optimización para una RAG con una sola fuente alimentada por gravedad puede formularse:

$$\text{Minimizar } C_T = \sum_{x=1}^X \sum_{y=1}^Y c_y L_{xy} \quad (1)$$

donde: L_{xy} = longitud de tubería de diámetro y en el tramo x . Nótese que la segunda sumatoria expresa la suma de los costos de Y tuberías en un tramo, mientras que la primera sumatoria expresa la suma de costos de los X tramos.

Sujeto a:

X restricciones de longitud del tramo

$$\sum_{y=1}^Y L_{xy} = L_x \quad \text{para } x = 1, \dots, X \quad (2)$$

N restricciones de pérdida por trayectoria

$$\mathop{\text{a}}\limits_{x \in P_j} \mathop{\text{a}}\limits_{y=1}^Y S_{xy} L_{xy} \leq H_o - H_j^{\min} \quad \text{para todas las } P_j \text{ trayectorias, } j = 1, \dots, N \quad (3)$$

donde: S_{xy} = pendiente de pérdidas por fricción para diámetro y en el tramo x ; H_o = cota piezométrica en el nodo fuente y H_j^{\min} = cota piezométrica mínima requerida en el nodo final de la trayectoria P_j .

M restricciones de pérdidas en circuitos.

$$\mathop{\text{a}}\limits_{x \in m_j} \mathop{\text{a}}\limits_{y=1}^Y S_{xy} L_{xy} = 0 \quad \text{para todos los } M \text{ circuitos, } m = 1, \dots, M \quad (4)$$

XY restricciones de no negatividad

$$L_{xy} \geq 0, \quad \text{para } x = 1, \dots, X; \quad y = 1, \dots, Y \quad (5)$$

Las M restricciones de pérdidas en circuitos pueden convertirse en M restricciones de pérdida por trayectoria adicionales para tener en cuenta las tuberías secundarias (Bhave and Gupta 2004).

Hay varias formas para evaluar la confiabilidad. Una de las buenas es la que tiene en cuenta el comportamiento hidráulico de la RAG bajo diferentes condiciones de fallo. La confiabilidad de diferentes diseños de la red (obtenidos con diferentes modelos de distribución de flujo) se evalúa aquí mediante los factores de confiabilidad de nodo y de volumen R_n y R_v , definidos como el cociente entre el volumen de flujo descarga disponible y el volumen de flujo descarga requerido durante el periodo de análisis (Gupta and Bhave 1994, 1996a) en un nodo y para la red entera, respectivamente.

$$R_{nj} = \frac{\mathop{\text{a}}\limits_s V_{js}^{\text{dis}}}{\mathop{\text{a}}\limits_s V_{js}^{\text{req}}} = \frac{\mathop{\text{a}}\limits_s q_{js}^{\text{dis}} t_s}{\mathop{\text{a}}\limits_s q_{js}^{\text{req}} t_s} \quad (6)$$

$$R_v = \frac{\mathop{\text{a}}\limits_s \mathop{\text{a}}\limits_j V_{js}^{\text{dis}}}{\mathop{\text{a}}\limits_s \mathop{\text{a}}\limits_j V_{js}^{\text{req}}} = \frac{\mathop{\text{a}}\limits_s \mathop{\text{a}}\limits_j q_{js}^{\text{dis}} t_s}{\mathop{\text{a}}\limits_s \mathop{\text{a}}\limits_j q_{js}^{\text{req}} t_s} \quad (7)$$

donde: V_s^{dis} y V_s^{req} = volumen disponible y requerido durante el estado s ; q_s^{dis} y q_s^{req} = flujo de descarga disponible y requerido durante el estado s ; t_s = tiempo de duración de un estado; los subíndices j y s denotan nodo de demanda y estado respectivamente.

El flujo disponible en nodo para un estado se determina mediante el *análisis de flujo en nodo* de Gupta and Bhave (1996a, b). La duración de un estado se obtiene por análisis de

probabilidades considerando 2 días como tiempo de reparación si ocurre un fallo. La frecuencia de fallo de las tuberías se calcula usando (Kansal et al. 1995):

$$N_i = 2.5e^{[0.04(A - 0.1D)]} \quad (8)$$

donde: N_i = roturas por km de longitud por año; A = edad de la tubería en años, tomada aquí como 25 años y D = diámetro de tubería en mm.

COSTO Y CONFIABILIDAD EN DIFERENTES DISEÑOS PARA RED EJEMPLO 1

El costo óptimo y los valores de confiabilidad para la red ejemplo 1 han sido obtenidos para diferentes distribuciones de flujo y se presentan en la tabla 2. La solución que se obtuvo por el concepto de trayectoria se considera como la solución de diseño base y las otras soluciones se comparan calculando el cociente entre el incremento de confiabilidad y el incremento de costo respecto al diseño base como se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Costo total y factores de confiabilidad de volumen para red ejemplo 1

Parámetro	Concepto de trayectoria	Modelo de Entropía	Modelo de Bhawe y Gupta	Modelo Suribabu y Neelakantan	Modelo de Chiong
Costo (unidades)	417749,8	444337,2	446236,1	417749,8	443594,7
R_n en nodo 2	0,97582	0,97654	0,97714	0,97582	0,97660
R_n en nodo 3	0,94754	0,95483	0,94873	0,94754	0,96330
R_n en nodo 4	0,96229	0,96251	0,96353	0,96229	0,95967
R_n en nodo 5	0,89497	0,96251	0,95565	0,89497	0,94184
R_n en nodo 6	0,94828	0,82463	0,94298	0,94828	0,80464
R_n en nodo 7	0,92711	0,90399	0,89616	0,92711	0,90664
Factor de confiabilidad de volumen	0,942667	0,930791	0,947366	0,942667	0,925449
Cociente de aumento en confiabilidad respecto al aumento en costo		-4,47E-07	1,65E-07	-	-6,66E-07

Puede observarse en la tabla 2 que aún cuando el costo de la red ha aumentado para las soluciones obtenidas por entropía y el modelo Chiong, la confiabilidad de volumen de la red se ha reducido resultando en incrementos negativos. Esto indica que los diseños obtenidos por dichos modelos tienen un pobre comportamiento durante los fallos de tuberías cuando se comparan con la solución obtenida por el concepto de trayectoria.

Puede verse también en la tabla 2 que los factores de confiabilidad de nodos en los nodos 6 y 7 han decrecido drásticamente en los modelos de entropía y de Chiong. Esto puede entenderse comparando las distribuciones de flujo.

Compárese la distribución de flujo del concepto de trayectoria con la de Chiong. La primera presenta flujos mínimos en los tramos 4 y 8, mientras que el modelo Chiong los presenta en los tramos 4 y 6. Aún más, como se dijo antes, el flujo mínimo del modelo Chiong es de 4,67 m³/h

también asigna flujos mínimos en los tramos secundarios resultando en la misma distribución de flujo. Para los demás diseños se observa un aumento de confiabilidad con el aumento del costo.

El mayor incremento en confiabilidad se observa en el diseño basado en el modelo de Chiong, aunque el aumento de costo es máximo también. La relación de aumento de confiabilidad respecto al aumento de costo es máximo para el modelo de Bhawe y Gupta.

Tabla 3. Flujos calculados con los diferentes modelos para red ejemplo no. 2

Tramo No.	Flujos en tramos (m ³ /hr)				
	Concepto de trayectoria	Modelo de Entropía	Modelo de Bhawe y Gupta	Modelo Suribabu y Neelakantan	Modelo de Chiong
1	19940,00	19940,00	19940,00	19940,00	19940,00
2	19050,00	19050,00	19050,00	19050,00	19050,00
3	6800,00	5547,50	5628,28	6800,00	5313,15
4	6670,00	5417,50	5498,28	6670,00	5183,15
5	5945,00	4692,50	4773,28	59454,00	4458,15
6	4940,00	3687,50	3768,28	4940,00	3453,15
7	3590,00	2337,50	2418,28	3590,00	2103,15
8	3040,00	1787,50	1868,28	3040,00	1553,15
9	2515,00	1262,50	1343,28	2515,00	1028,15
10	2000,00	2000,00	2000,00	2000,00	2000,00
11	1500,00	1500,00	1500,00	1500,00	1500,00
12	940,00	940,00	940,00	940,00	940,00
13	10,00	1262,50	1181,72	10,00	1496,85
14	625,00	1877,50	1796,72	625,00	2111,85
15	905,00	2157,50	2076,72	905,00	2391,85
16	2475,00	3287,50	3244,51	2475,00	2936,62
17	3340,00	4152,50	4109,51	3340,00	3801,62
18	4685,00	5497,50	5454,51	4685,00	5146,62
19	4745,00	5557,50	5514,51	4745,00	5206,62
20	6655,00	7095,00	7057,21	6655,00	7680,23
21	1415,00	1415,00	1415,00	1415,00	1415,00
22	485,00	485,00	485,00	485,00	485,00
23	3965,00	4405,00	4367,21	3965,00	4990,23
24	2260,00	2530,00	2497,16	2260,00	2152,66
25	1440,00	1710,00	1677,16	1440,00	1332,66
26	10,00	450,00	412,21	10,00	1035,23
27	890,00	450,00	487,79	890,00	135,23
28	1260,00	820,00	857,79	1260,00	234,77
29	660,00	830,00	825,05	660,00	1792,58
30	370,00	540,00	535,05	370,00	1502,58
31	10,00	180,00	175,05	10,00	1142,58
32	350,00	180,00	184,95	350,00	782,58
33	455,00	285,00	289,95	455,00	677,58
34	1260,00	1090,00	1094,95	1260,00	127,42

Tabla 4. Costo total y factores de confiabilidad de volumen para red ejemplo 2

Parámetro	Concepto de trayectoria	Modelo de Entropía	Modelo de Bhave y Gupta	Modelo Suribabu y Neelakantan	Modelo de Chiong
Costo (unidades)	6160772	6413257	6403019	6160772	6645727
Factor de confiabilidad de volumen	0,926404	0,936326	0,936567	0,926404	0,945438
Cociente de aumento en confiabilidad respecto al aumento en costo		3,93E-08	4,19E-08	-	3,93E-08

ANÁLISIS CRÍTICO

Todos los modelos de distribución de flujo poseen un cierto grado de heurística. La heurística puede o no funcionar bien para mejorar la redundancia en una red ya que el diseño de una red incluye el efecto de varios parámetros como se ha visto en las soluciones de los ejemplos presentados. Además, la mejoría en confiabilidad puede no alcanzar el nivel deseado.

Por ejemplo, si se considera aceptable un valor de confiabilidad de 0.95 (u otro valor mayor) para las redes ejemplo resulta que ninguna de las distribuciones de flujo alcanza esa meta. En tal caso es necesario mejorar aún más el diseño para alcanzar ese nivel deseado de confiabilidad.

El desarrollo de una metodología para un ulterior incremento de confiabilidad a un costo mínimo puede ser materia de estudio posterior. No obstante, con lo visto aquí se recomienda que se calculen unos cuantos diseños a partir de otros tantos modelos de distribución de flujo y se seleccione aquella que presente el mayor cociente de incremento de confiabilidad respecto al incremento de costo. Así se procura una redundancia adicional y mejor comportamiento en condiciones de fallo de tubería.

CONCLUSIONES

Si se establece que una RAG sea cerrada mediante la adición de restricciones de mínimo diámetro o mínimo flujo se obtendrá un diseño de costo mínimo pero el comportamiento de esta red ante condiciones de fallo será realmente pobre. Para dotar de flexibilidad a la red incrementando su redundancia se han propuesto varios modelos de distribución de flujo basados en cierto grado de heurística. Estos diseños más flexibles resultan ser también más costosos.

Se han comparado algunos modelos de distribución de flujo, en cuanto a costo y confiabilidad, con el diseño de costo mínimo obtenido usando el modelo Bhave (1978) que se basa en el concepto de trayectoria, mediante la aplicación en dos ejemplos de redes. En general, la confiabilidad mejora en un diseño más flexible con el aumento del costo. Sin embargo, a veces, unos diseños flexibles más costosos pueden tener menor confiabilidad.

El mayor cociente de incremento de confiabilidad respecto al incremento de costo se recomienda como criterio de selección de un diseño entre varios diseños disponibles.

REFERENCIAS

- Agrawal, M. L., Gupta, R., and Bhawe, P. R.** (2007). "Optimal design of level-1 redundant water distributions systems considering nodal storage." *J. Environ. Engrg.*, 133(3), 319-330.
- Alperovits, E., and Shamir, U.** (1977). "Design of optimal water distribution systems." *Water Resour. Res.*, 13(6), 885-900.
- Bhawe, P. R.** (1978). "Noncomputer optimization of single source networks." *J. Environ. Engrg. Div., ASCE*, 104(4), 799-814
- Bhawe, P. R.** (1985). "Optimal expansion of water distribution systems." *J. Envir. Engrg., ASCE*, 111(2), 177-197.
- Bhawe, P. R.** (2003). *Optimal design of water distribution networks*. Alpha Science International Ltd., Pangbourne, England
- Bhawe, P. R., and Gupta, R.** (2004). "Optimal design of water distribution networks for fuzzy demands." *Civ Engrg and Environ. Sys.*, 21(4), 229-245.
- Chiong, C.** (1985). "Optimizaci3n de redes cerradas". Tesis doctoral, CIH, CUJAE, Habana.
- Fujiwara, O., and Khang, D. B.** (1990). "A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks." *Water Resour. Res.*, 26(4), 539-549.
- Gupta, R., and Bhawe, P. R.** (1994). "Reliability analysis of water distribution systems." *J. Environ. Engrg., ASCE*, 120(2), 447-460.
- Gupta, R. and Bhawe, P. R.** (1996a). "Reliability-based design of water distribution systems." *J. Environ. Engrg., ASCE*, 122(1), 51-54.
- Gupta, R., and Bhawe, P. R.** (1996b). "Comparison of methods for predicting deficient network performance." *J. Water Resour. Plng. and Mgmt., ASCE*, 122(3), 214-217.
- Kansal, M. L., Kumar A. and Sharma P. B.** (1995). "Reliability analysis of water distribution system under uncertainty." *Reliability Engrg. and System Safety*, 50, 51-59.
- Kessler A., Ormsbee, L.E. and Shamir, U.** (1990). "A methodology for least cost design of invulnerable water distribution networks." *Civ. Engrg. Systems*, 7(1), 20-28.
- Mart3nez, J. B.** (2007). "Quantifying the economy of water supply looped networks." *J. Hydraul. Engrg., ASCE*, 133(1), 88-97.
- Ormsbee, L., and Kessler, A.** (1990). "Optimal upgrading of hydraulic-network reliability." *J. Water Resour. Plng. and Mgmt., ASCE*, 116(6), 784-802.
- Suribabu, C. R. and Neelakantan, T. R.** (2005). "Design of water distribution networks by a non-iterative two stage optimization." *ISH J. Hydraul. Engrg.* 112(2).
- Tanyimboh, T. T., and Templeman, A. B.** (1993). "Optimal design of flexible water distribution networks.", *Civ. Engrg, Syst.*, 10(4), 243-258.
- Yassin-Kassab, A., Tanyimboh, T. T., and Templeman, A. B.** (1999). "Calculating maximum entropy flows in multi-source, multi-demand networks.", *Engrg. Optimization*, 31(6), 695-729.