

Sistema para operación de embalse simple implementado en el asistente matemático MATLAB

Ing. Iosvany Alberto Recio Villa email: recio@cih.cujae.edu.cu
Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH)
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae).

Ing. Niubis Ortega Peña email: niubis.ortega@cnic.edu.cu
Centro Nacional de Investigaciones Científicas (CNIC)

Dr. José Bienvenido Martínez Rodríguez email: bienvenido@cih.cujae.edu.cu
Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH)
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae).

RESUMEN

En el presente trabajo se desarrolla un Sistema para Operación de Embalse Simple (SOES) implementado en el asistente matemático MATLAB que utiliza las relaciones de Capacidad – Garantía – Entrega (CGE) acopladas a la metodología de Kritski y Menkel para embalses de regulación hiperanual. El SOES está basado en un modelo de optimización que utiliza como función objetivo minimizar el costo del déficit total anual de agua en usuarios conectados a un embalse simple así como restricciones del embalse, del método de Kritski y Menkel y de los usuarios. El sistema se aplica al embalse Gota Blanca donde se obtuvo su Gráfico de Despacho, su volumen inicial óptimo para satisfacer en lo posible las demandas de tres usuarios, los déficits mensuales de cada usuario y otros resultados de interés para la operación del embalse.

Palabras clave: déficit, embalse, operación, optimización, usuarios.

System for the operation of single reservoir coupled with mathematical assistant MATLAB

ABSTRACT

This work present a System for the Operation of Single Reservoir (SOES) accomplished in the mathematical assistant MATLAB using the Storage- Reliability –Yield relationships coupled with Kritski and Menkel methodology for carryover storage reservoir. The SOES implies an optimization mode that uses as objective function the minimization of water shortage cost to users linked to a single reservoir, besides constraints of the reservoir, Kritski and Menkel method and the users demands. The SOES was applied to get the optimal operating policy of Gota Blanca reservoir, including its Hedging Rules, optimal initial storage to get the target demand of three users, monthly shortage of the users and other interesting results for reservoir operation.

Keywords: shortage, reservoir, operation, optimization, users.

INTRODUCCIÓN

La operación de embalses es una especialidad importante en la planificación y administración de los recursos hidráulicos superficiales, principalmente en países donde el agua superficial es la principal fuente del recurso. Una política correcta de operación de embalses debe estar encaminada hacia su explotación sostenible estableciendo un control estricto sobre las entregas, escurrimientos y volúmenes para garantizar en lo posible las demandas planteadas.

Desde hace varios años en la literatura dedicada a la administración de recursos hidráulicos se han presentado diversos trabajos orientados al diseño y operación de embalses (Kumar and Reddy 2007). En la operación de embalses destinados al abasto de agua, los escurrimientos, entregas, almacenamientos, vertimientos, pérdidas de agua y niveles en los embalses así como la distribución espacial y temporal del agua definen las estrategias y reglas de operación para satisfacer las demandas de los usuarios (Ngo 2006).

Para el diseño de la capacidad útil de embalses se han utilizado series históricas y series sintéticas de escurrimiento para pronosticar los aportes futuros que recibirá un embalse y establecer los planes de entrega de agua a los usuarios (Vogel and Stedinger 1987). Sin embargo, como no es posible pronosticar con exactitud la secuencia de escurrimientos futura hacia el embalse no se puede tener la certeza de que este no fallará (cumplir 100% la entrega) en el futuro (Martínez 1991). Este método de estimación del volumen útil del embalse tiene el inconveniente de que la garantía de la entrega y su riesgo de fallo no puedan ser determinados (Bayazit and Onoz 2000). Para resolver este problema surgen las llamadas relaciones de Capacidad – Garantía – Entrega (CGE).

Las relaciones (CGE) conocidas en inglés como Storage–Reliability–Yield (SRY) han sido utilizadas para determinar la capacidad de embalses por más de 50 años. Varios investigadores han tratado de encontrar métodos capaces de determinar estas relaciones de manera precisa como puede verse en los trabajos de Vogel and Stedinger (1987), Bayazit and Onoz (2000), Vogel et al. (2007). Uno de los primeros y poco conocidos trabajos en este sentido fueron los desarrollados por Kritski y Menkel en 1935 y Savarenski en 1940, científicos soviéticos que idearon un método probabilístico exacto (MPE) basados en gráficos que contienen las relaciones Capacidad–Garantía– Entrega (CGE) con las cuales se resuelve el caso de diseño de embalse con regulación hiperanual de una forma sencilla y rápida (Martínez 1991).

De acuerdo con Martínez (2001), el método de Kritski y Menkel divide la capacidad del embalse en dos componentes: las componentes de la capacidad anual e hiperanual. La componente hiperanual es la que se obtiene de los gráficos CGE. En Martínez (1991) se explica el método de Kritski y Menkel donde se demuestra la factibilidad del uso de las relaciones CGE en la operación de embalses.

El gráfico de despacho orientado a la operación de embalses

Para lograr un aprovechamiento y manejo eficiente del recurso agua contenida en los embalses se necesitan reglas de operación reflejadas en gráficos de despacho que sirvan como mecanismo para controlar los volúmenes y entregas de agua a realizar por el embalse para satisfacer las demandas de los usuarios. El gráfico de despacho incluye un conjunto de curvas o líneas guías que indican al operador las decisiones a tomar para cumplir con la entrega planificada (Kangrang y Chareeraktragoon 2008). Las líneas o curvas guías tienen la utilidad de

indicar en función del estado del embalse (llenado) las zonas factibles donde se pueden satisfacer las entregas a plenitud o parcialmente (Kangrang y Chareeraktragoon 2008).

Una de las primeras líneas guías fue la ideada por ReVelle en 1969 que contemplaba una regla de operación donde las entregas dependían linealmente del almacenamiento en el embalse (Lund and Guzman 1999). Otro ejemplo de regla de operación es la establecida en la Política Estándar de Operación (SOP) donde se establece una curva en forma de S, que gobierna la entrega de agua desde el embalse en función del agua disponible en el mismo. En Kangrang y Chareeraktragoon (2008) se aplica este principio para obtener el gráfico de despacho de los embalses Bhumidol y Sirikit en Tailandia.

Modelación matemática aplicada a la operación de embalses

Desde hace varios años una gran variedad de modelos matemáticos basados en técnicas de optimización se han aplicado para la explotación y administración de los recursos hidráulicos. Varias técnicas de optimización han sido aplicadas para obtener políticas de operación óptimas en embalses como puede verse en Yeh(1985) y Labadie(2004). Los modelos determinísticos como la Programación Lineal (LP), Programación Dinámica (DP) y Programación No Lineal (NLP) y los algoritmos evolutivos entre los que se destacan los Algoritmos Genéticos (GA), Redes Neuronales Artificiales (ANN) y Particle Swarm Optimization (PSO) han sido los más aplicados para establecer políticas de operación óptima de embalses.

En Sudha et al.(2008) se desarrolla un modelo de LP con el cual se analizan cinco estrategias de operación del embalse Malampuzha destinado al riego, ubicado en la India. En este estudio se demuestra que la política de operación propuesta a partir de la aplicación del modelo de LP brinda mejores resultados que la que se venía empleando obtenida mediante un modelo de simulación. En Campbell et al.(2002) se desarrolla un modelo de LP mediante el cual se propone un plan de entregas para el embalse Los Vaqueros con el propósito de disminuir la salinidad en el Delta del Río Sacramento – San Joaquín.

La Programación Dinámica es una de las técnicas de optimización más utilizada en la operación de embalses, tanto en la modalidad determinística como estocástica (Kangrang and Chaleeraktragoon 2008). Entre las grandes ventajas tiene la de poder utilizar funciones objetivo y restricciones no lineales (Yeh 1985). Desafortunadamente la DP tiene el problema de la llamada “maldición de la dimensionalidad” (Yeh 1985), (Labadie 2004), (Kangrang and Chaleeraktragoon 2008), (Zhao et al. 2012) que en ocasiones implica que los modelos de operación de embalses abordados mediante esta técnica sean difíciles de implementar y su utilización para desarrollar sistemas automatizados sea casi imposible.

Este trabajo tiene como objetivo desarrollar un Sistema para la Operación de Embalses Simples (SOES) basado en un modelo matemático de optimización que utiliza las relaciones CGE y el método de Kritski y Menkel adaptado a la operación de embalses mediante el cual sea posible establecer políticas de operación óptima en embalses simples con regulación hiperanual. El modelo matemático de optimización de SOES emplea una función objetivo que consiste en minimizar el costo del déficit total anual de agua en los usuarios conectados al embalse, considera restricciones propias del embalse, del método de Kritski y Menkel y de los usuarios. Para SOES las variables de decisión del modelo de optimización son las entregas mensuales de agua a realizar por el embalse a cada usuario conectado al mismo.

MÉTODO ESTADÍSTICO DE KRITSKI Y MENKEL

Antes de entrar en detalles del modelo de optimización es preciso entender primeramente el método de Kritski y Menkel desarrollado en el año 1935 para el diseño de un embalse simple. Aquí se explica el método para determinar las capacidades anual e hiperanual del embalse. En Martínez (1991) se definen los siguientes términos en las ecuaciones (1), (2) y (3).

$$V_t = V_u + V_m \quad (1)$$

donde: V_t : volumen total del embalse, V_u : volumen útil de almacenamiento del embalse, V_m : volumen muerto del embalse.

$$C_v = \sigma_t / W_m \quad (2)$$

$$\alpha = U / W_m \quad (3)$$

donde: σ_t : desviación típica de la serie de escurrimientos, W_m : escurrimiento medio anual, α : grado de regulación del embalse, U : entrega anual bruta del embalse.

Regulación anual

Para el cálculo de la regulación anual son necesarios W_m , C_v , la demanda anual (D) y la distribución de ésta por meses. Utilizando las relaciones CGE es muy común emplear la garantía anual de la entrega (g) y hacerla depender del tipo de usuario, ésta es de particular interés en este tipo de problemas ya que con ese valor y el C_v se puede obtener, de la curva de módulos "K" de la distribución Pearson III, el valor de K_g que, según Martínez (1991), al multiplicarlo por W_m brinda el escurrimiento para una garantía dada (Wg) o escurrimiento de cálculo.

Para encontrar la capacidad útil o volumen útil del embalse en este tipo de problemas se emplea una ecuación de balance del embalse como la presentada en la ecuación (4).

$$V_i = V_{i-1} + W_i - R_i - P_i - V_{Ti} \quad (4)$$

donde: V_i : volumen del agua almacenada en el embalse al final del mes i , V_{i-1} : volumen del agua almacenada en el embalse al inicio del mes i , W_i : escurrimiento de agua hacia el embalse en el mes i , R_i : entrega neta mensual de agua del embalse durante el mes i , P_i : pérdidas de agua en el embalse durante el mes i , V_{Ti} : vertimientos de agua en el embalse durante el mes i , i : subíndice que representa los meses.

Una vez definidos estos parámetros se puede decir que se está ante un problema de regulación anual cuando se cumple la desigualdad que presenta la inecuación (5).

$$U \leq Wg \quad (5)$$

Dividiendo ambos términos por el W_m la expresión anterior queda:

$$\frac{U}{W_m} \leq \frac{Wg}{W_m} \quad \text{lo que equivale a:} \quad \alpha \leq Kg \quad (6)$$

donde: Wg : escurrimiento de cálculo, Kg : módulo de escurrimiento.

Regulación hiperanual

Este tipo de regulación tiene lugar cuando ocurre la desigualdad de la inecuación (7) y en este caso también se podría realizar un balance como el visto en la ecuación (4), con la diferencia de que se necesita no solo un año de valores de escurrimiento sino una serie larga de años.

$$U > Wg \quad (7)$$

El embalse hiperanual tiene que ser capaz de acumular agua de los excesos de varios años consecutivos para compensar varios años de déficit. Este método divide el volumen útil del embalse en dos componentes, una primera destinada a satisfacer el déficit de agua del propio año (volumen anual) y la otra para el déficit de agua de varios años (regulación hiperanual), lo que queda representado por la ecuación (8).

$$Vu = Va + Vh \quad (8)$$

donde: Va : volumen anual del embalse, Vh : volumen hiperanual del embalse.

Dividiendo la ecuación (8) por Wm aparecen las capacidades relativas en la ecuación (9).

$$\beta u = \beta a + \beta h \quad (9)$$

donde: βu , βa , βh : capacidad útil relativa, capacidad anual relativa y capacidad hiperanual relativa, respectivamente.

Cálculo de la componente anual del embalse hiperanual

Para el cálculo de la componente anual se puede utilizar la ecuación de balance, aunque también existe un método abreviado que consiste en utilizar como escurrimiento de cálculo (Wg) un valor igual a la entrega bruta (U), como se expresa en la ecuación (10). La entrega bruta es la suma de la entrega neta anual del embalse (Rt) y la pérdida total anual (Pt).

$$Wg = U \quad (10)$$

Como en el caso de la regulación anual, Va es igual a la suma de los déficits mensuales, los cuales ocurren en los meses de déficits, para determinar Va se puede utilizar la ecuación (11).

$$Va = (r - f) \cdot U \quad (11)$$

donde: r : fracción de la entrega bruta (U) que se realiza en los meses de déficit, f : fracción del escurrimiento que ocurre en los meses de déficit (para el año de cálculo).

Dividiendo esta última expresión por Wm y denominando al término $(r - f)$ como el déficit relativo (Dr), la capacidad anual relativa se expresa según la ecuación (12).

$$\beta a = Dr \cdot \alpha \quad (12)$$

Cálculo de la componente hiperanual

La componente hiperanual βh es una función creciente de los parámetros Cv , g y α , o sea, $\beta h = f(Cv, g, \alpha)$. El valor de Cv se obtiene de la serie de escurrimientos y la garantía (g) es generalmente un dato que depende del tipo de usuario, entonces se tiene que $\beta h = f(\alpha)$, lo que puede observarse en las tablas para la determinación de la componente hiperanual expuestas por Martínez (2001). En la figura 1 se puede observar un ajuste donde al graficar los tres parámetros mencionados anteriormente $\beta h = f(Cv, \alpha)$ es posible obtener una superficie y de ésta la ecuación

(13) para βh que los relaciona. Esto es una contribución del presente trabajo pues para determinar el valor de βh no es necesario utilizar las tablas para la determinación de la componente hiperanual brindadas en Martínez (2001), el modelo matemático que se detalla posteriormente tiene implícita esta ecuación y brindará el valor de α de forma automática.

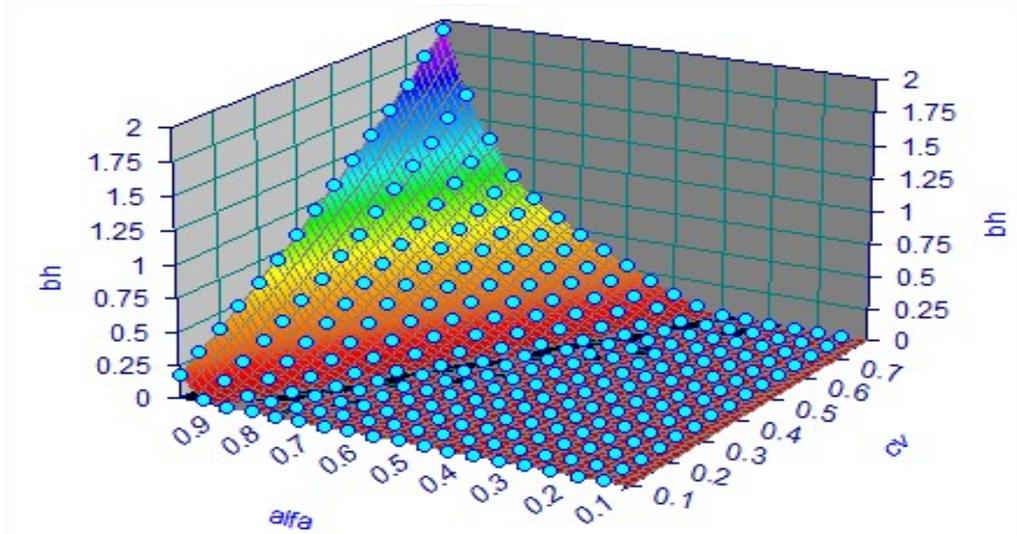


Figura 1. Ejemplo de la curva de $\beta h = f(Cv, g, \alpha)$ para $g=95\%$

$$\beta h = \frac{a + c \cdot \alpha + e \cdot Cv + g \cdot \alpha^2 + i \cdot Cv^2 + k \cdot \alpha \cdot Cv}{1 + b \cdot \alpha + d \cdot Cv + f \cdot \alpha^2 + h \cdot Cv^2 + j \cdot \alpha \cdot Cv} \quad (13)$$

donde: $a=0,048222174$, $b=-1,19026082$, $c=-0,174457666$, $d=-0,55151522$, $e=-0,2556323$,
 $f=0,21293317$, $g=0,106251954$, $h=-0,00177421$, $i=0,208310248$, $j=0,571390617$,
 $k= 0,55885738$.

Las variables independientes en la ecuación (13) son α y Cv . Esta ecuación forma parte de una de las restricciones del modelo de optimización como se verá posteriormente.

MODELO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN DEL SOES

A continuación se detalla el modelo matemático de optimización, el cual tiene, como variables de decisión, las entregas de agua que realiza el embalse a los usuarios en cada mes. Como se menciona anteriormente se utiliza una función objetivo (FO) que consiste en minimizar el costo del déficit total anual de agua en los usuarios, como puede verse en la ecuación (14).

$$FO = Min \sum_{u=1}^{nu} CDT_u = \sum_{u=1}^{u=nu} \sum_{i=1}^{i=nm} C_{u,i} \cdot Def_{u,i} \quad (14)$$

donde: CDT_u : costo del déficit total anual de agua de los usuarios, $Def_{u,i}$: déficit del usuario u en el mes i , $C_{u,i}$: costo por unidad de déficit del usuario u en el mes i , u : subíndice que representa a los usuarios, nu : cantidad de usuarios asociados al embalse, i : subíndice que representa los meses, nm : cantidad de meses del período.

Además de la *FO*, el modelo está sujeto a restricciones del embalse, del método de Kritski y Menkel y de los usuarios. Por otra parte la escala de tiempo del modelo es mensual, con un periodo de 12 meses y el año hidrológico comienza en el mes de mayo.

Restricciones típicas del embalse

Los términos de la ecuación de balance fueron definidos en la ecuación (4), sin embargo, esta ecuación se modificará para adaptarla al modelo matemático propuesto. Todas estas ecuaciones se explican seguidamente. La secuencia de meses se ordena según año hidrológico.

$$P_i = 0,5 \cdot \theta_i \cdot (V_i + V_{i-1}) \quad (15)$$

$$R_i = \sum_{u=1}^{nu} R_{u,i} \quad (16)$$

$$A_i = 1 + 0,5 \theta_i \quad (17)$$

$$B_i = 1 - 0,5 \theta_i \quad (18)$$

donde: R_i : entrega neta mensual del embalse, $R_{u,i}$: entrega neta mensual al usuario u ,
 θ_i : coeficiente de pérdida de agua por unidad de volumen almacenado en el embalse durante el mes i , A_i, B_i : coeficientes auxiliares por cada mes i .

Finalmente la ecuación de balance del embalse puede ser escrita según la ecuación (19).

$$-A_i \cdot V_i + B_i \cdot V_{i-1} + W_i - \sum_{u=1}^{nu} R_{u,i} - V_{T_i} = 0 \quad (19)$$

$$(V_0) - (V_{nm}) = 0 \quad (20)$$

donde: V_{nm} : volumen del agua almacenada en el embalse al final del año,
 V_0 : volumen del agua almacenada en el embalse al inicio del año.

$$Rt - \sum_{i=1}^{nm} R_i = 0 \quad (21)$$

$$Pt - \sum_{i=1}^{nm} P_i = 0 \quad (22)$$

donde: Rt : entrega neta anual del embalse, Pt : pérdida total anual.

En las restricciones del embalse la ecuación de balance se refleja en las ecuaciones (4) y (19), esta última surge combinando la ecuación (4) con las ecuaciones (15)-(18). La ecuación (15) representa la pérdida de agua mensual del embalse. En (16) se establece que la entrega neta mensual del embalse (R_i) es igual a la suma de las entregas netas mensuales ($R_{u,i}$) de los usuarios.

Las ecuaciones (17) y (18) son coeficientes que surgen al fusionar la ecuación (15) con la (4). La ecuación (20) es una igualdad que obliga a que el embalse comience y termine el año

hidrológico con el mismo volumen. Las ecuaciones (21) y (22) son sumas para calcular la entrega neta anual del embalse y su pérdida anual. Cada una de las ecuaciones desde (15) hasta (19) representan un conjunto de 12 ecuaciones, una para cada mes.

Restricciones del método de Kritski y Menkel asociadas con el embalse

Este grupo lo encabeza la ecuación (13) y las que siguen que se explican a continuación.

$$U \leq \alpha \cdot W_m \quad (23)$$

$$U - Rt - Pt = 0 \quad (24)$$

$$Y \geq Va \quad (25)$$

$$\beta u - \beta h - \beta a = 0 \quad (26)$$

$$Y \leq Vu \quad (27)$$

$$V_i \leq V_m + Y \quad (28)$$

$$V_i \geq (Y - \beta a \cdot W_m) + V_m \quad (29)$$

donde: Y : máximo valor mensual de la diferencia ($V_i - V_m$), brinda una idea del volumen útil. Este parámetro no es necesario considerarlo en el caso de embalse simple, sin embargo se ha decidido dejarlo aquí pues la formulación presentada forma parte de un trabajo donde se analizarán sistemas de embalses, en cuyo caso Y juega un papel fundamental.

La ecuación (23) es una variante de la ecuación (3) expresada en forma de restricción. La ecuación (24) cumple que la entrega bruta (U) sea la suma de la pérdida total anual (Pt) y la entrega neta anual (Rt). La ecuación (25) garantiza que el máximo volumen mensual (Y) sea superior a la componente anual Va . La ecuación (26) garantiza que se cumpla la igualdad entre las capacidades relativas; por otra parte en (27) se asegura que el máximo volumen mensual (Y) no exceda al volumen útil del embalse; en la ecuación (28) se exige que cada volumen embalsado no exceda del volumen máximo posible en el embalse (el límite de esta ecuación es el volumen del NAN) y se impide la existencia de vertimientos. Mediante la ecuación (29) el volumen de embalse es superior al volumen destinado para la regulación hiperanual. Las ecuaciones (28) y (29) son conjuntos de 12 ecuaciones, una para cada mes.

Restricciones de los usuarios

Las restricciones de los usuarios se formulan con las ecuaciones (30) y (31).

$$Def_{u,i} = Dem_{u,i} - R_{u,i} \quad (30)$$

$$Def_{u,i} \leq Defmax_{u,i} \quad (31)$$

donde: $Def_{u,i}$: déficit mensual de un usuario, $Dem_{u,i}$: demanda mensual del usuario, $Defmax_{u,i}$: máximo déficit mensual permisible en cada usuario para cada mes.

En (30) se define la ecuación de balance mensual para cada usuario conectado al embalse. En la misma aparece el déficit mensual de los usuarios y no considera almacenamiento en los usuarios. La ecuación (31) limita el déficit mensual de cada usuario a un valor máximo

determinado, esta restricción garantiza que a cada usuario se le entregue al menos una parte de su demanda mensual y que el modelo no brinde como resultado una entrega mensual nula desde el embalse.

IMPLEMENTACION DEL SOES EN EL ASISTENTE MATEMATICO MATLAB

En la figura 2 se observa la estructura del SOES implementada en el asistente matemático MATLAB. En esencia SOES consiste en una serie de ficheros de MATLAB organizados de forma coherente de manera que un especialista introduzca los datos físicos e hidrológicos en el embalse y los usuarios y obtenga resultados de carácter práctico para la operación de embalse.

Los ficheros de datos concebidos para SOES son el fichero *Embalses.m* y los ficheros *Usuario_#.m*. En SOES cada usuario es representado por un fichero *Usuario_#.m*. Si el problema a tratar tiene dos usuarios entonces se debe crear un fichero para cada usuario, cuya estructura sería: *Usuario_1.m* y *Usuario_2.m*. En los ficheros de los usuarios se introducen como datos, las demandas mensuales del usuario ($Dem_{u,i}$), costo por unidad de déficit mensual del usuario $C_{u,i}$ y el máximo déficit mensual permisible ($Defmax_{u,i}$). Por otra parte en el fichero *Embalses.m* se introducen los datos físicos e hidrológicos de los embalses. Los datos físicos se refieren a los volúmenes y cotas del NVM, NAN, NAM y el volumen útil (Vu). Los datos hidrológicos se refieren a los escurrimientos mensuales que llegan al embalse (W_i), coeficiente de pérdida de agua mensual por unidad de volumen almacenado en el embalse (θ_i), escurrimiento medio anual (Wm), garantía de la entrega (g), coeficiente de variación de la serie de escurrimientos (Cv) y el volumen inicial del embalse (V_0).

El fichero *MatrizDemanda.m* organiza los datos de los usuarios introducidos en los ficheros *Usuario_#.m* y genera una matriz con los mismos, la cual posteriormente traslada a los ficheros *FuncionObjetivo.mv* y al fichero *SOES.m*. El fichero *FuncionObjetivo.m* evalúa la función objetivo y contiene las matrices de demandas, entregas mensuales y costo mensual por unidad de déficit de los usuarios. En el fichero *MatrizRestricciones.m* se organizan las restricciones del modelo matemático de optimización, este fichero se llama en el fichero *SOES.m*. En el fichero *SOES.m* se hace un llamado a la función FMINCON que ejecuta el algoritmo determinístico que resuelve la función objetivo de manera que se cumplan las restricciones vistas anteriormente. Finalmente algunos resultados obtenidos de la corrida de SOES como son las entregas mensuales y volúmenes del embalse así como los datos físicos e hidrológicos contenidos en el fichero *Embalses.m* se introducen en el fichero *GraficoDespacho.m* en el cual se ha implementado la metodología expuesta en Martínez (2001) para realizar el gráfico de despacho en embalses simples utilizando la metodología de operación de embalses de Kritski y Menkel.

CASO DE ESTUDIO: EMBALSE GOTA BLANCA DE SANTIAGO DE CUBA

Gota Blanca es uno de los embalses del Sistema Noroeste de abasto de agua a la ciudad de Santiago de Cuba. Su cierre se ubica en el río Cauto, en las coordenadas N: 168.410; E: 583.770, en el municipio Palma Soriano. Este embalse entrega agua al Sistema Noroeste mediante una estación vertical de bombeo ubicada en la cola del embalse, la cual tiene dos bombas verticales, una de trabajo y otra de reserva con un gasto de 1400 L/s cada una, y pueden captar agua hasta la cota 150,50 m enb el volumen 37,20 hm³.

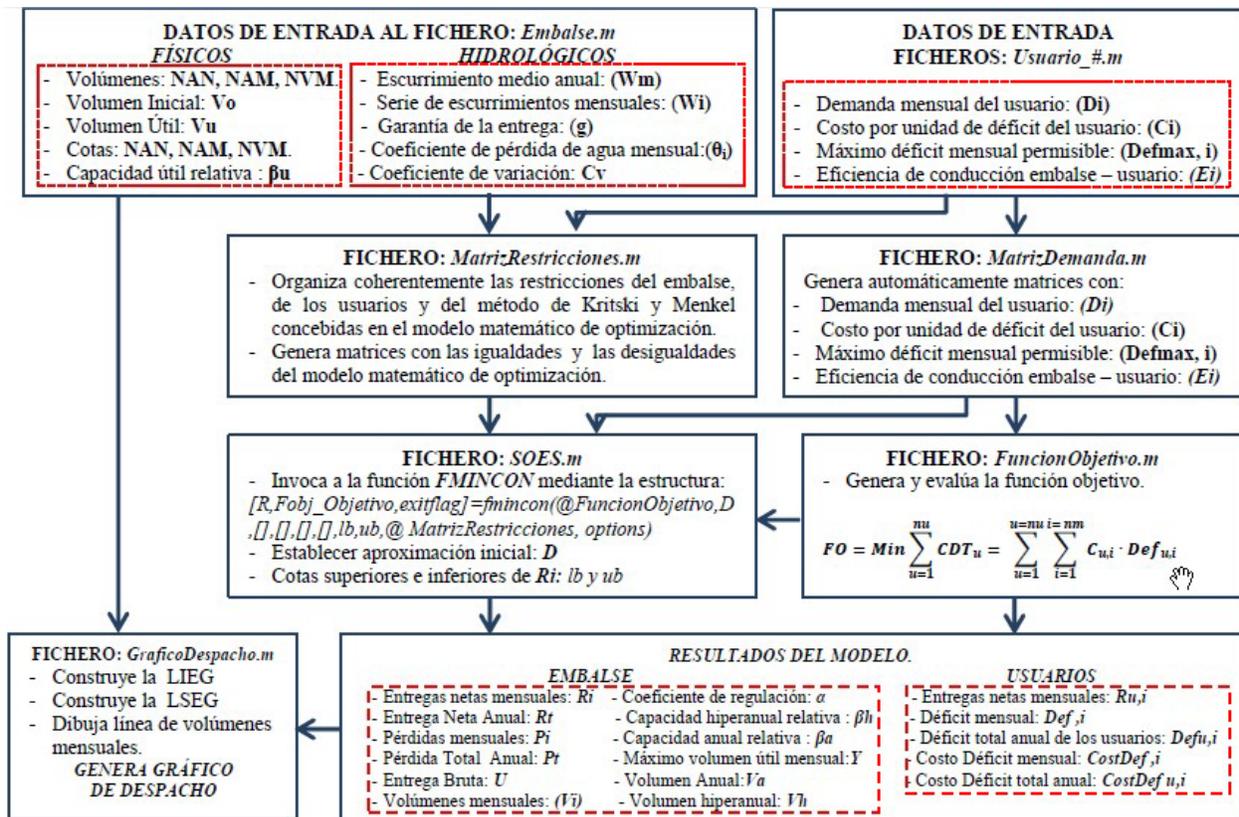


Figura 2. Estructura de implementación del SOES con el asistente matemático MATLAB

Principales datos físicos e hidrológicos del embalse Gota Blanca

En la figura 3 se observa un esquema lineal del embalse Gota Blanca donde se incluye la conectividad con los usuarios principales del sistema, estos son Potabilizadoras El Cobre, Potabilizadora Quintero y Consumos en Ruta.

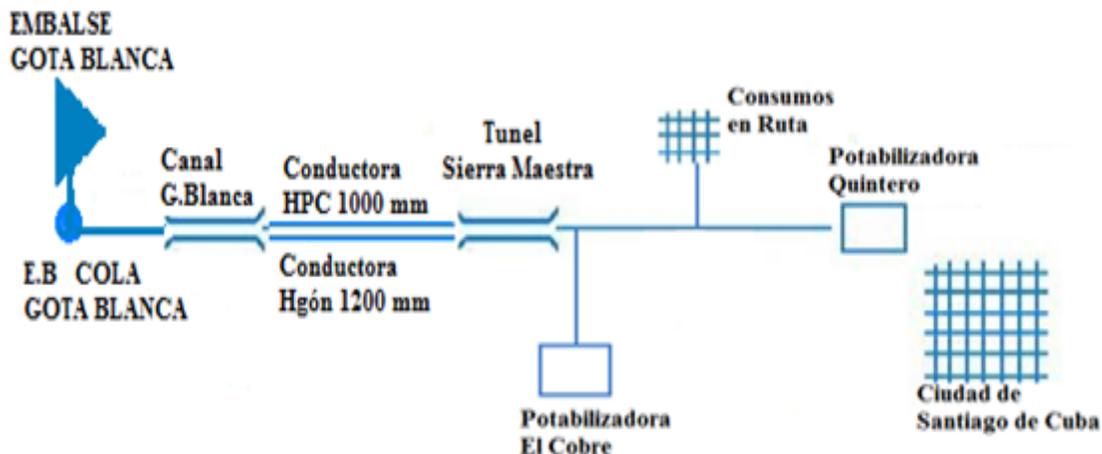


Figura 3. Esquema lineal con la conectividad entre el embalse Gota Blanca y los usuarios

En la tabla 1 se puede observar algunos de los datos físicos e hidrológicos del embalse Gota Blanca. En la tabla 2 aparecen los escurrimientos mensuales para distintas probabilidades en el orden del año hidrológico.

Tabla 1. Datos físicos e hidrológicos del embalse Gota Blanca

Embalse	DATOS FÍSICOS						DATOS HIDROLÓGICOS				
	Vol. NAM hm ³	Vol. NAN hm ³	Vol. NVM hm ³	Vol. (E.B Flotante) hm ³	Vol. hm ³	Vu hm ³	Wm hm ³ /año	Cv	g (%)	Año Hidrológico	% de pérdidas mensual
Gota Blanca	115,80	83,60	5,00	18,50	37,20	78,60	91,71	0,65	95	Mayo - Abril	2,0

Tabla 2. Ecurrimientos (hm³/mes) para distintas probabilidades en Gota Blanca

Prob.	MESES												Total
	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	
25%	14,17	21,31	5,46	7,31	18,85	20,96	7,82	4,65	4,88	6,86	4,48	5,02	121,8
50%	16,83	4,86	3,48	7,00	11,45	14,99	16,7	4,80	3,64	3,08	2,89	2,00	91,71
75%	8,21	3,56	2,48	3,10	5,33	9,12	8,86	2,13	1,78	1,56	0,84	0,90	47,88
95%	3,88	1,81	1,41	2,44	2,91	3,50	1,69	0,99	0,48	0,46	0,19	0,23	19,99

En el presente estudio se han realizado algunas simplificaciones y se han estimado algunos parámetros. Se ha estimado que el costo de la unidad de déficit mensual en cada usuario tiene un valor constante de 1,0 \$/hm³ de déficit. Se ha supuesto que la eficiencia de las obras de conducción entre el embalse y los usuarios es 100%. Se ha adoptado como volumen muerto del embalse el correspondiente al límite hasta donde puede captar la estación vertical de bombeo, 37,20 hm³, y no se ha considerado el aporte de la estación flotante de bombeo. También se ha considerado que el máximo déficit mensual permisible de cada usuario será igual al 30 % de la demanda del mismo. Con respecto al escurrimiento se ha utilizado el de una probabilidad de 75% considerando un año medio-seco, los que pueden ser observados en la tabla 2.

Resultados de la aplicación del SOES. Volumen inicial óptimo del embalse Gota Blanca

En el presente estudio se ha determinado el volumen inicial óptimo que debe de existir en el embalse para obtener el mínimo déficit total anual en los usuarios. En el gráfico de la figura 4 se observa la relación existente entre el déficit total anual en los usuarios y el volumen inicial en el embalse. El volumen inicial óptimo se ha obtenido como resultado de realizar ocho corridas de SOES considerando volúmenes iniciales desde 40 hm³ hasta 75 hm³. Existe un volumen inicial óptimo debido a que modelo matemático de optimización de SOES debe cumplir con la restricción de la ecuación (20), la que obliga al embalse a almacenar agua que, eventualmente, no se puede entregar a los usuarios generando déficit en la entrega de agua.

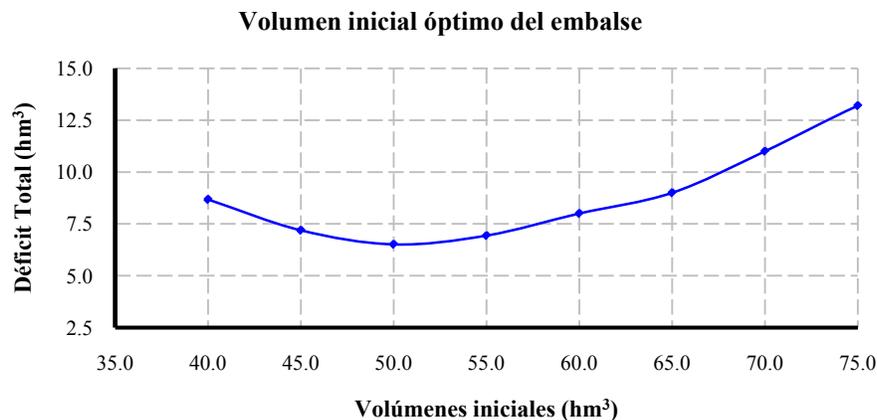


Figura 4. Gráfico del ajuste del volumen inicial óptimo del embalse

En el gráfico anterior resulta posible concluir que los mejores volúmenes iniciales para el embalse Gota Blanca se encuentran entre 45 hm^3 y 55 hm^3 , siendo el valor óptimo el correspondiente a 50 hm^3 . En lo adelante se muestran los resultados finales obtenidos de la aplicación del modelo para el volumen óptimo de 50 hm^3 , con el que se determina la política de operación del embalse y las entregas mensuales óptimas desde el embalse hacia los usuarios.

Resultados finales de la aplicación del SOES

Antes de comenzar el análisis de los resultados de la corrida del SOES se considera conveniente evaluar la calidad de la solución del modelo y del algoritmo implementado en la función FMINCON del asistente matemático MATLAB.

En la figura 5 se muestran cuatro gráficos, en la parte superior izquierda se muestra la relación entre el valor de la función objetivo y las iteraciones realizadas por el modelo para alcanzarlo, esta es la solución óptima brindada por SOES, nótese que el déficit total anual en los usuarios es de $6,51 \text{ hm}^3$. En la parte superior derecha se muestra la cantidad de variables de decisión del problema, en este caso 36, resultantes de tener 3 usuarios en un problema con una escala de tiempo mensual de 12 meses. También en este gráfico el eje de las ordenadas indica las entregas mensuales óptimas propuestas por el modelo para cada usuario en cada mes. El gráfico mostrado en la parte inferior derecha muestra la satisfacción en el cumplimiento de las restricciones del modelo en función de las iteraciones, cuyo valor máximo es de $3.5527 \cdot 10^{-14}$, reflejando una convergencia exitosa del algoritmo, también como prueba de esto MATLAB ha emitido como condición de salida (Exitflag=1), indicando que la solución brindada satisface todas las restricciones implementadas en SOES. Finalmente el gráfico mostrado en la parte inferior izquierda de la figura indica la relación entre las iteraciones y la cantidad de veces que el algoritmo evalúa la función objetivo. Para obtener estos resultados se consume un tiempo de cómputo de 5 min en una PC Dual Core con 2 Gb de RAM y el algoritmo implementado en la función FMINCON realizó 106 iteraciones con 4058 evaluaciones de la función objetivo.

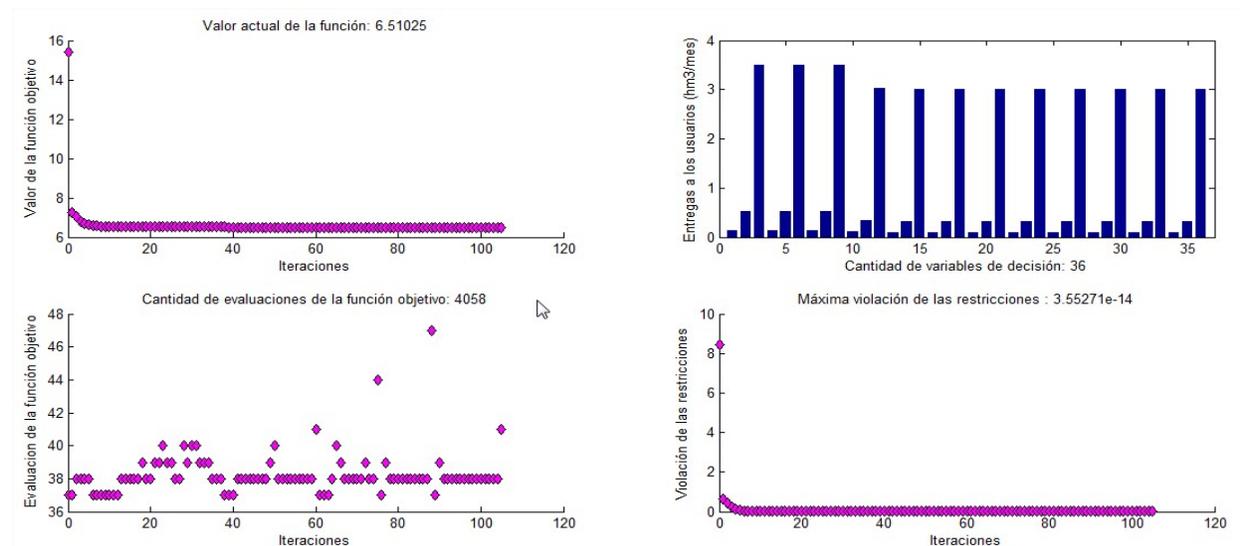


Figura 5. Parámetros de convergencia de algoritmo FMINCON en MATLAB

En la tabla 3 se observan las demandas de los usuarios, las entregas óptimas y déficits en cada usuario en valores anuales y totales, todos en hm^3 y son resultados obtenidos de ejecutar el

SOES. Otros resultados de interés que se observan es que en los meses desde mayo hasta julio SOES encuentra una solución mediante la cual se logra satisfacer el 100% la demanda de todos los usuarios, obsérvese que no existen déficits mensuales, mientras que en los meses restantes el SOES distribuye casi equitativamente el déficit mensual en los usuarios. Este resultado se debe a la restricción de la ecuación (31) y está en total correspondencia con el principio de operación de embalses aceptado por varios investigadores el cual plantea que es preferible tener varios meses de pequeños déficits que pocos meses con grandes déficit (Wurbs 1991), (Lund and Guzman 1999), (Labadie 2004), (Kangrang and Chaleeraktragoon 2008).

Tabla 3. Relación de demandas, entregas y déficit de los usuarios de Gota Blanca, hm³

Usuarios	Parámetro	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Total
Potabilizadora El Cobre	Demanda	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	1,56
	Entrega	0,13	0,13	0,13	0,11	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	1,30
	Déficit	0,00	0,00	0,00	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,26
Entregas en Ruta	Demanda	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	6,24
	Entrega	0,52	0,52	0,52	0,34	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	4,46
	Déficit	0,00	0,00	0,00	0,18	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	1,78
Potabilizadora Quintero	Demanda	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	42,00
	Entrega	3,50	3,50	3,50	3,03	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	37,53
	Déficit	0,00	0,00	0,00	0,47	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	4,47

La demanda total anual de los usuarios se satisface en un 86.93% debido a que la entrega neta anual del embalse es 43,29 hm³ y la demanda total anual es de 49,80 hm³. El usuario más beneficiado en este sentido es Potabilizadora Quintero con un 89.35 % de satisfacción de la demanda, seguido de Potabilizadora El Cobre con un 83.33 % y por último el usuario Entregas en Ruta con un 71.47 %. En sentido general los usuarios tienen un déficit total anual de la entrega de un 13,07 %, debido a los 6,51 hm³ que el embalse no puede entregar.

Acorde con los resultados brindados en la tabla 4, el embalse realiza una alta regulación de acuerdo con el valor del coeficiente de regulación α . Otro aspecto a destacar es que tiene una fuerte componente hiperanual reflejada en el valor de βh que hace que su volumen hiperanual (Vh) sea superior al volumen anual (Va). Esto es una consecuencia directa del coeficiente de variación (Cv), la distribución mensual de la serie de escurrimientos mensuales y la entrega que realiza el embalse tratando de satisfacer la demanda de los usuarios. Gota Blanca opera con una pérdida anual de agua de 4,58 hm³ y una entrega neta anual de 43,29 hm³, ambas representan el 9,56% y 90,44 % de la entrega bruta del embalse, respectivamente.

Tabla 4. Resumen de los resultados obtenidos del embalse

Algoritmo	α	βa	βh	βu	Va (hm ³)	Vh (hm ³)	Vu (hm ³)	P (hm ³)	U (hm ³)	R (hm ³)
FMINCON	0,7134	0,2325	0,2636	0,4961	15,60	24,18	39,78	4,58	47,87	43,29

Como resultado final del presente estudio se obtiene el gráfico de despacho del embalse Gota Blanca que refleja la política de operación del mismo, como puede observarse en la figura 6. Para el uso correcto de este gráfico se establece que siempre que los volúmenes en el embalse se encuentren entre la Línea Inferior de Entrega Garantizada (LIEG) y la Línea Superior de Entrega Garantizada (LSEG) se garantizarán las entregas propuestas por SOES a los usuarios, las cuales fueron mostradas en la tabla 3. En el gráfico de despacho, la línea central (azul celeste)

representa los volúmenes mensuales en el embalse, los que son resultado de la aplicación de SOES.

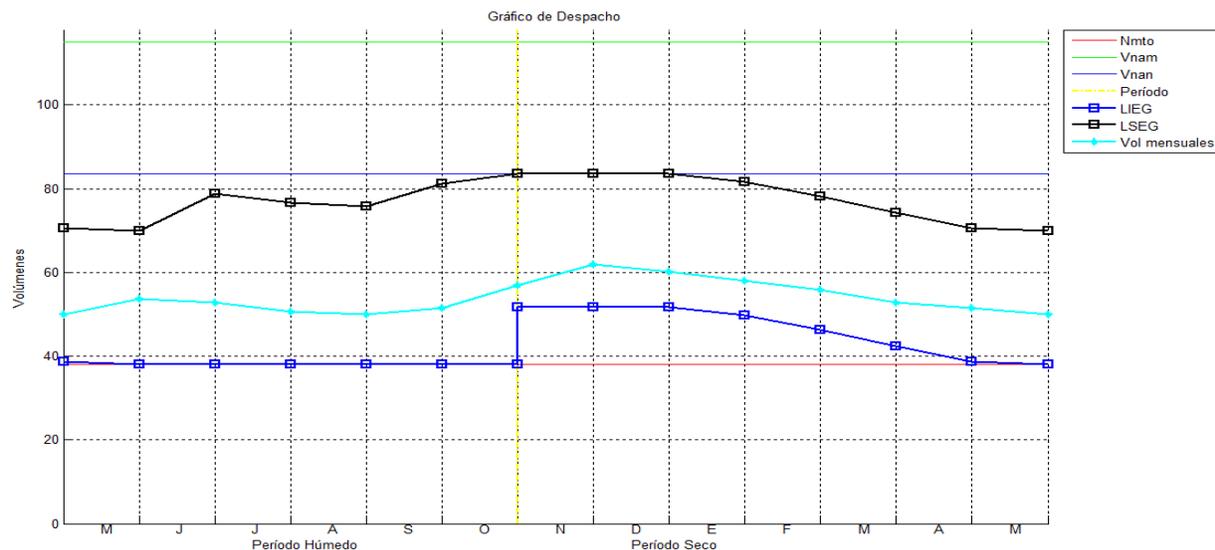


Figura 6. Gráfico de Despacho del embalse Gota Blanca

CONCLUSIONES

- En el presente trabajo se logra implementar en el asistente matemático MATLAB un Sistema para la Operación de Embalses Simples (SOES) mediante el cual introduciendo datos físicos e hidrológicos del embalse y de los usuarios se obtienen resultados de interés práctico para la operación del embalse con el propósito de minimizar el costo del déficit total anual de agua en los usuarios.
- Se logra implementar dentro del SOES una ecuación explícita para el cálculo automático de la capacidad hiperanual relativa (βh) del embalse en función de la garantía y el coeficiente de variación.
- Se logra aplicar el SOES para obtener la política de operación óptima del embalse Gota Blanca mediante la cual fue posible obtener las entregas óptimas mensuales desde el embalse hasta tres usuarios con el propósito de minimizar el costo total anual del déficit de agua en ellos. Con respecto al embalse se logra obtener un volumen inicial óptimo que genera el menor déficit en los usuarios y además se presenta un gráfico de despacho para el embalse el cual contiene las LIEG, LSEG y una línea con los valores de los volúmenes almacenados, estos últimos se corresponden con los resultados brindados por SOES.
- De acuerdo con los resultados obtenidos, con un volumen inicial óptimo en el embalse Gota Blanca de 50 hm³ se garantizan 43,29 hm³/anuales como entrega de agua a los usuarios, lo que representa un 86,93 % de la demanda de los mismos, existiendo un déficit anual de agua en los usuarios de 6,51 hm³ que representa el 13,07 % de la demanda total anual de los usuarios.
- El embalse Gota Blanca realiza una alta regulación como demuestra el valor alcanzado por el coeficiente de regulación (α). También tiene una marcada componente hiperanual evidenciada en el valor de Vh , el cual representa un 60,78 % del volumen útil del embalse.

REFERENCIAS

- Bayazit M. and Onoz B.** (2000). "Conditional distributions of ideal reservoir storage variables". *Journal of Hydrologic Engineering*, vol. 5, no. 1, pp. 52-58., ISSN 1084-0699, American Society of Civil Engineers (ASCE), USA.
- Campbell E., Briggs D., Denton R. and Gartrell G.** (2002). "Water quality operation with a blending reservoir and variable sources". *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 128, no. 4, pp. 288 – 302, ISSN 0733-9496, ASCE, USA.
- Kangrang A. and Chaleeraktragoon C.**(2008). "Suitable conditions of reservoir simulation for searching rule curves". *Journal of Applied Sciences*, vol. 8, no.7, pp. 1274-1279, ISSN 1812-5654, Asian Network for Scientific Information, India.
- Kumar D. N. and Reddy M. J.** (2007). "Multipurpose reservoir operation using particle swarm optimization". *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol.133, no.3, pp. 136-146, ISSN 0733-9496, ASCE, USA.
- Labadie J. W.** (2004). "Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review". *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, vol. 130, no. 2, pp. 93-111, ISSN 0733- 9496, ASCE, USA.
- Lund J. R. and Guzman J.** (1999). "Derived operating rules for reservoirs in series or in parallel". *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 125, no. 3, pp. 143-153, ISSN0733-9496, ASCE, USA.
- Martínez J. B.** (1991). "Diseño de embalses para la regulación del escurrimiento". Monografía, Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae), Habana.
- Martínez J. B.** (2001). "Compendio de temas sobre diseño y operación de embalses". Monografía, CIH, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae), Habana.
- Ngo L.** (2006). "Optimising reservoir operation. A case study of the Hoa Binh reservoir, Vietnam". Doctoral dissertation, Institute of Environment & Resources, Technical University of Denmark, Denmark.
- Sudha V., Venugopal K. and Ambujam N. K.** (2008). "Reservoir operation management through optimization and deficit irrigation". *Irrigation and Drainage Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 93-102, DOI 10.1007/s10795-007-9041-3, Springer, India.
- Vogel R. M. and Stedinger J. R.** (1987). "Generalized storage-reliability-yield relationships", *Journal of Hydrology*, no. 89, pp. 303-327,ISSN 0022-1694, Elsevier, Amsterdam, Netherlands.
- Vogel R. M., Sieber J., Archfield S. A., Smith M. P., Apse C. D., Huber-Lee A.** (2007). "Relations among storage, yield, and instream flow". *Water Resources Research*, vol. 43, no. 5, pp. 1-12, ISSN 0043-1397, American Geophysical Union, USA.
- Wurbs R.** (1991). "Optimization of multiple - purpose reservoir system operation: a review of modelling and analysis approaches". Institute for Water Resources Hydrologic Engineering Center (HEC), U.S. Army Corps of Engineers, TR: USACE - HEC TM-1991-0704-0188, Davis, California.
- Yeh W. W.-G.**(1985). "Reservoir management and operations models: a state-of-the-art review". *Water Resources Research*, vol 21, no 12, pp. 1797-1818, ISSN 0043-1397, American Geophysical Union, USA.
- Zhao T., Cai X., Lei X. and Wang H.**(2012). "Improved dynamic programming for reservoir operation optimization with a concave objective function." *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 138, no.6, pp. 590-596, ISSN 0733-9496, ASCE, USA.