

## Política de operación óptima de un sistema de embalses mediante modelos HEC-ResPRM y RK3

Ing. Iosvany Alberto Recio Villa e-mail: [recio@cih.cujae.edu.cu](mailto:recio@cih.cujae.edu.cu)  
Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Facultad de Ingeniería Civil,  
Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría (Cujae)

Dr. José Bienvenido Martínez Rodríguez e-mail: [bienvenido@cih.cujae.edu.cu](mailto:bienvenido@cih.cujae.edu.cu)  
Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Facultad de Ingeniería Civil,  
Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría (Cujae)

Ing. Jorge Luis Soto Ramos e-mail: [mmartin@nauta.cu](mailto:mmartin@nauta.cu)  
Empresa Nacional de Proyectos Agropecuarios  
Ministerio de la Agricultura.

### RESUMEN

El presente trabajo muestra la aplicación conjunta de los modelos HEC-ResPRM y RK3 para establecer una política de operación óptima en el sistema de embalses del Sistema Noroeste de abasto de agua a la ciudad de Santiago de Cuba. El modelo HEC-PRM se aplica para obtener las entregas mensuales óptimas a realizar desde cada embalse para satisfacer la demanda de cuatro usuarios. El modelo RK3 se utiliza para obtener gráficos de despacho que permitan realizar la operación conjunta de los embalses en función del estado de los mismos. Como resultados de interés se determinan los déficits mensuales y anuales en la entrega de agua en cada usuario y se propone un plan de entrega para los embalses que garantiza el 90 % de la demanda anual de todos los usuarios.

**Palabras clave:** déficit, embalse, operación, optimización, usuarios.

## Optimal operation of reservoir system through models HEC-ResPRM and RK3

### ABSTRACT

This work presents the application of HEC-ResPRM and RK3 models to get an optimal operating policy in a multireservoir system belonging to the Sistema Noroeste for water supply of Santiago de Cuba city. The HEC-ResPRM model was applied to get the monthly optimal release for each reservoir to satisfy the target demand of four users. The RK3 model was applied to obtain the so-called dispatch graphs allowing the joint operation of reservoirs to be guided as a function of the actual storage on each one. Other interesting results were to determine the monthly and annual water shortage to the users and a water supply schedule for releases from the reservoirs capable of satisfying 90 % of the annual target demand of all users.

**Keywords:** shortage, reservoir, operation, optimization, users.

## INTRODUCCIÓN

La operación de embalses ha despertado el interés de muchos investigadores durante varias décadas. En la operación de embalses resulta imprescindible establecer una política de operación que permita satisfacer lo mejor posible las demandas planeadas para los usuarios. En los últimos 35 años la modelación matemática ha sido la herramienta más poderosa para obtener políticas de operación óptima de embalses creando modelos matemáticos de simulación y optimización (Teixeira and Marino 2002). Los modelos de simulación utilizan el método de tanteos para analizar alternativas y estrategias de operación de embalses previamente concebidas. Con esta técnica se puede obtener una buena solución para la operación de embalses, pero no se garantiza que dicha solución sea óptima y global (Hsu and Cheng 2002). Para encontrar una solución óptima global es necesario aplicar técnicas matemáticas de optimización, que minimizan o maximizan una función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones (Chandramouli et al. 2002). En Yeh (1985) y Labadie (2004) se realiza una extensa revisión acerca del empleo de técnicas de optimización aplicadas a la operación de embalses. Una política de operación óptima de embalses debe determinar las entregas óptimas a realizar por los embalses en cada periodo de tiempo y la elaboración de reglas de operación implementadas en gráficos de despacho que permitan controlar los volúmenes y entregas a realizar por los embalses durante la operación en tiempo real. El Gráfico de Despacho (GD) está conformado por líneas guías que indican, en función del estado del embalse, las decisiones a tomar para cumplir con las entregas planificadas (Kangrang and Chaleeraktragoon 2008).

En la literatura hay varios trabajos donde se combinan el empleo de técnicas de optimización y de reglas de operación para establecer políticas de operación óptima de embalses. En Anghileri et al. (2013) se desarrolla un modelo de Programación Dinámica para el sistema de embalses Alpine en Italia, donde se propone un mecanismo de coordinación en el que, en función del estado de cada embalse, se obtienen planes de entrega para minimizar el déficit de agua en usuarios y maximizar la generación de energía eléctrica. En Hsu and Cheng (2002) se aplica el algoritmo de optimización de la red de flujo para proponer un plan óptimo de entregas del sistema de embalses del río Taiwán. Los autores comparan el plan de entrega propuesto por el algoritmo de optimización de la red de flujo con el establecido mediante simulación y demuestran que la solución mediante optimización ofrece mejores resultados pues se reducen los déficits de agua para los usuarios.

El presente trabajo tiene como objetivo proponer una política de operación óptima para el sistema de embalses que conforman el Sistema Noroeste de abasto de agua a la ciudad de Santiago de Cuba mediante la aplicación conjunta de los modelos HEC-Res-PRM y RK3. Se pretende establecer un plan de entregas óptimas desde los embalses para el año hidrológico 2015-2016 y construir gráficos de despacho para cada embalse que serán una herramienta eficaz en la operación del sistema para lograr satisfacer lo mejor posible las demandas de los cuatro usuarios principales, contribuyendo de esta manera con una aproximación inicial a la política de operación óptima de dicho sistema.

## BREVE DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS HEC-ResPRM Y RK3

A continuación, se realiza una introducción de los modelos HEC-ResPRM y RK3 empleados en la presente contribución. El primero se utiliza para determinar las entregas mensuales óptimas a realizar por cada embalse para satisfacer las demandas planeadas de los usuarios. El segundo utiliza dichas entregas mensuales óptimas para generar los gráficos de despacho de los embalses, los cuales son una aproximación inicial para la operación conjunta de los mismos.

### Breve descripción del modelo HEC-ResPRM

El Hydrologic Engineering Center Prescriptive Reservoir Model (HEC-ResPRM) (Carl 2003) tiene implementado un modelo de optimización para la operación de embalses que minimiza el costo de una red de flujo formada por nodos y arcos, sujeto a restricciones de flujo y almacenamiento (O'Connell and Harou 2011). Este modelo utiliza Programación Lineal (PL) para resolver el problema de optimización de redes de flujos. El algoritmo implementado en HEC-ResPRM concibe el conjunto embalses-usuarios como un sistema de arcos y nodos. Los arcos son elementos de transporte y representan obras de conducción que transportan flujos (entregas) desde un nodo a otro. Los nodos conectan a los arcos en su inicio y final y representan embalses, puntos de conexión, confluencias y bifurcaciones. En los nodos el flujo puede entrar o salir o ambos inclusive. Los arcos y nodos admiten restricciones de contornos superiores e inferiores, entiéndase flujos y almacenamientos, máximos y mínimos.

A continuación, se presenta de forma muy resumida el modelo matemático del algoritmo de la red de flujo implementado en el modelo HEC-ResPRM. Para más detalles se recomienda consultar Carl (2003) y (Hsu and Cheng 2002). El problema de optimización representado por una red de flujo con costos asociados al flujo y al almacenamiento puede ser descrito como:

$$\text{Minimizar:} \quad F_{obj} = \sum_{k=1}^m c_k \cdot f_k \quad (1)$$

$$\text{Sujeto a las restricciones:} \quad \sum_{k \in M_o} f_k - \sum_{k \in M_T} a_k \cdot f_k = 0 \quad (2)$$

$$l_k \leq f_k \leq u_k \quad (3)$$

donde:

$m$ : número total de arcos en la red.

$c_k$ : costo unitario del flujo a través del arco  $k$ .

$f_k$ : flujo a través del arco  $k$ .

$M_T$ : Conjunto de todos los arcos que se originan en el nodo

$M_o$ : Conjunto de todos los arcos que terminan en el nodo

$a_k$ : multiplicador del arco  $k$ .

$l_k$ : límite inferior de flujo a través del arco  $k$ .

$u_k$ : límite superior de flujo a través del arco  $k$ .

La ecuación (1) representa la función objetivo del modelo de optimización de la red de flujo, la que minimiza el costo de la red de flujo. Las ecuaciones (2) y (3) son restricciones del modelo, la ecuación (2) representa la ecuación de continuidad en cada nodo de la red de flujo y la ecuación (3) representa las restricciones de flujos máximos y mínimos en cada arco.

### Breve descripción del sistema RK3

De acuerdo con Martínez (2002) el sistema RK3 es un programa computacional diseñado para calcular los parámetros de la regulación del escurrimiento en el caso de embalses simples de alta regulación (regulación anual e hiperanual) con demanda de agua constante. Mediante un uso adecuado del sistema RK3 es posible tantear la distribución mensual de la entrega, calcular el valor de la garantía anual, la capacidad del embalse, los niveles máximos y mínimo de operación y obtener gráficos de despacho para embalses. Para la regulación del escurrimiento utiliza dos métodos, el método de Kritski y Menkel y la simulación mensual de 1000 años. Más detalles acerca de estos métodos, su concepción y formulación pueden verse en Martínez (2001).

## APLICACIÓN DE LOS MODELOS HEC- ResPRM y RK3 AL SISTEMA NOROESTE DE ABASTO DE AGUA A LA CIUDAD DE SANTIAGO DE CUBA

El Sistema Noroeste de abasto de agua a la ciudad de Santiago de Cuba, en lo adelante Sistema Noroeste, está conformado por cinco embalses que tienen un volumen útil conjunto de 351,55 hm<sup>3</sup> y cuyo objetivo principal es garantizar la demanda de agua a la ciudad de Santiago de Cuba. Los embalses de mayor jerarquía son Céspedes, Gota Blanca y Gilbert, entre los tres tienen un volumen útil de 346,7 hm<sup>3</sup>, el 98,62 % del volumen útil del Sistema Noroeste. Dicho sistema tiene asociados cuatro usuarios principales: la PCHE Céspedes, las potabilizadoras Quintero y El Cobre y Entregas Ruta, estos tres últimos son usuarios de la ciudad de Santiago de Cuba. En la figura 1 se muestra un esquema lineal con la topología del Sistema Noroeste.

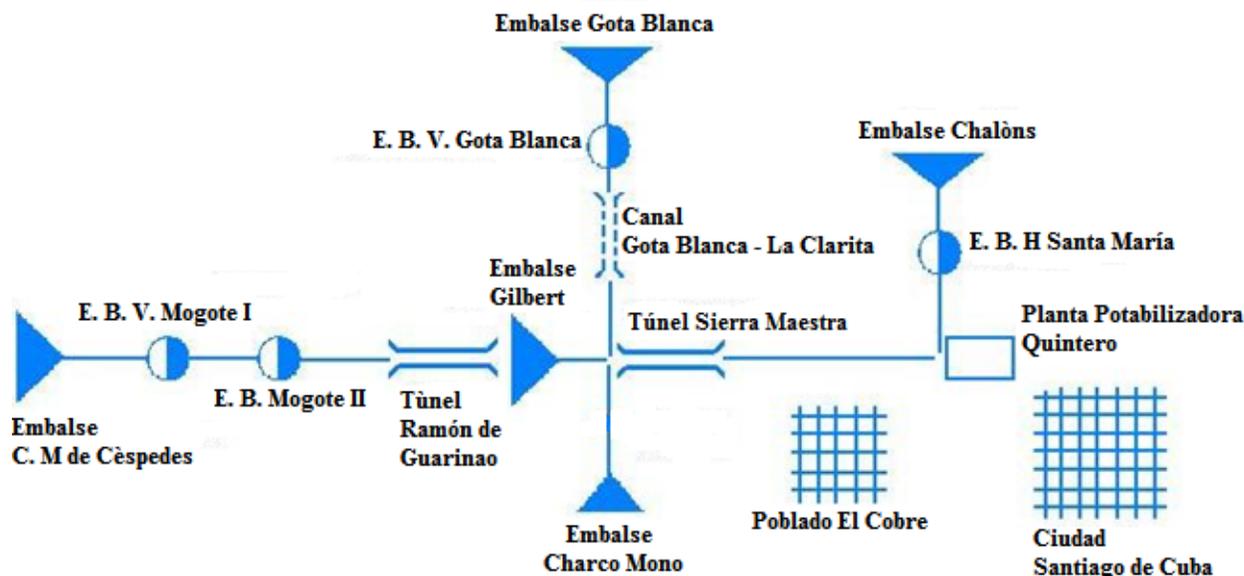


Figura 1. Esquema lineal con la topología del sistema embalses – usuarios

En la tabla 1 aparecen los principales parámetros físicos e hidrológicos de todos los embalses. En los datos físicos se ve el parámetro  $\beta$  que es la razón entre el área del espejo de agua del embalse para un nivel de llenado dado y su volumen correspondiente y se obtiene al realizar un ajuste lineal entre las curvas de cota-área y cota-volumen de cada embalse. El parámetro  $\beta$  es necesario para determinar las pérdidas de agua debido a la evaporación. El modelo HEC-ResPRM no considera las pérdidas por filtración, limitación de la cual adolecen varios modelos de operación de embalses que utilizan programación lineal como técnica de optimización. Los restantes parámetros físicos e hidrológicos son ampliamente conocidos.

### Funciones de penalización para los embalses y usuarios

Las funciones de penalización son funciones de costos mediante las cuales el modelo HEC-ResPRM asigna costos al almacenamiento y al flujo en arcos y nodos de un sistema de embalses. Se emplean para cuantificar el valor de la función objetivo (Hayes et al. 1993). Representan relaciones de costo respecto a las variables de decisión del algoritmo, es decir, relaciones de costo–almacenamiento y costo–flujo en los nodos y arcos.

Confeccionar funciones de penalización que reflejen fielmente dichos costos es una actividad económica compleja. Sin embargo, esto no limita la aplicación del modelo si no se disponen de funciones de penalización verdaderas. Una alternativa a este problema es crear funciones de

penalización con costos nulos dentro de los límites máximos y mínimos de las restricciones de flujos y almacenamientos, y suponer valores lógicos como se verá en las figuras que siguen.

**Tabla 1. Principales parámetros físicos e hidrológicos de los embalses**

Embalse	Parámetros físicos					Datos hidrológicos		Año Hidrológico
	Vol. NAM hm <sup>3</sup>	Vol. NAN hm <sup>3</sup>	Vol. NVM hm <sup>3</sup>	Vu hm <sup>3</sup>	$\beta$ km <sup>2</sup> /hm <sup>3</sup>	Wm hm <sup>3</sup> /año	Cv	
Gota Blanca	115,8	83,6	5,0	78,60	0,09	21,54	0,65	Mayo - Abril
Gilbert	76,4	59,67	5,0	54,67	0,09	50,40	0,57	
Charco Mono	5,85	4,55	0,42	4,13	0,11	17,70	0,61	
Céspedes	310,0	243,0	30,0	213,0	0,05	285,00	0,57	
Chalóns	1,40	0,95	0,00	0,95	0,11	2,47	0,69	

En las figuras 2, 3, 4, 5, 6 y 7 se muestran las funciones de penalización para los embalses y usuarios del Sistema Noroeste. En las figuras 2 y 3 se observan las funciones de penalización para los embalses Gilbert, Charco Mono, Gota Blanca y Céspedes, nótese que mientras el volumen de los embalses se encuentre entre el NVM y el NAN el costo del almacenamiento será nulo, si se exceden, o no se alcanzan estos valores, entonces se aplican penalizaciones económicas. El embalse Céspedes tiene una Pequeña Central Hidroeléctrica (PCHE) con volumen mínimo de operación de 74,57 hm<sup>3</sup>, se acepta en este estudio que este valor será el NVM para este embalse.

Para conformar las funciones de penalización de la figura 4 se ha decidido penalizar las entregas cuando éstas sobrepasen el caudal máximo de las obras de conducción asociadas con los embalses. En la figura 5 se muestran las funciones de penalización para las entregas desde los embalses Gota Blanca y el Trasvase Mogote del embalse Céspedes, el costo de estas funciones de penalización es proporcional y creciente con la entrega. Esto significa que cuanto más entreguen estos embalses, mayor será el costo. Nótese que para un mismo flujo el costo de la entrega desde el embalse Céspedes es diez veces mayor que dicho costo desde Gota Blanca. Se crean estas funciones de penalización para orientar al modelo HEC-ResPRM a que entregue más desde Gota Blanca cuyo aporte a la ciudad Santiago de Cuba se realiza mediante una estación de bombeo que eleva el agua hasta el canal Gota Blanca – La Clarita mediante una conductora de aproximadamente 150 m de longitud y 800 mm de diámetro, y la estación de bombeo del embalse Céspedes emplea el sistema de Trasvase Mogote, cuyas estaciones de bombeo funcionan con conductoras de 1500 mm a 700 mm de diámetro, longitud de 21 km y una carga a elevación de bombeo de aproximadamente 80 m. Es una forma de orientar al modelo a que el plan de entregas que proponga también minimice los costos de bombeo.

En las figuras 6 y 7 se observan las funciones de penalización para las demandas de los usuarios del Sistema Noroeste. En las funciones de penalización el punto de inflexión es la demanda mensual planeada para los usuarios, ésta es la meta a alcanzar por el modelo HEC-ResPRM. En las potabilizadoras El Cobre y Quintero, usuarios PCHE Céspedes y Entregas Ruta el punto de inflexión de las entregas en las funciones de penalización equivalen a demandas mensuales de 0,13 hm<sup>3</sup>/mes, 6,30 hm<sup>3</sup>/mes, 12,70 hm<sup>3</sup>/mes y 0,53 hm<sup>3</sup>/mes respectivamente.

En la tabla 2 aparecen las restricciones de flujo y almacenamiento en embalses y usuarios. En los embalses, las restricciones de almacenamiento hacen que el volumen siempre se encuentre entre el NVM y el NAM, no se admiten vertimientos.

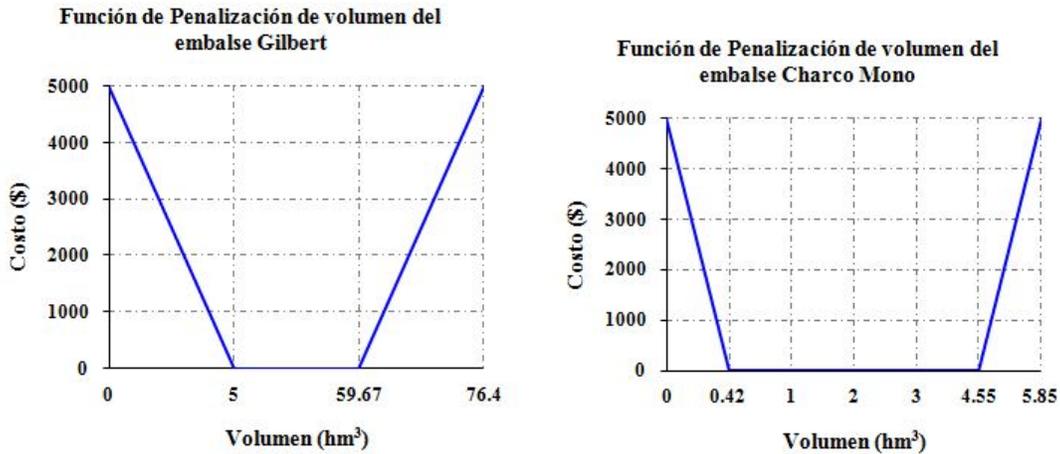


Figura 2. Funciones de penalización de volumen a los embalses Gilbert y Charco Mono

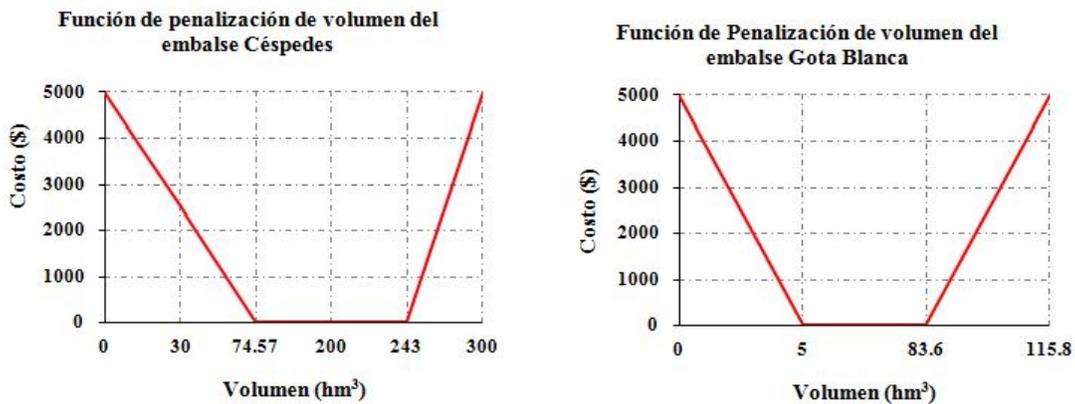


Figura 3. Funciones de penalización de volumen a los embalses Céspedes y Gota Blanca

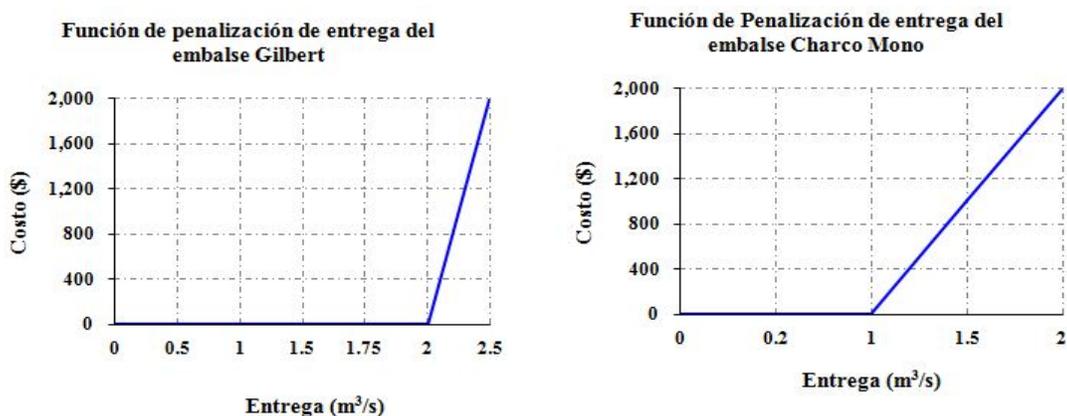


Figura 4. Funciones de penalización de entrega a los embalses Gilbert y Charco Mono

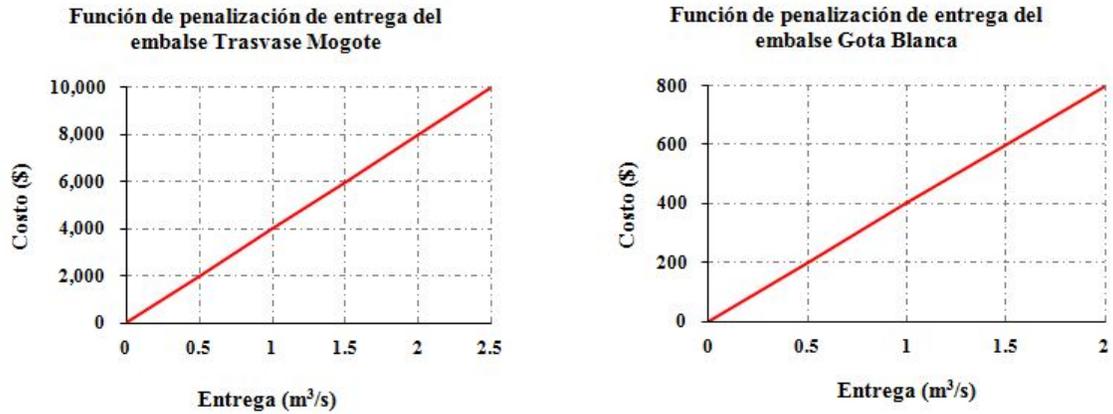


Figura 5. Penalización de entrega de embalses Trasvase Mogote y Gota Blanca

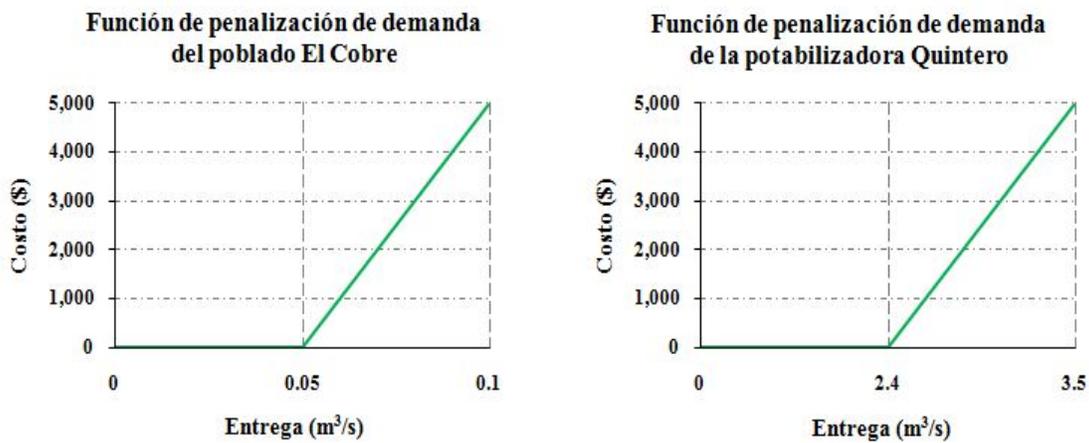


Figura 6. Penalización de demanda de usuarios El Cobre y Quintero

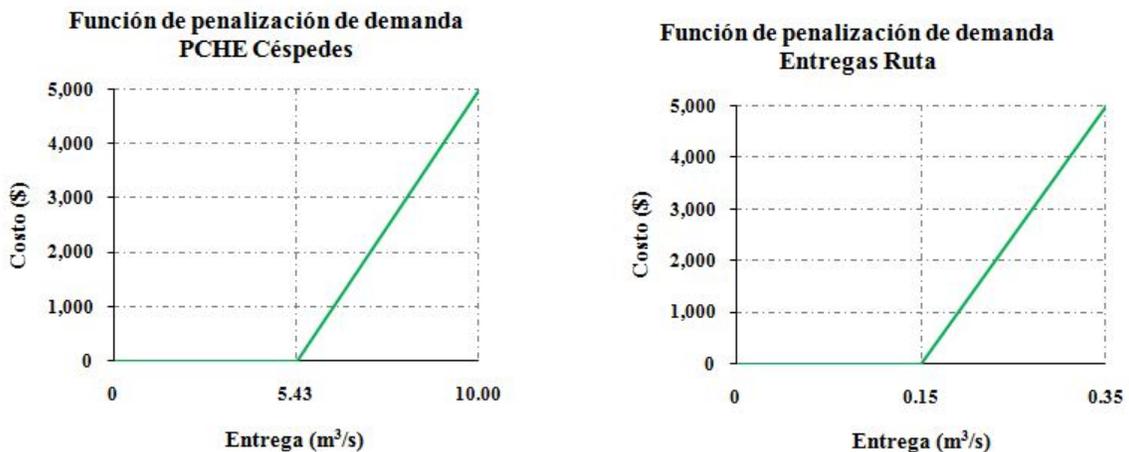


Figura 7. Penalización de demanda de usuarios PCHE Céspedes y Entregas Ruta

Las restricciones de volumen inicial y final obligan a terminar el año hidrológico con el mismo volumen inicial, condicionando la entrega desde los embalses únicamente al escurrimiento que entra en los mismos. Las restricciones de entrega garantizan que no se excedan los caudales máximos de entrega de las obras de tomas y obras de conducción. La restricción de entrega mínima en los usuarios induce a que se garantice el 90 % de la demanda, la de entrega máxima evita que se exceda la demanda. Estas restricciones deben cumplirse durante todos los meses del año.

**Tabla 2. Restricciones de entregas y volúmenes en embalses y usuarios**

Embalse	Volumen (hm <sup>3</sup> )		Entrega (hm <sup>3</sup> /mes)		Volumen (hm <sup>3</sup> )		Usuario	Entrega (hm <sup>3</sup> /mes)	
	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Inicial	Final		Mín.	Máx.
Gilbert	5,00	59,67	1,30	5,25	10,70	10,70	Pot. El Cobre	0,10	0,13
Céspedes	74,57	243,00	0,00	25,00	83,68	83,68	Pot. Quintero	5,04	6,30
Gota Blanca	5,00	83,60	0,00	5,25	21,51	21,51	EntregasRuta	0,38	0,53
Charco Mono	0,42	4,55	1,00	2,63	0,423	0,423	PCHE	11,41	12,70
Chalóns	0,00	0,95	0,00	0,16	0,204	0,204	-----	-----	-----
Tras. Mogote	-----	-----	0,00	4,73	-----	-----	-----	-----	-----

### Hidrología de los embalses

Algunos de los parámetros hidrológicos necesarios para realizar un estudio de operación de embalses con el modelo HEC-ResPRM son el escurrimiento y la evaporación. En la tabla 3 se observan valores mensuales de escurrimiento para un año medio-seco con probabilidad del 75 % (año hidrológico real 2015-2016) y la evaporación complementaria para un año medio. La tabla se ordena según el año hidrológico.

**Tabla 3. Valores de los escurrimientos y láminas de evaporación de los embalses**

Embalses	Escurrecimiento de los embalses para probabilidad de 75 %, en hm <sup>3</sup>												Total
	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	
Gota Blanca	3,95	1,14	0,82	1,64	2,69	3,52	3,92	1,13	0,86	0,72	0,68	0,47	21,54
Gilbert	4,35	4,24	0,85	2,02	5,32	3,60	3,28	0,84	0,69	1,28	2,55	1,96	30,98
Charco Mono	1,72	1,45	0,37	0,32	1,19	1,40	0,97	0,32	0,41	0,20	0,40	0,47	9,22
Céspedes	26,26	17,45	15,58	17,45	23,38	21,51	13,9	7,11	6,61	7,11	6,1	6,95	169,40
Chalóns	0,21	0,09	0,06	0,08	0,14	0,23	0,23	0,05	0,05	0,04	0,02	0,20	1,22
Embalses	Lámina de evaporación de los embalses para un año medio, en mm												Total
Gota Blanca	73,4	71,8	76,4	72,7	60,3	59,4	48,4	47,9	53,7	56,5	63,1	73,0	756,6
Gilbert	68,2	67,4	73,0	68,7	58,2	55,1	46,9	45,2	49,4	53,0	66,0	72,0	723,1
Charco Mono	52,0	51,2	55,4	52,3	45,0	42,0	36,0	35,0	37,4	40,2	50,0	54,5	551,0
Céspedes	151,6	140,7	157,9	153,2	125,0	117,3	98,5	87,7	100,9	106,7	140,3	143,2	1523,0
Chalóns	52,6	51,2	55,4	52,3	45,0	42,0	36,0	35,0	37,4	40,2	50,0	54,5	551,0

### Premisas de la política de operación de los embalses

Esta contribución es un acercamiento inicial para proponer una política de operación óptima del Sistema Noroeste. Para lograr ese objetivo se han establecido tres premisas fundamentales que debe satisfacer el plan de entregas resultante de la ejecución del modelo HEC-ResPRM:

1. Garantizar el 90 % de la demanda anual de agua en cada usuario.
2. Utilizar el sistema de Trasvase Mogote solamente en el periodo seco (Noviembre - Abril).
3. Realizar un uso intensivo de los embalses Gilbert y Charco Mono que entregan agua por gravedad a los usuarios.

### Resultados de la aplicación del modelo HEC- ResPRM

Para evaluar si se cumplen las tres premisas de la política de operación de los embalses se necesita determinar en los usuarios: entregas netas mensuales ( $Ru_i$ ), índice de satisfacción de la demanda anual ( $SD$ ), déficit mensual ( $Def_i$ ) y déficit anual ( $Def_A$ ). En los embalses: entrega neta mensual ( $Re_i$ ), entrega neta anual ( $R$ ), pérdidas mensuales ( $Pe_i$ ), pérdidas anuales ( $P$ ), entrega bruta mensual ( $Ue_i$ ) y entrega bruta anual ( $U$ ). Las ecuaciones 4, 5, 6 y 7 se emplean para este propósito.

$$SDu = \frac{\sum Ru_i}{\sum Du_i} \cdot 100 \quad (4)$$

$$Def_i = Du_i - Ru_i \quad (5)$$

$$Ue_i = Re_i - Pe_i \quad (6)$$

$$Ue = Re - Pe \quad (7)$$

donde:  $i$ : identifica el mes;  $u$ : identifica al usuario;  $e$ : identifica al embalse.

$SDu$ : índice de satisfacción de la demanda anual del usuario  $u$ ,

$Ru_i$ : entrega mensual al usuario  $u$ ;  $Du_i$ : demanda mensual del usuario  $u$ ,

$Def_i$ : déficit mensual de cada usuario  $u$ ;  $Ue_i$ : entrega bruta mensual del embalse  $e$ ,

$Re_i$ : entrega neta mensual del embalse  $e$ ;  $Pe_i$ : pérdida mensual del embalse  $e$ ,

$Ue$ : entrega bruta anual del embalse  $e$ ,  $Re$ : entrega neta anual del embalse  $e$ ,

$Pe$ : pérdida anual del embalse  $e$ .

En la tabla 4 se observan los costos de los flujos y almacenamientos en los embalses, usuarios y obras de conducción del Sistema Noroeste, que resultaron de la ejecución del modelo. El modelo HEC-ResPRM propone una solución en la que no existen costos en los almacenamientos de los embalses, lo que significa que todos los volúmenes mensuales de los embalses se encuentran entre el NVM y NAN y no hay vertimientos. En cuanto a las entregas desde los embalses únicamente se penaliza al embalse Gota Blanca, mientras que en los arcos solamente se tiene el costo del flujo debido al sistema de Trasvase Mogote. Estos costos son una consecuencia de las funciones de penalización creadas para el embalse y el sistema de Trasvase Mogote. Finalmente se obtiene el valor de la función objetivo que es el costo total de la red de flujo, resultante de la suma de los costos de los volúmenes, flujos y arcos del Sistema Noroeste.

En las tablas 5, 6 y 7 se resume el plan de entregas propuesto por el modelo HEC-ResPRM para el año hidrológico 2015-2016 (del 75%). La tabla 5 muestra las entregas y pérdidas desde los embalses y sus magnitudes mensuales. En términos cualitativos el plan de entregas propuesto cumple con la segunda y tercera premisa de operación de los embalses al concebir que los embalses Gilbert y Charco Mono entreguen todo el año y el sistema de Trasvase Mogote en el periodo seco. En la tabla 5 se observa que los embalses Chalóns y Gota Blanca entregan ocho meses, y Céspedes mediante el sistema de Trasvase Mogote entrega en cuatro meses del periodo seco. En términos cuantitativos los embalses de conjunto realizan una entrega bruta anual de 243,13 hm<sup>3</sup>/año, una entrega neta anual de 232,47 hm<sup>3</sup>/año y las pérdidas totales anuales ascienden a 10,66 hm<sup>3</sup>/año.

En cuanto a magnitud, el embalse Céspedes realiza la mayor entrega neta anual con 156,75 hm<sup>3</sup>/año, de ésta se entregan 15,44 hm<sup>3</sup> mediante el sistema de Trasvase Mogote a la ciudad de Santiago de Cuba, el resto, 141,31 hm<sup>3</sup>/año, se turbinan en la PCHE para la generación de energía eléctrica y el riego de áreas agrícolas.

**Tabla 4. Resumen de costos de la red de flujo del Sistema Noroeste**

Elemento	Volumen (\$)	Flujos en embalses (\$)	Flujos en Arcos (\$)	Total (\$)
Gilbert	0,00	0,00	-----	0,00
Céspedes	0,00	0,00	-----	0,00
Gota Blanca	0,00	2805,84	-----	2805,84
Charco Mono	0,00	0,00	-----	0,00
Chalóns	0,00	0,00	-----	0,00
Trasvase Mogote	0,00	0,00	19416,29	19416,29
PCHE	0,00	0,00	-----	0,00
Potabilizadora El Cobre	0,00	0,00	-----	0,00
Potabilizadora Quintero	0,00	0,00	-----	0,00
Entregas Ruta	0,00	0,00	-----	0,00
<b>Total</b>	0,00	2805,84	19416,29	22222,13

A los usuarios de la ciudad de Santiago de Cuba (recuérdese Potabilizadoras Quintero, El Cobre y Entregas Ruta) se les garantiza una entrega neta anual de 75,16 hm<sup>3</sup>, de ésta Gilbert aporta 46,10 hm<sup>3</sup>, el 61,33 %, Gota Blanca 18,76 hm<sup>3</sup>, el 24,96 %, Céspedes mediante el Trasvase Mogote 15,44 hm<sup>3</sup>, el 20,54 %, Charco Mono 9,14 hm<sup>3</sup>, el 12,16 % y Chalóns 1,16 hm<sup>3</sup>, el 1,54%. Comparando las entregas entre las tablas 2, 5 y 6 se observa que se cumplen las restricciones de flujos máximos y mínimos en todos los embalses y usuarios.

**Tabla 5. Resumen de entregas mensuales, anuales y pérdidas desde los embalses**

Relación de Entregas y Pérdidas desde los Embalses y el Trasvase Mogote, en (hm <sup>3</sup> /mes)																
Meses	Gota Blanca			Charco Mono			Gilbert			Céspedes			Chalóns			Trasv. Mogote
	Re <sub>i</sub>	Pe <sub>i</sub>	Ue <sub>i</sub>	Re <sub>i</sub>	Pe <sub>i</sub>	Ue <sub>i</sub>	Re <sub>i</sub>	Pe <sub>i</sub>	Ue <sub>i</sub>	Re <sub>i</sub>	Pe <sub>i</sub>	Ue <sub>i</sub>	Re <sub>i</sub>	Pe <sub>i</sub>	Ue <sub>i</sub>	Re <sub>i</sub>
May.	0,00	0,16	0,16	1,01	0,004	1,02	5,25	0,07	5,32	12,70	0,71	14,96	0,00	0,002	0,002	0,00
Jun.	0,00	0,17	0,17	1,08	0,007	1,09	5,18	0,06	5,24	12,52	0,72	14,29	0,00	0,003	0,003	0,00
Jul.	0,44	0,18	0,62	1,24	0,006	1,25	4,58	0,05	4,63	12,70	0,83	12,22	0,00	0,003	0,003	0,00
Ago.	3,74	0,17	3,91	0,50	0,003	0,50	2,02	0,03	2,05	11,41	0,83	12,23	0,00	0,003	0,003	0,00
Sep.	0,00	0,14	0,14	1,02	0,002	1,02	5,18	0,03	5,21	11,41	0,73	12,13	0,06	0,003	0,067	0,00
Oct.	3,80	0,14	3,94	0,50	0,005	0,50	1,81	0,03	1,84	11,41	0,74	12,15	0,16	0,003	0,163	0,00
Nov.	0,41	0,12	0,54	0,51	0,007	0,52	5,18	0,03	5,21	11,41	0,65	12,05	0,16	0,003	0,159	0,00
Dic.	3,51	0,12	3,63	0,50	0,007	0,51	2,09	0,02	2,12	12,66	0,57	13,23	0,16	0,003	0,163	1,25
Ene.	3,78	0,12	3,90	0,50	0,007	0,51	1,83	0,03	1,86	16,85	0,61	16,74	0,16	0,003	0,163	4,73
Feb.	0,00	0,12	0,12	1,28	0,005	1,29	4,84	0,03	4,87	11,41	0,60	12,00	0,15	0,002	0,147	0,00
Mar.	2,65	0,13	2,78	0,50	0,003	0,50	2,95	0,04	3,00	16,14	0,73	16,86	0,16	0,002	0,162	4,73
Abr.	0,42	0,14	0,57	0,50	0,003	0,50	5,18	0,07	5,25	16,14	0,66	16,80	0,16	0,002	0,157	4,73
<b>Total</b>	<b>18,76</b>	<b>1,72</b>	<b>20,48</b>	<b>9,14</b>	<b>0,058</b>	<b>9,20</b>	<b>46,10</b>	<b>0,49</b>	<b>46,59</b>	<b>156,75</b>	<b>8,36</b>	<b>165,67</b>	<b>1,16</b>	<b>0,032</b>	<b>1,192</b>	<b>15,44</b>

La tabla 6 muestra un resumen de las entregas netas y los porcentos por periodo para la ciudad de Santiago de Cuba mediante los embalses del Sistema Noroeste. En cuanto a la entrega neta anual en el periodo húmedo (Mayo-Octubre) se entregan 37,58 hm<sup>3</sup>, el 41,48%, y en el periodo seco (Noviembre-Abril) se entregan 53,02 hm<sup>3</sup>, el 58,52 %. En esencia la regla de operación propuesta por el modelo HEC-ResPRM concibe el empleo constante de los embalses Gilbert y Charco Mono durante todo el año. En el periodo húmedo la entrega neta del embalse Gilbert es 24,03 hm<sup>3</sup>, el 63,94 %, seguido de Gota Blanca con 7,98 hm<sup>3</sup>, el 21,23 %, Charco Mono 5,35 hm<sup>3</sup>, el 14,23 % y Chalóns 0,22 hm<sup>3</sup>, el 0,58 %. Los embalses Gota Blanca, Gilbert y

CharcoMono entregan de conjunto 37,36 hm<sup>3</sup>, el 99,41 % del periodo. En el periodo seco la entrega neta del embalse Gilbert es 22,08 hm<sup>3</sup>, el 41,64 %, Gota Blanca 10,78 hm<sup>3</sup>, el 20,33 %, Charco Mono 3,79 hm<sup>3</sup>, el 7,15 % y Chalóns 0,94 hm<sup>3</sup>, el 1,77 %. Se utiliza el Trasvase Mogote para trasvasar desde el embalse Cespedes hacia el embalse Gilbert 15,44 hm<sup>3</sup>, el 29,12 % de la entrega neta del periodo. Los embalses Gota Blanca, Gilbert y Charco Mono entregan de conjunto 36,65 hm<sup>3</sup>, el 69,12 % de la entrega neta del periodo. Debido a la entrega neta anual, Gilbert es el embalse principal del Sistema Noroeste al entregar 46,10 hm<sup>3</sup>, el 50,88 %, seguido de Gota Blanca con 18,76 hm<sup>3</sup>, el 20,70 %, Cespedes 15,44 hm<sup>3</sup>, el 17,04 %, y Charco Mono 9,14 hm<sup>3</sup>, el 10,08 %.

**Tabla 6. Resumen de entregas netas por periodo de los embalses del Sistema Noroeste**

Embalse	Húmedo	Seco	Total	Húmedo	Seco	Total
	(hm <sup>3</sup> )	(hm <sup>3</sup> )	(hm <sup>3</sup> )	%	%	%
Gilbert	24,03	22,08	46,10	52,11	47,89	100
TrasvaseMogote	0,00	15,44	15,44	0,00	100,00	
Gota Blanca	7,98	10,78	18,76	42,54	57,46	
Charco Mono	5,35	3,79	9,14	58,55	41,45	
Chalóns	0,22	0,94	1,16	19,31	80,69	
<b>Total</b>	<b>37,58</b>	<b>53,02</b>	<b>90,61</b>	<b>41,48</b>	<b>58,52</b>	

La tabla 7 muestra las entregas, demandas, déficits e índice de satisfacción de la demanda para los cuatro usuarios del Sistema Noroeste. Aún cuando solamente se satisface completamente la demanda del usuario PCHE en los meses de Mayo y Julio y para el resto de usuarios el modelo HEC-ResPRM propone distribuir el déficit anual de los usuarios en pequeños déficits mensuales, se considera que el plan de entrega propuesto por dicho modelo es adecuado ya que con las entregas netas mensuales concebidas para los usuarios es posible obtener un índice de satisfacción de la demanda en los usuarios igual o superior al 90 %. Estos resultados evidencian que el plan de entregas propuesto por el modelo HEC-ResPRM cumple con la primera premisa de operación establecida para el Sistema Noroeste.

**Tabla 7. Resumen de entregas, demandas y déficits del los usuarios**

Meses	Potabilizadora El Cobre			Potabilizadora Quintero			Entregas Ruta			PCHE Céspedes.		
	D (hm <sup>3</sup> )	R (hm <sup>3</sup> )	Def. (hm <sup>3</sup> )	D (hm <sup>3</sup> )	R (hm <sup>3</sup> )	Def. (hm <sup>3</sup> )	D (hm <sup>3</sup> )	R (hm <sup>3</sup> )	Def. (hm <sup>3</sup> )	D (hm <sup>3</sup> )	R (hm <sup>3</sup> )	Def. (hm <sup>3</sup> )
May.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	12,70	0,00
Jun.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	12,52	0,18
Jul.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	12,70	0,00
Ago.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	11,41	1,29
Sep.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	11,41	1,29
Oct.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	11,41	1,29
Nov.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	11,41	1,29
Dic.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	11,41	1,29
Ene.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	12,12	0,58
Feb.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	11,41	1,29
Mar.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	11,41	1,29
Abr.	0,13	0,12	0,01	6,30	5,67	0,63	0,53	0,48	0,05	12,70	11,41	1,29
<b>Total</b>	<b>1,56</b>	<b>1,40</b>	<b>0,16</b>	<b>75,60</b>	<b>68,04</b>	<b>7,56</b>	<b>6,36</b>	<b>5,72</b>	<b>0,64</b>	<b>152,40</b>	<b>141,31</b>	<b>11,10</b>
SD (%)	----	----	90,0	----	----	90,0	----	----	90,0	----	----	93,0

Los embalses garantizan al conjunto de usuarios una entrega neta anual de 216,47 hm<sup>3</sup>/año. En las potabilizadoras El Cobre y Quintero se entregan 1,40 hm<sup>3</sup>/año y 68,04 hm<sup>3</sup>/año, respectivamente, al usuario Entregas Ruta 5,72 hm<sup>3</sup>/año y a la PCHE Céspedes 141,31 hm<sup>3</sup>/año. El déficit total anual en los usuarios asociados con la ciudad de Santiago de Cuba es de 8,36 hm<sup>3</sup>/año y para el Sistema Noroeste de 19,46 hm<sup>3</sup>/año.

### Resultados de la aplicación del modelo RK3

Para construir los gráficos de despacho de los embalses y determinar parámetros asociados con la regulación del escurrimiento, se construye para cada embalse un modelo en el sistema RK3. En dicho modelo se insertan las distribuciones mensuales de: la entrega neta mensual ( $Re_i$ ) de los embalses propuestas por el modelo HEC-ResPRM, la evaporación y los escurrimientos, estos últimos para probabilidades de 25 %, valor medio, 75 % y 95 % y datos físicos de los embalses. En la tabla 8 se muestra un resumen de los resultados de las corridas con el modelo RK3 para los métodos de Kritski-Menkel y simulación de 1000 años.

Acorde con los resultados brindados en la tabla 8, con respecto al método de Kritski-Menkel todos los embalses realizan una alta regulación debido al valor del coeficiente de regulación del escurrimiento ( $\alpha$ ). Otro aspecto a destacar es la fuerte componente hiperanual en los embalses Céspedes, Gilbert, Gota Blanca y Charco Mono reflejada en el valor de  $\beta h$  condicionando en estos embalses que la componente del volumen hiperanual ( $Vh$ ) sea superior a la componente del volumen anual ( $Va$ ). Esta situación no se ve reflejada en el embalse Chalóns donde la regulación tiene una fuerte componente anual. Esto es una consecuencia directa del coeficiente de variación ( $Cv$ ), la distribución mensual de la serie de escurrimientos mensuales y la entrega que realizan los embalses.

El sistema RK3 verifica la entrega anual de agua mediante una simulación mensual de 1000 años que implica la generación aleatoria de una serie de 12000 escurrimientos mensuales. El proceso de generación aleatoria se hace de forma iterativa hasta lograr una serie que satisfaga casi exactamente los parámetros hidrológicos establecidos en los datos, entiéndase  $Wm$  y  $Cv$ . Dicha serie permite analizar el comportamiento de la entrega considerando varios escenarios de escurrimientos, desde años húmedos hasta años extremadamente secos. En los resultados mostrados en la tabla 8 es de destacar los valores de las garantías de los embalses, que representa la cantidad de años por cada 100 en la cual el embalse satisface la entrega neta propuesta por el modelo HEC-ResPRM. En todos los embalses se alcanzan valores satisfactorios en la garantía de la entrega, el valor mínimo de la misma se corresponde con el embalse Gilbert con un 74,8 0%. Los déficits medios anuales de los embalses representan la diferencia entre la entrega planeada para los embalses, resultante del modelo HEC-ResPRM y la que realmente puede realizar el embalse. Los déficits anuales medios para los 1000 años de simulación se consideran bajos ya que su magnitud no es considerable para ningún embalse.

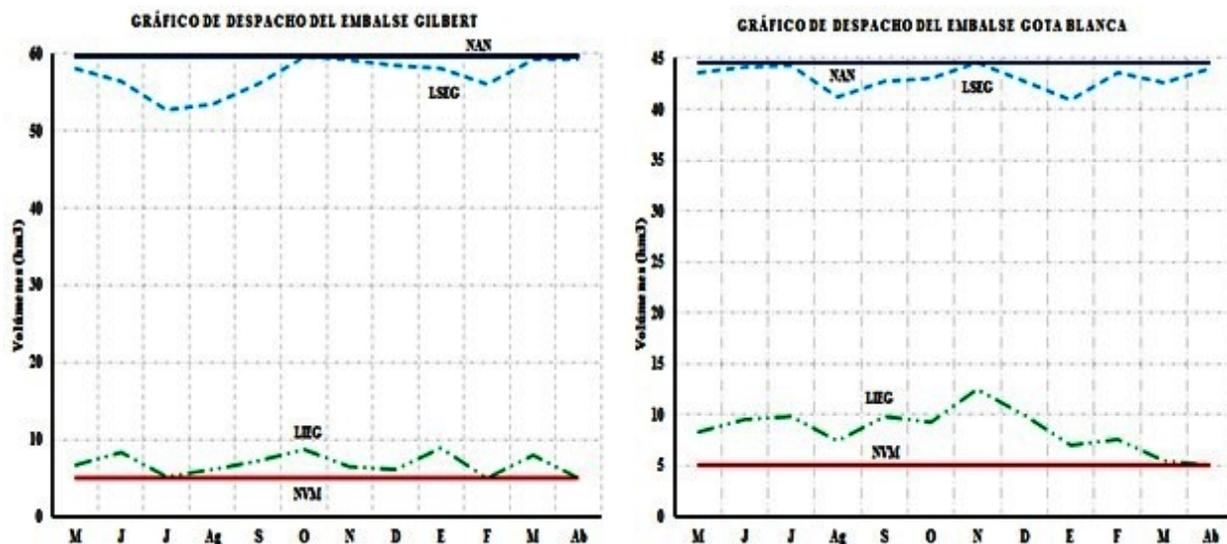
En las figuras 8 y 9 se observan los gráficos de despacho de los embalses Gilbert, Gota Blanca, Charco Mono y Chalóns. Se omite el embalse Céspedes ya que éste se utiliza además para la generación de energía eléctrica y en rigor su gráfico de despacho debe considerar este aspecto, lo que será tema de una posterior investigación. Los gráficos de despacho obtenidos pueden utilizarse, a falta de una solución más acabada, como una herramienta para realizar la operación conjunta de los embalses debido a que las entregas de cada embalse y su distribución son óptimas y minimizan el costo de la red de flujo conformada por el conjunto embalse - usuarios. Haciendo un uso correcto de estos gráficos, siempre que los volúmenes en los embalses

se encuentren entre las líneas guías de operación, es decir, la Línea Inferior de Entrega Garantizada (LIEG) y la Línea Superior de Entrega Garantizada (LSEG) se garantizarán las entregas propuestas por el modelo HEC-ResPRM, no existirán déficits en dicha entrega planeada ni tampoco vertimientos.

**Tabla 8. Resumen de parámetros de la regulación del escurrimiento de los embalses**

Método de Kritski - Menkel						
Parámetros	UM	Céspedes	Gilbert	Gota Blanca	Charco Mono	Chalóns
$\alpha$	adim	0,80	0,96	0,80	0,60	0,57
$\beta a$	adim	0,18	0,16	0,38	0,16	0,28
$\beta h$	adim	0,36	0,92	1,46	0,07	0,10
$\beta u$	adim	0,54	1,08	1,84	0,23	0,38
$Va$	hm <sup>3</sup>	50,36	8.064	8,19	2,89	0,69
$Vh$	hm <sup>3</sup>	104,24	46.368	31,45	1,24	0,25
$P$	hm <sup>3</sup> /año	24,42	3,33	2,01	0,34	0,09
$R$	hm <sup>3</sup> /año	203,58	44,96	19,53	10,29	1,31
$U$	hm <sup>3</sup> /año	228,00	48,29	21,54	10,63	1,40
Simulación de 1000 años						
$Wm$	hm <sup>3</sup> /año	285,00	50,40	21,54	17,70	2,47
$Cv$	adim	0,57	0,57	0,65	0,61	0,69
$R$	hm <sup>3</sup> /año	156,75	46,10	18,76	9,14	1,16
$g$	%	94,80	74,80	83,70	82,80	86,70
$Def-e$	hm <sup>3</sup> /año	1,89	3,45	1,21	0,35	0,04
$Vto$	hm <sup>3</sup> /año	102,32	4,88	1,72	8,52	1,27
$P$	hm <sup>3</sup> /año	27,74	2,90	2,28	0,38	0,09

$\alpha$ : coeficiente de regulación del escurrimiento,  $\beta a$ : capacidad relativa anual del embalse,  $\beta h$ : capacidad relativa hiperanual del embalse,  $\beta u$ : capacidad útil del embalse,  $Va$ : componente anual de la capacidad útil del embalse,  $Vh$ : componente hiperanual de la capacidad útil del embalse,  $P$ : Pérdida anual de agua de los embalses,  $R$ : entrega neta anual,  $U$ : entrega bruta anual,  $Wm$ : Escurrecimiento medio anual,  $Cv$ : coeficiente de variación de la serie de escurrimiento,  $g$ : garantía anual de la entrega,  $Def-e$ : Déficit anual en la entrega de los embalses,  $Vto$ : Vertimiento medio anual.



**Figura 8. Gráficos de despacho de los embalses Gilbert y Gota Blanca**

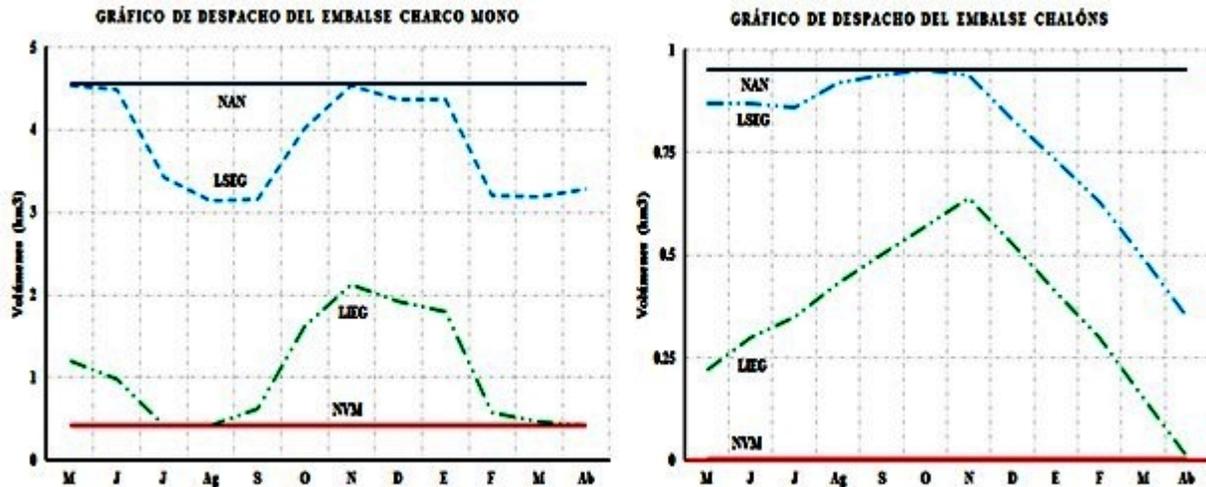


Figura 9. Gráficos de despacho de los embalses Charco Mono y Chalóns

## CONCLUSIONES

- Se establece una política de operación óptima para el Sistema Noroeste de la ciudad de Santiago de Cuba a partir de los modelos HEC-ResPRM y RK3. Dicha política concibe un plan de entrega que minimiza el costo total de flujos y almacenamientos en los embalses y usuarios. Se establecen reglas de operación mediante gráficos de despacho que pueden utilizarse como herramienta preliminar para la operación conjunta de los embalses.
- El plan de entregas mensuales óptimas de agua desde los embalses para el año hidrológico 2015-2016, incentiva el empleo de los embalses que entregan por gravedad a la ciudad de Santiago de Cuba y mediante una entrega mensual constante satisface como mínimo el 90 % de la demanda anual de agua de todos los usuarios.
- El plan de entrega de agua propuesto por el modelo HEC-ResPRM concibe que los embalses del Sistema Noroeste realicen una entrega neta anual de 90,61 hm<sup>3</sup>/año a los usuarios de la ciudad de Santiago de Cuba, entregándose en el periodo humedo 37,59 hm<sup>3</sup>, el 41,48 % y en el periodo seco 53,02 hm<sup>3</sup>, el 58,02 % restante. Define a Gilbert como embalse principal al aportar 40,16 hm<sup>3</sup>/año, el 50,88 % de la entrega neta anual.
- La aplicación del modelo RK3 crea gráficos de despacho preliminares de operación conjunta de los embalses que abastecen directamente a los usuarios de la ciudad. Dichos gráficos de despacho contienen las LIEG y LSEG, las que regulan la operación en tiempo real de modo que mientras los embalses tengan un llenado entre dichas líneas se garantizan las entregas propuestas por el modelo HEC-ResPRM.
- Al analizar los resultados de los parámetros de la regulación del escurrimiento brindados por el modelo RK3 mediante los métodos de Kritski-Menkel y la simulación de 1000 años se evidencia que los embalses realizan una alta regulación del escurrimiento dado el valor del coeficiente de regulación ( $\alpha$ ). También se refleja una fuerte hiperanualidad en los embalses Gilbert, Céspedes y Gota Blanca dados los valores de  $\beta h$  y  $Vh$ , los cuales son muy superiores a sus respectivos  $\beta a$  y  $Va$ . En los embalses Charco Mono y Chalóns predomina la regulación anual dado que los valores de  $\beta a$  y  $Va$  son muy superiores a sus respectivos  $\beta h$  y  $Vh$ . Mediante el método de simulación se comprueba que todos los embalses satisfacen la entrega planeada con una garantía superior al 75%, evidenciando la alta posibilidad de estos embalses de satisfacer la entrega propuesta por el modelo HEC-ResPRM.

## REFERENCIAS

- Anghileri D., Castelletti A., Pianosi F., Soncini-Sessa R. and Weber E.** (2013). "Optimizing watershed management by coordinated operation of storing facilities." *Journal of Water Resource Planning and Management*, vol. 139, no.6, pp. 492-500, ISSN 0733-9496, American Society of Civil Engineers (ASCE), USA.
- Carl B.** (2003). "HEC-PRM, Prescriptive Reservoir Model", Institute for Water Resources, Hydrologic Engineering Center (HEC), US Army Corps of Engineers, User's Manual, Davis, California, USA.
- Chandramouli V., Kuppusamy K. A. and Manikandan K.** (2002). "Study on water sharing in a multi-reservoir system using a dynamic programming–neural network model". *Water Resources Development*, vol. 18, no. 3, pp. 425-438, ISSN: 0790-0627, Carfax Publishing Company, Taylor and Francis, USA.
- Hayes R., Burnham M. and Ford D.** (1993). "Application of the HEC prescriptive reservoir model in the Columbia river system". TP-146. Hydrologic Engineering Center (HEC), US Army Corps of Engineers, Sacramento, California, USA.
- Hsu N. S. and Cheng K. W.** (2002). "Network flow optimization model for basin-scale water supply planning". *Journal of Water Resource Planning and Management*, vol. 128, no. 2, pp. 102-112, ISSN 0733-9496, ASCE, USA.
- Kangrang A. and Chaleeraktragoon C.** (2008). "Suitable conditions of reservoir simulation for searching rule curves". *Journal of Applied Sciences*, vol. 8, no.7, pp. 1274-1279, ISSN 1812-5654, Asian Network for Scientific Information, India.
- Labadie J. W.** (2004). "Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review". *Journal of Water Resource Planning and Management*, vol. 130, no. 2, pp. 93-111, ISSN 0733-9496, ASCE, USA.
- Martínez J. B.** (2001). "Compendio de temas sobre diseño y operación de embalses". Monografía, Centro de Investigaciones Hidráulicas (CIH), Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae), Habana.
- Martínez, J. B.** (2002). "Manual de usuario del sistema RK3", Centro de Investigaciones Hidráulicas, Facultad de Ingeniería Civil, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (Cujae), La Habana, Cuba.
- O'Connell S. and Harou J.** (2011). "HEC-PRM, Prescriptive Reservoir Model", Institute for Water Resources, Hydrologic Engineering Center (HEC), US Army Corps, Quick Start Guide, Davis, California, USA.
- Teixeira A. S. and Mariño M. A.** (2002). "Coupled reservoir operation-irrigation scheduling by dynamic programming". *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol 128, no. 2, pp. 63-73. ISSN 0733-9437, ASCE, USA.
- Yeh W. W-G.** (1985). "Reservoir management and operations models: a state-of-the-art review". *Water Resources Research*, vol 21, no 12, pp. 1797-1818, ISSN 0043-1397, American Geophysical Union, USA.