Referencia Pedagógica año: 2024 Número: 3 ISSN: 2308-3042

Alternativa para la enseñanza del tema "Series y sus Aplicaciones" en Ingeniería Eléctrica

Alternative for teaching "Series and their Applications" in Electrical Engineering

Annel Sanchez Cobas[1]. Juan Carlos Suárez López[2]. Isidro Luis Alemán Romero[3]. Sergio Dabriel Mendinueta Noda[4]

[1-4] Centro de Estudios de Matemática para la Ingeniería y las Ciencias, CEMAT. Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba.

[1]Correo: annel@icb.cujae.edu.cu

ORCID https://orcid.org/0009-0004-1144-3840

[2] Correo: jc@icb.cujae.edu.cu

ORCID https://orcid.org/0009-0003-0229-7688

[3] Correo: ialeman@icb.cujae.edu.cu

ORCID https://orcid.org/0009-0003-8498-1351

[4] Correo: sergiodme@automatica.cujae.edu.cu

ORCID https://orcid.org/0009-0004-7527-4740

Recibido: 19 de abril de 2024 Aceptado: 7 de julio de 2024

Resumen

La educación superior cubana necesita una nueva visión en la interacción entre estudiantes, profesores y el uso de asistentes matemáticos en la resolución de problemas, exigiendo la creación de nuevos modelos de enseñanza-aprendizaje, nuevos procedimientos y estrategias de búsqueda, organización, procesamiento y utilización de información. La asimilación del tema de Series de la asignatura Matemática III históricamente ha presentado muchas dificultades por parte de los estudiantes, provocado por la insuficiencia en los conocimientos previos y el tratamiento propio de la temática. Lo anterior conlleva a una revisión en la forma de impartición del contenido, las fuentes bibliográficas y potenciar el empleo de asistentes matemáticos.

El presente artículo es el resultado de la experiencia profesional y del análisis de los autores, que ha permitido proponer una nueva estructura para el estudio y evaluación del mismo dentro de la asignatura Matemática III en el plan de estudio E para la carrera de Ingeniería Eléctrica, con la finalidad lograr un mejor aprovechamiento y una mayor motivación de los estudiantes.

Palabras clave: series, modelación, ecuaciones, enseñanza de la matemática, funciones matemáticas, perfeccionamiento.

Abstract

Cuban higher education needs a new vision in the interaction between students, teachers and the use of mathematical assistants in problem solving, demanding the creation of new teaching and learning models, new procedures and strategies for searching, organizing, processing and using information. The assimilation of the Series subject of Mathematics III has historically presented many difficulties on the part of the students, caused by the insufficiency of their previous knowledge and their own treatment of the subject. This leads to a revision of the way of teaching the content, the bibliographic sources and the use of mathematical assistants. This article is the result of the professional experience and analysis of the authors, which has allowed proposing a new structure for the study and evaluation of the same within the subject Mathematics III in the study plan E for the Electrical Engineering career, in order to achieve a better use and greater motivation of the students.

Keywords: series, modeling, equations, mathematics teaching, mathematical functions, improvement.

Introducción

Los cambios vertiginosos que tienen lugar en el conocimiento científico, exigen a la educación superior cubana nuevos retos y mayores niveles de complejidad para la preparación del individuo, donde se requiere de diversas modificaciones en su calidad como fuente permanente de formación y perfeccionamiento.

Por otra parte, Fonseca y Alfaro [1] manifiestan la utilidad de utilizar la modelización, la resolución de problemas y las herramientas tecnológicas como estrategias de aprendizaje. Igualmente, para Villena y Rivas [2] resulta pertinente dominar los procedimientos de cálculo y aplicarlos a la solución de problemas.

Por lo tanto, se requiere que el contenido de la enseñanza reflejado en los programas de estudio asegure un adecuado nivel de información sobre el objeto de la ciencia que se enseña y que propicie un máximo de actividad intelectual y práctica del alumno ha sido un problema permanente cuya solución ha ido desde la sobrecarga de los contenidos teóricos hasta el excesivo practicismo.

Los problemas que han presentado los estudiantes de segundo año de la carrera de Ingeniería Eléctrica, son un reflejo de las dificultades existentes desde hace varios años, en cuanto a: tecnicismo algebraico, trabajo con sucesiones y series de números reales, la articulación entre el proceso de derivación e integración de funciones en una variable real, lo cual incide de forma relevante en la enseñanza de la matemática superior, ya que se necesita de un dominio adecuado de los conocimientos y habilidades precedentes para poder afrontar con éxito los nuevos contenidos.

El presente artículo propone una nueva estructura para abordar el trabajo con las series y las aplicaciones concebidas en el programa para los estudiantes de pregrado ajustado al nuevo plan de estudio E, llevado a cabo tanto en las carreras de Ingeniería de la propia Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría como en cualquier universidad cubana que contenga dichos temas en su plan de la disciplina Matemática Superior.

Desarrollo

Uno de los requisitos en la formación de los estudiantes de educación básica y universitaria es el área de matemáticas; pero a pesar de todos los esfuerzos que realizan las instituciones educativas, la enseñanza de esta área todavía sigue siendo un problema mundial [3, 4].

A decir de Lozano [5].

Históricamente, la Matemática ha sido una de las asignaturas del currículo en la que los estudiantes presentan más bajo rendimiento académico y en la cual se presenta más apatía y falta de gusto, lo que conlleva a obtener niveles muy bajos de desempeño.

Estas afirmaciones están basadas, entre otros aspectos, en los resultados que obtienen los estudiantes al presentarse a diferentes tipos de exámenes, pero más que analizar estos efectos ha valido la pena profundizar en las causas que los provocan. Es por esto que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática ha sido objeto de numerosas investigaciones. Variadas también han sido las soluciones a las problemáticas detectadas. Sin embargo, en el siglo XXI se muestra, como una alternativa de solución, una tendencia a incorporar las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) a este proceso [3].

Materiales y métodos

Se emplearon métodos del nivel teórico como el analítico-sintético y el histórico-lógico. Del nivel empírico se empleó la revisión de documentos.

Analítico-sintético: se utilizó en el análisis del contenido de las fuentes bibliográficas relacionadas con el aprendizaje de los estudiantes en los contenidos de Series y sus aplicaciones, a partir del empleo de dispositivos móviles como mediadores didácticos para el trabajo con diferentes asistentes, para expresar la esencia del mismo que será referencial para elaborar el procedimiento metodológico. También se utilizó para identificar las regularidades del diagnóstico.

Histórico-lógico: se usó para la valoración de cómo se ha comportado el aprendizaje de los estudiantes en los contenidos de estadística a partir del empleo de dispositivos móviles como mediadores didácticos para el trabajo con diferentes aplicaciones, según criterios de diferentes autores e investigadores del tema objeto de estudio.

Se revisaron documentos, que permitieron profundizar en la fundamentación del tema y se desarrollaron sistemas de clases, orientaciones metodológicas, programas de las asignaturas, tesis de maestrías y doctorados.

Diseño Curricular y Modificaciones

La educación matemática presenta tres ámbitos de actuación [6]:

- Educación matemática como conjunto de conocimientos: Conocimiento matemático como objeto de enseñanza-aprendizaje, diseño, desarrollo y evaluación del currículo de Matemáticas.

- Educación matemática como actividad social: Conocimiento profesional y formación del profesor de Matemáticas.
- Educación matemática como disciplina científica: Didáctica de la Matemática.

Es decir que cuando se habla de educación matemática se hace referencia a un objeto matemático de estudio, a un profesional dedicado socialmente a la formación matemática y a una ciencia que le ofrece las herramientas necesarias para que el docente resuelva los problemas que se le presentan en el aula de clase [6]

En este sentido, la didáctica de la matemática es la ciencia que se ocupa de estudiar e investigar los problemas de la educación matemática, y proponer marcos explicativos para su resolución. Indaga metódica y sistemáticamente los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, y los planes de formación de los educadores matemáticos. Tiene como objeto delimitar y estudiar los problemas que surgen durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático junto con su propia fundamentación teórica.[6]

A continuación se muestra la distribución de los temas de la asignatura Matemática III en la cual se imparte el contenido referido a las Series y sus aplicaciones:

Series Numéricas, Series de Funciones y Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales: 42 horas

Ecuaciones Diferenciales: 30 horas

Aplicaciones Lineales y Diagonalización de Endomorfismos: 8 horas

De las 80 horas que tiene la asignatura, se trabaja con la temática Series de Fourier y las aplicaciones que se evidencian en la asignatura Matemática III, para un total de 18 horas, aunque para ello es necesario crear un primer tema denominado: Series Numéricas, Series de Funciones y Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales que cuenta con un total de 42 horas.

Los objetivos generales referentes al tema de Series y Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales:

- Discutir los conceptos de sucesión, sucesión creciente y decreciente, sucesión acotada, límite de una sucesión, sucesión convergente o divergente y sucesión de Cauchy. Definir la condición necesaria y suficiente para que una sucesión converja.

- Determinar el término general de una sucesión, dados los primeros términos de la misma en casos sencillos, clasificación de una sucesión, límite de una sucesión conocido su término general y si una sucesión dada es convergente o divergente.
- Describir los conceptos de: serie, serie convergente o divergente, suma de una serie convergente. Deducir la condición necesaria para la convergencia de una serie.
- Determinar el carácter de una serie a partir del límite de sucesión de sumas parciales, aplicando el criterio del término general, usando los criterios de comparación, además del cociente, la raíz y la integral.
- Describir las características de las series armónica, hiperarmónica de orden p y geométrica y enunciar los teoremas de linealidad y de adición y supresión de términos en una serie y calcular suma de una serie geométrica.
- Describir los conceptos de series de signos alternos, series absoluta o condicionalmente convergente. Enunciar los teoremas de la convergencia absoluta y el de Leibniz para series de signos alternos.
- Describir los conceptos de series de potencias, radio, intervalo y dominio de convergencia de una serie de potencias y función suma de la misma.
- Describir el método para determinar el intervalo de convergencia de una serie de potencias aplicando los criterios del cociente y la raíz.
- Determinar si una serie dada es de potencias partiendo de la definición y el intervalo de convergencia de una serie de potencias, aplicando el método anterior.
- Enunciar las propiedades de las funciones definidas mediante series de potencias y la relación que existe entre los intervalos de convergencia de una serie de potencias y la obtenida por derivación.
- Aplicar las propiedades de derivación e integración término a término de las series de potencias para obtener otras series.
- Enunciar el teorema de la unicidad para funciones definidas por series de potenciar y las principales operaciones con series de potencias: suma, resta, producto y composición de desarrollos.
- Obtener las series de Taylor y Maclaurin generadas por diferentes funciones calculando los coeficientes, así como obtener la representación en series de

potencias de nuevas funciones a partir de los desarrollos conocidos y las propiedades y operaciones con series de potencias.

- Enunciar las condiciones que debe cumplir una función para que la serie de Taylor engendrada por ella converja hacia la propia función.
- Determinar una cota del error que se comete al estimar la suma de una serie convergente por la suma de un número finito de términos y el menor número de términos para lograr que el error cometido sea menor que una cota prefijada, aplicando la fórmula del error y la regla de Leibniz.
- Determinar dada la cota del error y el número de términos, el intervalo donde es válida una fórmula aproximada dada.
- Describir, definir y formular los conceptos de serie trigonométrica de Fourier y de coeficientes de Fourier en una función.
- Enunciar e interpretar las condiciones de Dirichlet así como el teorema que establece la convergencia de una serie Trigonométrica de Fourier.
- Describir las características del desarrollo de Fourier para funciones pares e impares y formular las modificaciones a las fórmulas de los coeficientes de Fourier para este tipo de funciones.
- Determinar el desarrollo trigonométrico de Fourier de una función definida en un intervalo. Enunciar el concepto de medio recorrido.
- Determinar el desarrollo de Fourier de funciones definidas para $x > 0$ ó $\mathrm{x} < 0$.
- Aplicar derivación e integración término a término de Series de Fourier.
- Enunciar el concepto de ecuación diferencial, ecuación diferencial en derivadas parciales, las nociones de orden, grado y solución de una ecuación diferencial en derivadas parciales y la noción de condiciones iniciales y de frontera.
- Describir las principales ecuaciones de la Física-Matemática y el método de solución de una ecuación diferencial en derivadas parciales, sujeta a condiciones iniciales y de frontera, por el método de separación de variables.
- Enunciar el principio de superposición generalizado y aplicarlo en la solución de un problema con condiciones iniciales y de frontera para obtener formalmente una solución en forma de serie.

La matemática es considerada como base fundamental de la formación de un individuo, pues está presente en las diferentes actividades y acciones que realiza el ser humano en cualquier esfera de su vida. En el ámbito educativo la matemática además de aportar los conocimientos necesarios para poder desempeñarse en la sociedad en que vive, brinda a los estudiantes actitudes y valores que permiten guiar su vida a partir de razonamientos lógicos y coherentes en la búsqueda creativa de resultados a los diferentes problemas a los que debe enfrentarse.

Bajo estas condiciones, surge la necesidad social de estructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, de manera tal que permita contribuir a la educación general de los estudiantes, al desarrollo de sus capacidades mentales y a la adquisición de conocimientos, habilidades, hábitos, cualidades, convicciones y actitudes que constituyen la base y aporte esencial de la formación.

Como seguidores de esta práctica autores como Alvites [4], Lozano [5], Arroyo y Yánez [7], George [8] han profundizado en las potencialidades que poseen las TIC al ser utilizadas en las clases de Matemática. Citado por [3]

Otros investigadores entre los que se encuentran: Sánchez [9], Zenteno [10] y Sánchez , Pérez y Remedios [11] en sus estudios, han descrito cómo han desarrollado el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta ciencia con el empleo de software educativos o asistentes matemáticos. Citado por [3]

Todos los autores citados anteriormente, de una forma u otra, han hecho referencia a las principales dificultades que, de manera particular, se le han presentado en su proceso investigativo. Sin embargo, en el caso de los estudios revisados, fundamentalmente en el ámbito cubano, de manera coincidente no se han identificado cuáles son los principales desafíos a los que se enfrentan los docentes al emplear las TIC en la enseñanza de las matemáticas [3]. Por tal razón es objetivo de este artículo rediseñar el sistema de evaluación del tema Series y sus aplicaciones vinculando el mismo con el empleo de las TIC en la enseñanza de las matemáticas.

Por tanto, se hace necesario plantearse retos en la enseñanza de este tema para que el estudiante pueda asimilarlo correctamente, alcanzar los objetivos propuestos y desarrollar las habilidades que se plantean con el estudio del mismo. A continuación, se enumeran algunas cuestiones que a juicio de los autores deben ser atendidos, además se proponen modificaciones en el sistema evaluativo de la asignatura Matemática III donde se encuentra enmarcado este tema:

1 – Elaborar materiales didácticos que le permitan a los estudiantes reactivar de forma independiente, los contenidos necesarios para poder enfrentar el estudio del tema como son: análisis de la monotonía de una función de variable real, desigualdades, factorial de un número natural, módulo y sus propiedades, cálculo de

límites, derivada y reglas de derivación, integral (definida, indefinida e impropia) y fórmulas de integración, Teorema fundamental del Cálculo, Teorema de valor medio, Fórmula de Taylor con resto, funciones continuas y discontinuas, gráfica de funciones, derivadas parciales, resolución de ecuaciones diferenciales de variables separables y de orden superior (2do orden), método de valores propios y vectores propios.

2 – Mayor uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones, en aras de potenciar la motivación y la autonomía del estudiante.

3 – Vínculo del tema con contenidos relacionados con el perfil profesional.

4 – Fortalecer el trabajo metodológico colectivo de los profesores de la asignatura Matemática III.

5 –Lograr una mejor interrelación entre los contenidos, que no es posible lograr plenamente con la bibliografía actual. Además, se deben aportar nuevos ejercicios que potencien el análisis e interpretación de los contenidos, llevando a los estudiantes al nivel aplicativo, en lugar de ejercicios de tipo reproductivo, permitiendo prepararlos para futuras asignaturas que requieren de estos contenidos en el estudio de su carrera.

Sistema de Evaluación

A partir de lo anteriormente expuesto se propone que el sistema de evaluación de este tema tenga las siguientes modificaciones:

Las temáticas: Series Numéricas, Series de Potencias y Series de Fourier tengan 1 pregunta escrita cada una, para un total de 3, más 1 seminario, y la temática Ecuaciones Diferenciales en Derivadas parciales 1 pregunta escrita. Al concluir el tema se realizará una prueba parcial, donde se evalúen contenidos que no fueron concebidos en las evaluaciones sistemáticas, permitiendo así poder comprobar la mayor cantidad de contenidos impartidos en dicho tema. Para dicha propuesta se muestra un ejemplar de ejercicios tipos tenidos en cuenta para el sistema de evaluación del tema Series y sus Aplicaciones:

Ejemplos de ejercicios:

1. Sea $\{u_n\}$ una sucesión numérica de términos positivos estrictamente decreciente y la serie numérica correspondiente $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ satisface la condición necesaria de convergencia. Determine el carácter de $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n$ en el caso en que el área bajo la curva $y = f(x)$ en el intervalo $[1,\infty)$ no es finita ($f(x)$ positiva, continua y estrictamente decreciente en $\Re$ y $f(n) = u_n$).

2. Sea $g(x) = \sum_{n\geq 0} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)^2 4^n} x^{2n}$. Determine:

a) el dominio de convergencia de la serie dada

b) el desarrollo de $f(x) = \int_0^x x \ (x^2) d$, y un valor aproximado de $f(b)$ con error absoluto menor que una centésima, siendo b un valor por usted. seleccionado.

3. Seleccione la respuesta correcta en cada caso justificando su decisión:

Sea $F_p(x)$ la extensión periódica de una prolongación impar a un intervalo de amplitud 2π de la función $f(x) = \begin{cases} -x \ p & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x - \pi \ p & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases}$. Entonces $\forall x \in \Re$ se tiene que:

__ $F_p(x) = -\frac{4}{\pi} \sum_{n\geq 1} \frac{c \ \left(\frac{n}{2}\right)}{n^2} s \ \ (n \ )$

__ $F_p(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n\geq 1} \frac{s \ \left(\frac{n}{2}\right)}{n^2} c \ \ (n \ )$

__ $F_p(x) = -\frac{4}{\pi} \sum_{n\geq 1} \frac{s \ \left(\frac{n}{2}\right)}{n^2} s \ \ (n \ )$

Pregunta Escrita #4

Pregunta 1: La distribución de temperatura en una varilla homogénea de cobre delgada de 10 cm de longitud está inicialmente dada por la función $f(x) = 0{,}1(100x - x^3)$. Si ambos extremos se mantienen a una temperatura de $30℃$ y la constante de difusividad térmica es $a^2 = 1$. Plantee el modelo matemático que permita calcular la temperatura en cualquier punto de la varilla en cualquier instante t.

Pregunta 2

Una cuerda perfectamente tensada de 2 m de longitud con extremos fijos, está en una posición inicial dada por $f(x) = 3\text{sen}(4\pi \ ) - \frac{2}{5}\text{sen}\left(\frac{n}{2}\right)$. La velocidad de la onda en el medio es de 4m/s. Si ella es liberada del reposo desde esta posición, complete los espacios en blancos que faltan en la solución de este problema para determinar el desplazamiento vertical $y(x,t)$de la cuerda vibratoria.

Solución:

Modelo matemático:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \\ y(0,t) = y(2,t) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial}(x,0) = 0 \\ y(x,0) = 3\text{sen}(4\pi \ ) - \frac{2}{5}\text{sen}\left(\frac{11\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Paso 1: Buscar la solución en forma separada, sustituir y separar variables (Método de Fourier):

$$y(x,t) = M(x)N(t) \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = M(x)N''(t)\ , \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M''(x)N(t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Rightarrow M(x)N''(t) = 16M''(x)N(t) \Rightarrow \frac{N''(t)}{16N(t)} = \frac{M''(x)}{M(x)}$$

Esta última igualdad solo se puede dar, debido a la independencia de los valores de x y t, si son iguales a una constante (constante de separación). Debido a que se trata de un problema de cuerda vibrante con condiciones de frontera nulas, se obtienen soluciones del problema planteado en el caso de ser la contante de separación negativa, por tanto:

$$\frac{N''(t)}{16N(t)} = \frac{M''(x)}{M(x)} = -\lambda^2\ (\lambda > 0)$$

Paso 2: Resolver las EDO que se obtienen de la separación y ajustar condiciones homogéneas:

$$\frac{N''(t)}{16N(t)} = -\lambda^2 \qquad\qquad \frac{M''(x)}{M(x)} = -\lambda^2$$

$$N''(t) + 16\lambda^2 N(t) = 0 \qquad\qquad M''(x) + \lambda^2 M(x) = 0$$

$$N(t) = A\cos(4\lambda\ ) + B\text{sen}(4\lambda\ ) \qquad\qquad M(x) = C\cos(\lambda\ ) + D\text{sen}(\lambda\ )$$

$$y(0,t) = 0 \Rightarrow M(0)N(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} M(0) = 0 \Rightarrow \underline{\qquad\quad} \Rightarrow M(x) = \underline{\qquad\qquad\qquad} \\ N(t) = 0\ \text{(no es posible)} \end{cases}$$

$$y(2,0) = 0 \Rightarrow M(2)N(t) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M(2) = 0 \Rightarrow D\text{sen}(2\lambda) = 0 \Rightarrow \begin{cases} D = 0\ \text{(no es posible)} \\ \text{sen}(2\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda = \underline{\qquad\quad}\ , n = 1,2,\ldots \end{cases} \\ N(t) = 0\ \text{(no es posible)} \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial}(x,0) = 0 \Rightarrow M(x)N'(0) = 0 \Rightarrow \begin{cases} M(x) = 0\ \text{(no es posible)} \\ N'(0) = 0 \end{cases}$$

$$N'(t) = -4\lambda\ \ \text{sen}(4\lambda\ ) + 4\lambda\ \ \cos(4\lambda\ ) \Rightarrow N'(0) = 4\lambda$$

$$N'(0) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0\ \text{(no es posible, pues } \lambda > 0) \\ B = 0 \Rightarrow N(t) = \underline{\qquad\qquad\qquad} \end{cases}$$

Por lo tanto, este caso aporta las soluciones

$$\left.\begin{matrix} M_n(x) = D_n\text{sen}\left(\frac{n}{2}\right)\ , n = 1,2,\ldots \\ N_n(t) = A_n\cos(2n\quad)\ , n = 1,2,\ldots \end{matrix}\right\} \Rightarrow y_n(x,t) = M_n(x)N_n(t) = \underbrace{D_n A_n}_{E_n}\text{sen}\left(\frac{n}{2}\right)\cos(2n\quad)\ , n = 1,2,\ldots$$

Paso 3: Aplicar, de ser posible, el principio de superposición:

Aplicando el principio de superposición generalizado con las soluciones obtenidas, se tiene que:

$$y(x,t) = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

Paso 4: Ajustar condición no homogénea.

De la condición $y(x,0) = 3\operatorname{sen}(4\pi\ ) - \frac{2}{5}\operatorname{sen}\left(\frac{11\pi}{2}\right)$, se obtiene

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}\left(\frac{n}{2}\right) = 3\operatorname{sen}(4\pi\ ) - \frac{2}{5}\operatorname{sen}\left(\frac{11\pi}{2}\right)$$

Y de esta igualdad, los coeficientes b_n para todo $n \geq 1$ son ___________________________.

Luego, la solución del para este problema es $y(x,t) =$ ____________________

5. Dada la función $f(x) = \begin{cases} x+2\,, 0 < x < 1 \\ 2x-1\,, 1 < x < 2 \end{cases}$, plantear las integrales necesarias para el cálculo de los coeficientes de desarrollos de Fourier(en los casos que sean posible) que representen a la función f(x) donde está definida con las características siguientes:
   a) Periodo T = 1
   b) Cosenos con periodo T = 3
   c) Con periodo T = 10
   d) Con periodo T = 3 y que converja a 1 en x = 0.

   En cada caso posible además escriba las expresiones analíticas de las prolongaciones y/o extensiones periódicas realizadas y dibuje la gráfica del desarrollo en el intervalo [-5,5].

6. Dada las sucesiones: $(a_n)_{n=2}^{\infty} = \frac{3^{n-2}}{n^n}$ y $(b_n)_{n=2}^{\infty} = \sqrt{\frac{1}{(a_n)_{n=2}^{\infty}}}$
   a) Analice la convergencia de la serie $\sum_{n=2}^{\infty}(a_n)$. Justifique su respuesta.
   b) Diga si después de reordenar los términos de la serie $\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n a_n$, es posible que la serie obtenida cambie su carácter. Justifique su respuesta.
   c) Analice la convergencia de la serie $\sum_{n=2}^{\infty} b_n$. Justifique su respuesta.
   d) Si conoces que $(c_1 + c_2 + \cdots + c_n) = \frac{\sqrt{2n^2+n}}{1+3n}$. Diga si la serie $\sum_{n=1}^{\infty}[(c_n) + 7^{-n}]$ tiene suma. Justifique su respuesta.

Conclusiones

La enseñanza del tema Series y sus aplicaciones en este nuevo contexto impone a los docentes retos, para que contribuyan a que el estudiante de ingeniería desarrolle un pensamiento productivo, creador y científico.

Es de suma importancia que los profesores presten atención a los contenidos declarados en el programa de la asignatura y muy especialmente a los objetivos que se persiguen y a las habilidades para el estudio que se pretenden desarrollar.

Esta adecuación que se propone desde la experiencia profesional de los autores sirve de base para la estructuración didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en la modalidad del curso regular, la cual puede ser extendida con ciertas modificaciones a la modalidad semipresencial debido a que los objetivos, contenidos y habilidades a desarrollar son los mismos marcando la diferencia solamente la cantidad de las horas clases distribuidas para este tema de acuerdo al tipo de curso.

Esta nueva estructura que se propone permite mayor interrelación entre los contenidos, a su vez un mejor aprovechamiento, permite más acercar a los estudiantes a los ejercicios de nivel aplicativo y menos reproductivo que en cierta medida la bibliografía actual determinada para ellos no permite aumentar el uso de ejercicios en esta dirección.

Divulgar entre los docentes que desarrollan su función educativa en esta materia y en las modalidades presencial y semipresencial respectivamente con la intención de aplicar esta nueva propuesta de evaluación en este tema ajustado a las características de sus estudiantes y las particularidades del perfil ingenieril en el que se desarrolla dicho tema, generalizándola al resto de las carreras de ingeniería

Referencias bibliográficas

1. Fonseca CJL y Alfaro CCR. El cálculo diferencial e integral en una variable en la formación inicial de docentes de matemática en Costa Rica. Revista Educación [Internet]. 2018, 42(2): 1-22. Disponible en: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/educacion/article/view/25844
2. Villena MM y Rivas MN. Impacto del uso de la tecnología en el proceso de enseñanza- aprendizaje del cálculo integral. Revista Conrado [Internet]. 2019, 15(68): 297-307. Disponible en: https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1028Villenas
3. Bendoiro I y Díaz K. Retos de la Didáctica de la Matemática con el empleo de las tecnologías. Revista Atenas [Internet]. 2024; 24(67):10–17. Disponible en: https://revistavarela.uclv.edu.cu/index.php/rv/article/view/1671
4. Alvites C. Herramientas TIC en el aprendizaje en el área de Matemática: Caso Escuela PopUp, Piura-Perú. Hamut´ay [Internet]. 2017, 4(1): 18-30. Disponible en: http://dx.doi.org/10.21503/hamu.v4i1.1393
5. Lozano S. TIC y el aprendizaje de matemáticas: caso en educación media. Revista Internacional de Tecnologías Educativas [Internet]. 2021, 8(1): 49-63. Disponible en: https://doi.org/10.37467/gka-revedutech.v8.2939

6. Aldana E. Una Didáctica de la Matemática para la Investigación en pensamiento matemático avanzado. Revista Atenas [Internet]. 2023; 3(23): 56–69. Disponible en: https://atenas.umcc.cu/index.php/atenas/article/view/582
7. Arroyo MB y Yánez MA. Propuesta de herramientas TIC para facilitar el proceso enseñanza–aprendizaje de la matemática. Pol. Con [Internet] 2020, 5(12): 574-589. Disponible en: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8042549
8. George CE (2019). Reducción de obstáculos de aprendizaje en matemáticas con el uso de las TIC. Revista de Investigación Educativa de la REDIECH [Internet]. 2019, (1): 1-16. Disponible en: https://www.redalyc.org/journal/5216/521662150007/html/
9. Sánchez C. Las competencias matemáticas y el empleo de las tecnologías en estudiantes de bachillerato en México. Revista Varela [Internet]. 2023, 23(64): 24-37. Disponible en: http://revistavarela.uclv.edu.cu/index.php/rv/article/view/14722489
10. Zenteno FA, Carhuachín A y Rivera TA. Uso de software educativo interactivo para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación básica, Región Pasco. Horizonte de la Ciencia [Internet]. 2020, 10(19): 178-190. Disponible en: https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2020.19.596
11. Sánchez CW, Pérez GA y Remedios GJM. Estrategia didáctica para desarrollar la habilidad calcular integrales definidas desde un aprendizaje creativo. Mendive. Revista De Educación [Internet], 2023, 21(1): e3007. Disponible en: https://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/3007

Contribución de autoría

Los autores han colaborado en partes iguales, en todas las etapas de confección del artículo.

Conflicto de intereses

Los autores no manifiestan conflicto de intereses

Autores

Annel Sanchez Cobas. Licenciado en Matemática. Profesor Instructor. Centro de Estudios de Matemática para la Ingeniería y las Ciencias, CEMAT. Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba.

Juan Carlos Suárez López. Licenciado en Educación en Especialidad Ciencias Exactas. Profesor Asistente. Centro de Estudios de Matemática para la Ingeniería y las Ciencias, CEMAT. Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba.

Isidro Luis Alemán Romero. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Auxiliar. Centro de Estudios de Matemática para la Ingeniería y las Ciencias, CEMAT. Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba.

Sergio Dabriel Mendinueta Noda. Estudiante de 4to. año de Ingeniería Automática. ATD de Matemática. Centro de Estudios de Matemática para la Ingeniería y las Ciencias, CEMAT. Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba.