

## MODELOS PARA EL CÁLCULO DE LA CONSTANTE DE VELOCIDAD DE CRISTALIZACIÓN DEL AZUCAR COMERCIAL EN TACHOS. (PARTE I)

## MODELS FOR THE CALCULATION OF THE CONSTANT OF CRYSTALLIZATION OF COMMERCIAL SUGAR IN TACHOS. (PART I)

**Dr. Carlos Hernández-Pedraera, MSc. Rafael Fernández-Pérez, Lic. René Viera-Bertrán**

Universidad de Oriente, Santiago de Cuba. [pedrera@fiq.uo.edu.cu](mailto:pedrera@fiq.uo.edu.cu)

---

### RESUMEN

En las últimas zafras, los cristales de azúcar comercial no siempre alcanzan su talla comercial que es el 65 % o más sobre malla Tyler 20, por lo que los embarques a puertos o son rechazados y deben ser reprocesados o se comercializan a un menor precio, todo esto con la consiguiente pérdida económica. Para dar solución a este problema se procedió a desarrollar modelos matemáticos, partiendo de los modelos fenomenológicos de balances de masa y energía, que permitieran, utilizando las variables del proceso, determinar los parámetros de los mismos y predecir el valor de la constante de cristalización como función de las variables de operación.

**Palabras claves:** azúcar, cristales de azúcar, crecimiento de cristales, masas cocidas.

---

### ABSTRACT

In the last harvests, the glasses of commercial sugar don't always reach their commercial size that is 65% or more envelope mesh Tyler 20, for this the shipments to ports are rejected in order to be process again or they were marketed to a smaller price, all this with the rising economic loss. In order to give a solution to this problem we proceeded to develop mathematical models, leaving of the

phenomenological models of balances of mass and energy that allowed, using the variables of the process, to determine the parameters of the same ones and to predict the value of the crystallization constant like a function of the operation variables.

**Keywords:** sugar, glasses of sugar, growth of glasses, cooked masses.

---

## **INTRODUCCIÓN**

En las últimas zafras los cristales de azúcar comercial, azúcar A y B o de primera y de segunda, no siempre alcanzaban su talla comercial que es el 65 % o más sobre malla Tyler 20. Al no alcanzar el tamaño convenido con el puerto, el producto es rechazado y debe ser nuevamente procesado con la consiguiente pérdida de tiempo y energía, o de lo contrario se penalizaba el central al dársele un valor menor al azúcar producido.

Con este trabajo se pretende modelar el desarrollo del producto acabado en las áreas comprendidas entre los tachos y las centrífugas, para lo cual es necesario conocer cual será la constante de velocidad de cristalización que permita predecir el tamaño de grano que se obtendría para determinadas condiciones de operación, además aportar a la industria una herramienta capaz de predecir, con las condiciones industriales, el valor de la constante de velocidad de cristalización y el tamaño con que se obtendría el grano de azúcar comercial.

## **FUNDAMENTACION TEORICA**

La operación conocida en el ingenio como cocción del azúcar es esencialmente el proceso de cristalización, que se efectúa en evaporadores al vacío de efecto sencillo, diseñados para la manipulación de materiales viscosos y llamados tachos al vacío. El tacho al vacío, por tanto, viene a ser un cristalizador evaporativo; esto es, un cristalizador en que el grado de sobresaturación se controla y mantiene por medio de la evaporación del disolvente, en tanto que el material disuelto cristaliza. El proceso de cocción del azúcar se puede considerar solamente en términos del trabajo total de los tachos y las centrífugas. En realidad, el término estación de tachos se utiliza con frecuencia para abarcar los tachos de vacío y las centrífugas.

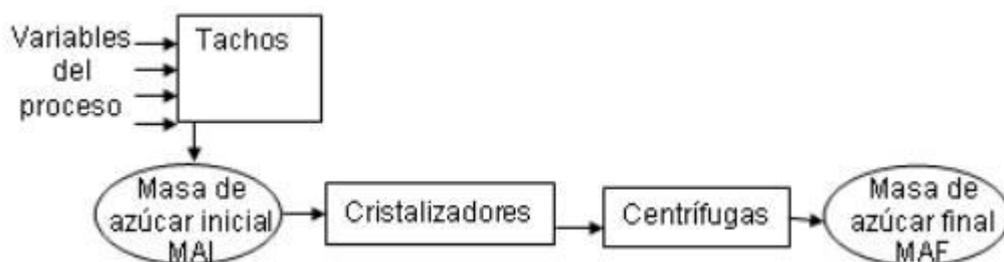
El problema al que se le quiere dar solución trae aparejado, pérdidas de tiempo en fábrica con el consiguiente atraso de los planes, disminución de capacidades en la estación de tachos (debido a que parte de esta debe ser utilizada en el reprocesamiento), sobreconsumo de energía, aumento de las pérdidas en los materiales reprocesados, sobregiro de las cuentas por gastos adicionales; en fin, que por reproceso o por comercialización a menor precio, el efecto neto se traduce en pérdidas económicas que son cuantiosas si el problema persiste o aparece frecuentemente como es el caso.

El tema referido es abordado desde el punto de vista cinético, buscando uno o varios modelos matemáticos que, conociendo ciertos datos del proceso sean capaces de predecir el parámetro en cuestión.

## METODOLOGIA PARA EL DESARROLLO DEL TRABAJO

En los cálculos se utilizarán los datos de brix y pol de la carga inicial del tachó o pie de masa, el brix y la pol del fluido alimentado para hacer crecer el grano, meladura para masa cocida A (MCA) y miel A para masa cocida B (MCB), y brix, pol, ciclón (pureza del licor madre) y volumen final que alcanza la masa al terminar la cochura, reportados por el laboratorio.

El procedimiento empleado se explicará utilizando como medio auxiliar la figura 1, primeramente se calcularán para cada masa (a partir de los valores de entrada de las variables del proceso), el valor de la constante de velocidad de cristalización ( $K_s$ ). Con este valor y la distribución de tamaños de entrada, que es la misma para todas las masas, se calculará la distribución de tamaños a la salida del tachó para cada masa. Con el conjunto de las distribuciones de tamaño de todas las masas procesadas en el día, se obtendrá un único valor de por ciento de tamaño en MAI formado por la suma de todas las fracciones con tamaño igual o mayor al deseado y ya por último, con ese valor y una función adecuada se obtendrá el valor predicho para el producto acabado en MAF.



**Fig. 1** Esquema reducido del proceso para explicar el enfoque.

Para realizar los cálculos con los que se obtendrán los valores de  $K_s$  y sus modelos se procede a realizar balances de masas y energía en el tachó, de los que se obtienen las siguientes expresiones:

$$\frac{dm_s}{dt} = W_{so} - K_s S_T (C_s - C_{sat}) \quad (1)$$

donde:

$K_s$  = constante de velocidad de transferencia de la sacarosa de la fase líquida al cristal,  $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$

$S_T$  = área total de deposición de la sacarosa,  $\text{m}^2$

$C_s$  = concentración de sacarosa en solución,  $\text{kg}$  sacarosa/100  $\text{kg}$  agua

$C_{sat}$  = concentración de saturación de la sacarosa a las condiciones de la solución,  $\text{kg}$  sacarosa/100  $\text{kg}$  agua

$W_{so}$  = flujo de sacarosa en el fluido que entra,  $\text{kg/s}$

$\frac{dm_s}{dt}$  = masa de sacarosa que se acumula,  $\text{kg/s}$

$$\frac{dm_I}{dt} = q C_{Io} = W_{Io} \quad (2)$$

donde:

$\frac{dm_I}{dt}$  = masa de inertes que se acumula,  $\text{kg/s}$

$C_{Io}$  = concentración de inertes en el fluido que entra,  $\text{kg/m}^3$

$W_{Io}$  = flujo de inertes en el fluido que entra,  $\text{kg/s}$

$q$  = flujo volumétrico del fluido,  $\text{m}^3/\text{s}$

$$\frac{dm_A}{dt} = W_{Ao} - W_A^m \quad (3)$$

donde:

$\frac{dm_A}{dt}$  = masa de agua que se acumula,  $\text{kg/s}$

$C_{Ao}$  = concentración de agua en el fluido que entra,  $\text{kg/m}^3$

$W_{Ao}$  = flujo de agua en el fluido que entra,  $\text{kg/s}$

$W_A^m$  = flujo de agua que se transfiere a través de la interfase,  $\text{kg/s}$

$$\frac{dm_T}{dt} = \frac{1}{C_p(T - T_B)} \left( p \frac{dV_{Tot}}{dt} + q \rho_o \hat{H}_o + UA(T_V - T) - W_A^m \lambda \right) \quad (4)$$

donde:

$U$  = coeficiente global de transferencia de calor,  $\text{W/m}^2 \cdot \text{°C}$

$A$  = área de transferencia de calor,  $\text{m}^2$

$\lambda$  = calor latente de vaporización a las condiciones de operación del sistema,  $\text{J/kg}$

$m_T$  = masa total del sistema,  $\text{kg}$

$C_p$  = calor específico de la solución dentro del sistema,  $\text{J/kg} \cdot \text{°C}$

$T$  = temperatura de la solución,  $\text{°C}$

$T_B$  = temperatura base o de referencia,  $\text{°C}$

$\hat{H}$  = entalpía específica,  $\text{J/kg}$

$p$  = presión de operación del sistema,  $\text{Pa}$

$\frac{dV_{Tot}}{dt}$  = incremento de volumen del sistema,  $\text{m}^3$

El algoritmo desarrollado para el cálculo de  $K_s$  se muestra en la figura 2.

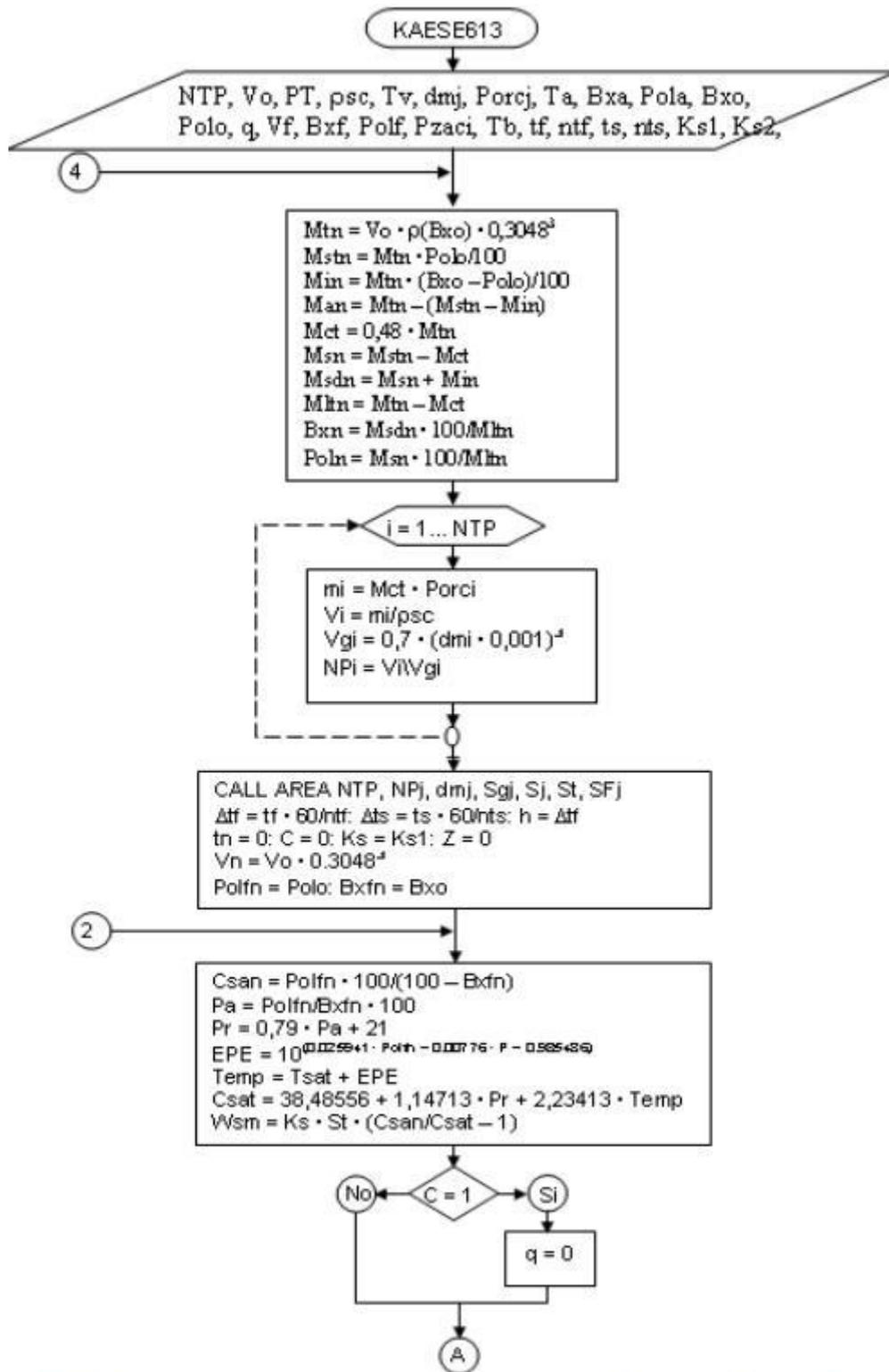


Fig. 2 Algoritmo para el cálculo de la constante de cristalización,  $K_s$ .

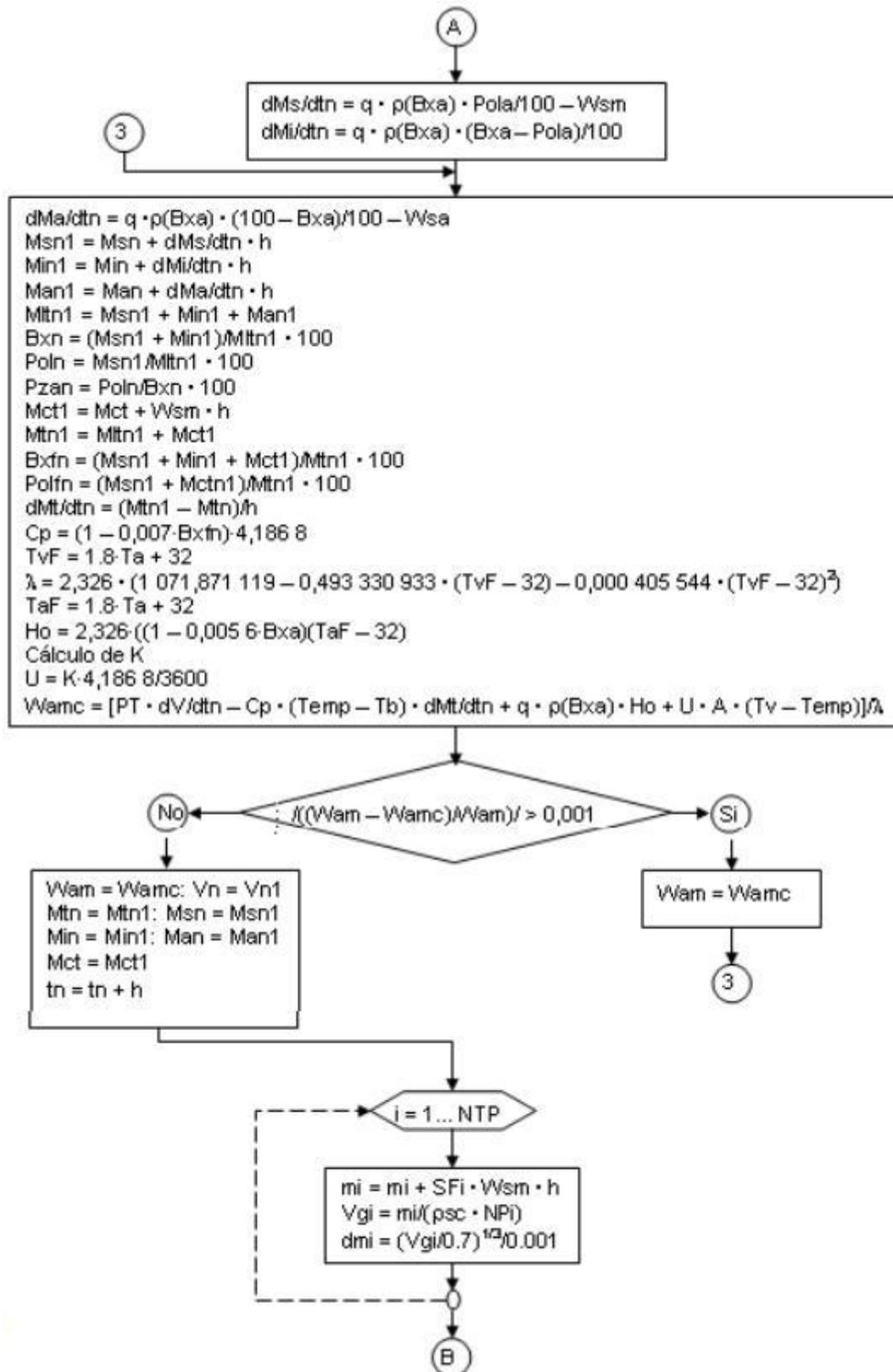


Fig. 2 (Continuación).

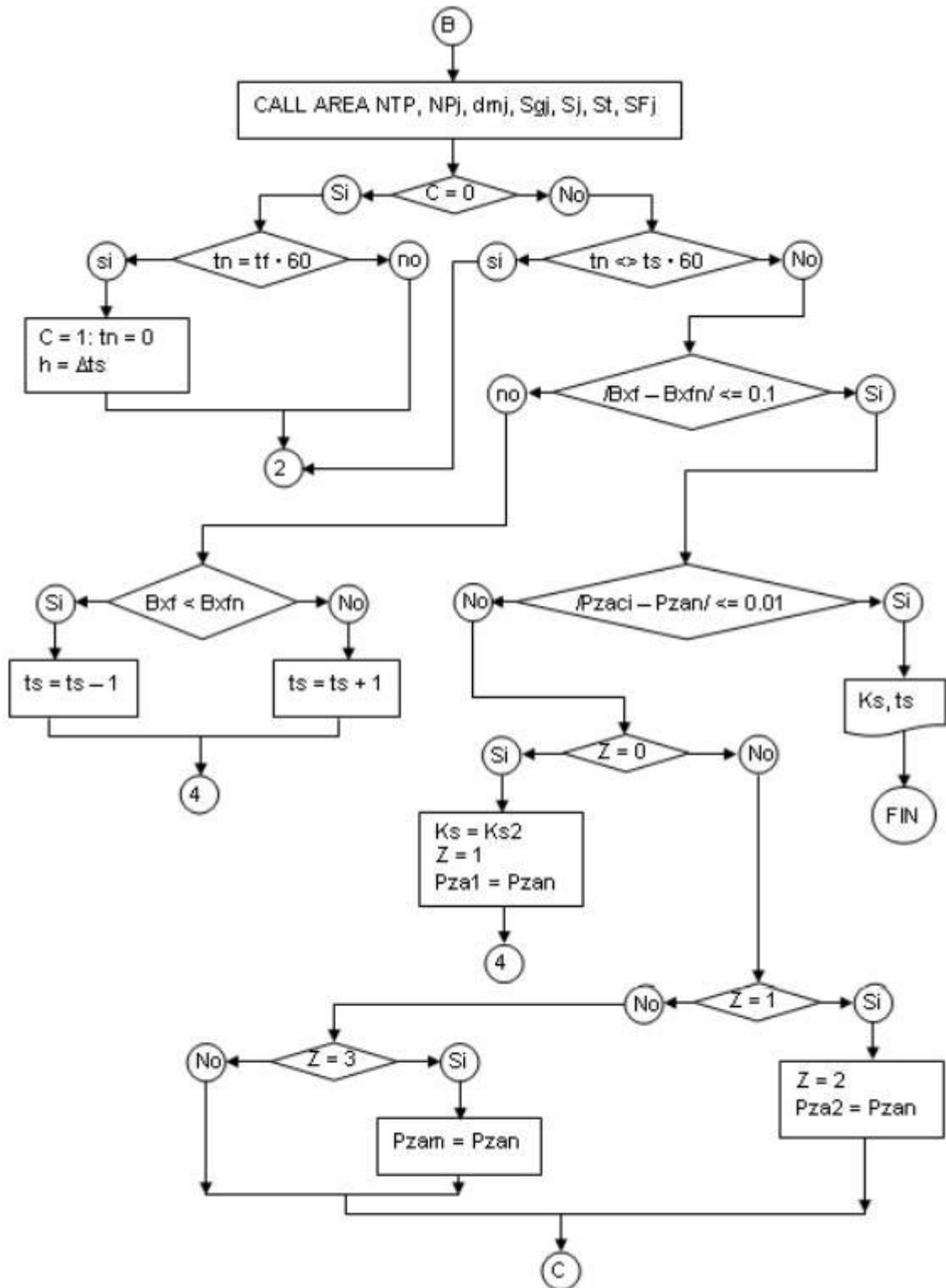
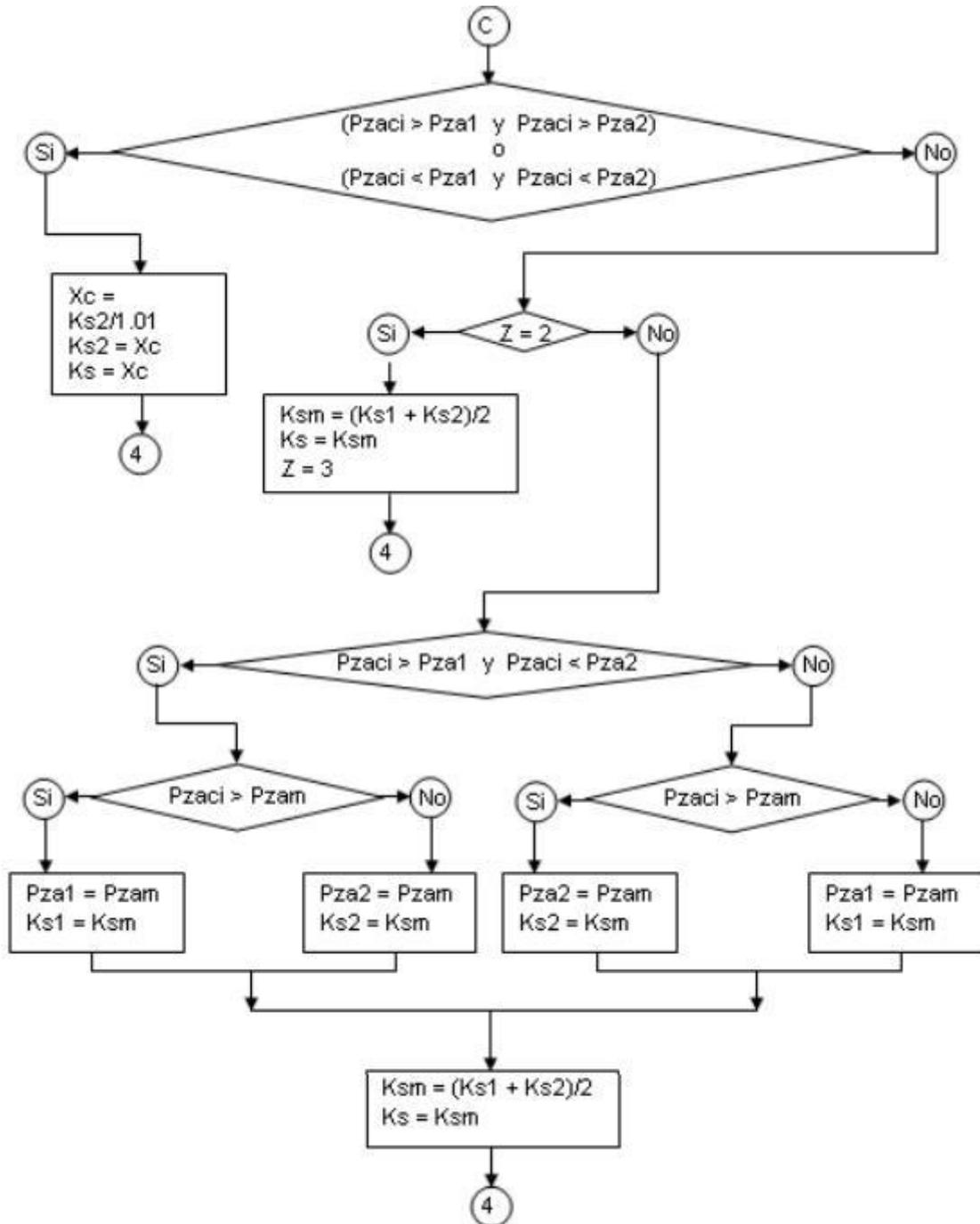


Fig.2 (Continuación).



**Fig. 2 (Continuación).**

Para el desarrollo de los cálculos se utilizaron las siguientes restricciones:

1. El valor de la presión de vapor saturado alimentado a la calandria del tachó (Pv) se mueve en un rango de cinco a diez libras por pulgada cuadrada manométrica (5 a 10 psig) y se escogió como promedio para los cálculos el valor de ocho (8 psig).
2. El tiempo de alimentación del fluido a los tachos se tomó: 120 min (para alimentar meladura a las MCA) y 150 min (para alimentar miel A, a las MCB).

3. El volumen de carga inicial de los tachos ( $V_0$ ), la presión de trabajo de vacío en los tachos (PT) y la densidad de la sacarosa cristalizada ( $\rho_{sc}$ ), se tomaron como  $500 \text{ pie}^3$ , 25 pulgadas de mercurio de vacío y  $1580 \text{ kg/m}^3$  respectivamente.

4. El rendimiento en cristales del pie de masa varía entre los valores de 45 a 50 % y se escogió como promedio el valor de 48 %.

5. El valor del flujo volumétrico debe encontrarse entre  $1,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y  $4,95 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

6. Como se desconoce la distribución de tamaños para elaborar cada masa, ya que ese análisis no se realiza, se tomó la distribución de tamaños característica para azúcar refino [1]. Esta distribución de tamaños para todas las masas es la misma y es la que aparece en la tabla 1.

**Tabla 1**  
Distribución de tamaños característica del azúcar refino

Análisis de malla	Fracción [mm]	Fracción [%]	Diámetro medio [mm]
- 14 + 20	-1,168+0,833	7,5	1,001
- 20 + 28	-0,833+0,589	25	0,711
- 28 + 35	-0,589+0,417	36,6	0,503
- 35 + 48	-0,417+0,295	22,9	0,356
- 48 + 65	-0,295+0,208	6,5	0,252
- 65 + 100	-0,208+0,147	0,7	0,178

Otras restricciones consideradas fueron:

- Se considera, además, que el número inicial de cristales introducidos al tacho es inalterable, es decir, no se forman nuevos cristales ni se destruyen los existentes y que su forma geométrica es cúbica.

- En la validación, con el objetivo de estimar el flujo volumétrico aproximado del fluido alimentado y el flujo de agua que pierde la masa por evaporación (supuesto), se toman como valores de brix final de las masas: 91,8 para MCA y 93,6 para MCB. Estos valores fueron obtenidos con los datos de brix con que se obtuvieron y correlacionaron los valores de  $K_s$  y constituyen la media estadística de ellos.

Los datos que se tomaron para el cálculo de los valores de la constante de velocidad de cristalización según el algoritmo representado en la figura 2, se muestran en la tabla 2.

**Tabla 2**

Datos de ejemplo para el cálculo de la constante de cristalización,  $K_s$

Brix meladura	Pol meladura	Brix miel A	Pol miel A	Brix grano mejorado	Pol grano mejorado	No. tacho	Tipo de masa	Volumen final	Brix masa	Pol masa	Ciclón
64,04	56,43			87,52	74,00	4	A	1062	91,76	78,60	67,72
64,04	56,43			87,52	74,00	3	A	954	91,72	78,00	66,73
64,04	56,43			87,52	74,00	4	A	1062	90,30	79,00	70,84
64,04	56,43			87,52	74,00	2	A	1000	90,56	80,00	68,70
64,04	56,43			87,52	74,00	4	A	927	91,76	80,00	66,63
64,04	56,43			87,52	74,00	3	A	997	92,12	80,80	72,65
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	94,52	72,20	57,11
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	93,16	72,60	61,96
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	93,22	72,40	60,07
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	93,40	72,40	61,05
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	93,40	71,50	59,09

## RESULTADOS Y DISCUSION

Una vez ejecutado el programa de computación elaborado se obtuvieron los valores de la constante de velocidad de cristalización que aparecen reportados en la tabla 3.

Los resultados de la constante de cristalización que aparecen en la tabla 3, fueron procesados utilizando el programa Statgraphics Plus 4.1 para Windows, mediante el método estadístico de regresión múltiple con la finalidad de correlacionar esta con las variables de operación del proceso. Como resultado de este tratamiento estadístico se obtuvieron los modelos ajustados:

**Tabla 3**

Resultados obtenidos a partir de los datos de la tabla 2

$K_s$ [kg/m <sup>2</sup> .s]	$t_s$ [min]	Brix madre	Pol madre	Ciclón	Brix masa	Pol masa
9,998E-06	46	82,23	55,69	67,72	91,70	79,30
8,280E-06	42	81,87	54,62	66,72	91,63	79,06
9,624E-06	33	81,25	57,56	70,84	90,32	78,09
9,378E-06	60	80,65	55,41	68,70	90,54	78,19
7,194E-06	10	82,24	54,79	66,62	91,82	79,17
6,922E-06	60	85,20	61,90	72,65	92,03	79,49
4,657E-06	41	91,56	52,29	57,11	94,49	68,87
2,336E-06	31	90,68	56,19	61,97	93,19	67,99
3,441E-06	31	90,23	54,20	60,07	93,17	67,97
2,865E-06	33	90,85	55,46	61,05	93,47	68,18
3,894E-06	33	90,44	53,45	59,10	93,47	68,18

Modelos ajustados para las constantes de cristalización de las diferentes masas cocidas.

Para MCA

$$K_s = -6,513\ 83e - 5 - 8,033\ 48e - 7 \cdot \text{PolGM} + 9,732\ 84e - 7 \cdot \text{PzaGM} + \quad (5)$$
$$- 3,751\ 81e - 8 \cdot A + 6,049\ 28e - 7 \cdot \text{PzaMel} - 4,801\ 86e - 7 \cdot \text{PolMel}$$
$$+ 2,812\ 2e - 8 \cdot V_f$$

donde:

PolGM = pol del grano mejorado %

PzaGM = pureza del grano mejorado %

A = área de transferencia de calor del tacho m<sup>2</sup>

PzaMel = pureza de la meladura %

PolMel = pol de la meladura %

V<sub>f</sub> = volumen final de la masa cocida pie<sup>3</sup>

Para MCB

$$K_s = -1,763\ 33e - 5 - 4,928\ 36e - 7 \cdot \text{PolGM} + 4,322\ 36e - 7 \cdot \text{PzaGM} + \quad (6)$$
$$+ 2,979\ 06e - 7 \cdot \text{PzaMiel} + 7,741\ 78e - 8 \cdot t_s$$

donde:

PolGM = pol del grano mejorado %

PzaGM = pureza del grano mejorado %

PzaMiel = pureza de la miel A %

t<sub>s</sub> = tiempo de cocción sin alimentar fluido min

Las gráficas del ajuste de estos modelos se pueden apreciar en las figuras 3 y 4, que se muestran a continuación.



**Fig. 3** Gráfica de ajuste de K<sub>s</sub> para MCA.



**Fig. 4** Gráfica de ajuste de Ks para MCB.

## CONCLUSIONES

1 Se ajustaron los modelos de la constante de cristalización para los diferentes tipos de masa elaboradas MCA Y MCB.

2 Para ambos tipos de masa (MCA y MCB) la constante de cristalización (Ks) muestra una dependencia de la pureza y concentración (pol) de sacarosa del grano mejorado, que es el pie de masa y de la pureza del fluido alimentado (meladura para MCA y miel A para MCB).

3 Para la MCA la constante de velocidad de cristalización Ks depende además de la concentración de sacarosa del fluido alimentado; del área de transferencia de calor del tacho y del volumen final de la masa cocida.

4 El valor de Ks para MCB. además de las variables comunes a la MCA. depende del tiempo en que se le da vapor a la masa sin que haya alimentación alguna de fluido. es decir. el tiempo que tarda en "dársele punto a la masa".

## NOMENCLATURA

<b>A</b>	área de transferencia de calor. $m^2$
<b>Bx</b>	brix. %, kg sólidos disueltos/100 kg de solución
<b>Bxa</b>	brix del fluido alimentado. %
<b>C</b>	concentración. $kg/m^3$
<b>Cp</b>	calor específico a presión constante. $J/kg \cdot ^\circ C$
<b>dm</b>	diámetro medio de los cristales de azúcar mm
<b>EPE</b>	elevación del punto de ebullición. $^\circ C$
$\hat{H}$	entalpía específica. $J/kg$
<b>K</b>	coeficiente global de transferencia de calor. $cal/h \cdot m^2 \cdot ^\circ C$
<b>Ks</b>	constante de cristalización $mg/m^2 \cdot min$
<b>m</b>	masa. kg
<b>MA</b>	número de masa cocida A en el día. adimensional
<b>MAF</b>	masa de azúcar final
<b>MAI</b>	masa de azúcar inicial
<b>MB</b>	número de masa cocida B en el día. adimensional
<b>MCA</b>	masa cocida A
<b>MCB</b>	masa cocida B
<b>Met</b>	masa total de cristales. kg
<b>Mltn</b>	masa total de líquido en el instante n. kg
<b>Msdn</b>	masa de sacarosa disuelta en el instante n. kg
<b>Mtdia</b>	masa total de azúcar producida en un día. kg
<b>NM</b>	número de masas en el día. adimensional
<b>NP<sub>i</sub></b>	número de partículas del tamaño i. adimensional
<b>ntf</b>	intervalos cuando hay alimentación de fluido. adimensional
<b>NTP</b>	número de tamaño de partículas. adimensional
<b>nts</b>	intervalos cuando no hay alimentación de fluido. adimensional
<b>p</b>	presión de operación. MPa. inHg de vacío. psig.
<b>P<sub>A</sub></b>	pureza aparente. %
<b>PE</b>	punto de ebullición. $^\circ C$
<b>Pol</b>	pol. %, kg de sacarosa/100 kg de solución
<b>Pola</b>	pol del fluido alimentado. %
<b>PolGM</b>	pol del grano mejorado. %
<b>PolMel</b>	pol de la meladura. %
<b>Porcj</b>	fracción del total del tamaño j. %
<b>P<sub>R</sub></b>	pureza real. %
<b>PT</b>	presión de trabajo. MPa. inHg de vacío

**Pzaci** pureza del licor madre. %  
**PzaGM** pureza del grano mejorado. %  
**Pzam** pureza media. %  
**PzaMiel** pureza de la meladura. %  
**PzaMiel** pureza de la miel A. %  
**q** flujo volumétrico.  $m^3/s$   
**Rosc** densidad de la sacarosa cristalizada.  $kg/m^3$   
**SFj** fracción del total del área de tamaño j.  $m^2$   
**Sgj** área de un cristal de azúcar de diámetro j.  $mm^2, m^2$   
**Sj** área de la fracción j de tamaños.  $m^2$   
**ST** área total de los cristales de azúcar.  $m^2$   
**T** temperatura de la solución.  $^{\circ}C$   $^{\circ}F$   
**t** tiempo de operación. min. s  
**TC** por ciento de tamaño calculado. %  
**Temp** temperatura de ebullición de la masa.  $^{\circ}C$   
**tf** tiempo que se le alimenta fluido a la masa. min.  
**TM20** por ciento de tamaño sobre malla Tyler 20 en MAI. %  
**TM20R** por ciento de tamaño sobre malla Tyler 20 en MAF. %  
**TR** por ciento de tamaño observado. %  
**ts** tiempo que se le da vapor a la masa sin alimentar fluido antes de descargarla del tacho. min.  
**U** coeficiente global de temperatura.  $W/m^2 \cdot ^{\circ}C$   
**V** volumen.  $m^3$  o  $pie^3$   
**Vg<sub>i</sub>** volumen de un cristal de azúcar de tamaño i.  $m^3$   
**W** flujo másico.  $kg/s$   
 **$\lambda$**  calor latente de vaporización.  $J/kg$   
 **$\rho$**  densidad del fluido.  $kg/m^3$   
 **$\rho_{sc}$**  densidad de la sacarosa cristalizada.  $kg/m^3$   
**S. Sad** acarosa  
**T. Tot** total  
**Sat** saturación  
**I** inerte  
**o** entrada. inicial  
**A** agua  
**B** base o referencia  
**F** final  
**v** vapor  
**m** transferido a través de la interfase

## **BIBLIOGRAFIA**

1. CLARK, J. A. y F. GARCÍA LÓPEZ. El Proceso de Fabricación de Azúcar Crudo en los Tachos, Ed. Ciencia y Técnica. Instituto Cubano del Libro. La Habana. Cuba. 1969.
2. HONIG, P. Principios de Tecnología Azucarera, ed. Revolucionaria. Guantánamo. Cuba. 1987.
3. JENKINS, G. H. Introducción a la tecnología del azúcar de caña, Ed. Ciencia y Técnica. Instituto Cubano del Libro. La Habana. Cuba. 1971.

Recibido: Julio de 2010

Aprobado: Diciembre de 2010

*Dr. Carlos Hernández-Pedreira.* Universidad de Oriente, Santiago de Cuba.  
pedreira@fiq.uo.edu.cu