

## **Modelo dinámico para cultivo mixotrófico (microalgas-bacterias) en un fotobiorreactor de capa fina a gran escala**

Dynamic model for the large-scale mixotrophic culture of microalgae and bacteria in a thin layer photo bioreactor

Orlando Gines Alfaro Vives<sup>1\*</sup>  <https://orcid.org/0000-0002-5438-325x>

Alina Juantorena Ugás<sup>2</sup>  <https://orcid.org/0000-0001-6627-6438>,

Roger Proenza Yero<sup>1</sup>  <https://orcid.org/0000-0003-2575-2690>,

<sup>1</sup> Centro de Investigaciones de Energía Solar. Santiago de Cuba. Cuba.

<sup>2</sup> Universidad Autónoma del Estado de Morelos. UAEM. Morelos. México

\* Autor para la correspondencia. Correo electrónico: [oalfvives126@gmail.com](mailto:oalfvives126@gmail.com).

### **RESUMEN**

El cultivo de microalgas tiene intereses importantes desde el punto de vista económico con la producción de medicamentos, antisépticos, suplementos proteico-vitamínicos y biocombustibles como hidrogeno, etanol y biodiesel, así como para bio-remediación del medio ambiente contribuyendo a la mitigación del CO<sub>2</sub> en la atmósfera y al tratamiento de aguas residuales. En este trabajo se presenta un modelo dinámico que describe el crecimiento simbiótico de la microalga *Chlorella vulgaris* y bacterias, en un fotobiorreactor de capa fina a cielo abierto de 3500 m<sup>2</sup> de área, utilizado para el tratamiento de residuales líquidos porcinos. Se desarrolla un procedimiento novedoso para estimar el valor del pH y se propone una nueva ecuación cinética de crecimiento de las microalgas. Se empleó MATLAB software R2009b para desarrollar un programa que permite estimar la temperatura de la suspensión de cultivo y la variación de los parámetros de proceso (concentración de algas y bacterias, concentración de materia orgánica en términos de demanda bioquímica de oxígeno, pH, concentración de oxígeno disuelto, concentración dióxido de carbono disuelto, concentración de nitrógeno amoniacal disuelto y orto-

fosfatos disueltos). Se demuestra la correlación existente entre los parámetros experimentales de proceso y los obtenidos con el programa, con un error inferior a un 10% en todos los casos. La productividad por unidad de área de cultivo obtenida con el programa, es compara con los datos reales obtenidos y el error máximo es de  $\pm 4\%$ .

**Palabras clave:** *Chlorella vulgaris*; residuales líquidos porcinos; fotobiorreactor de capa fina; modelo dinámico.

## **ABSTRACT**

The cultivation of microalgae has important interests from the economic point of view with the production of medicines, antiseptics, protein-vitamin supplements and biofuels such as hydrogen, ethanol and biodiesel, as well as for bio remediation of the environment contributing to the mitigation of CO<sub>2</sub> in the atmosphere and wastewater treatment. In this work, a dynamic model is presented that describes the symbiotic growth of the microalgae *Chlorella vulgaris* and bacteria, in an open-air thin-film photobioreactor of 3,500 m<sup>2</sup>, used for the treatment of liquid pig waste. A novel procedure is developed to estimate the pH value and a new kinetic equation for the growth of microalgae is proposed. MATLAB software R2009b was used to develop a program that allows estimating the temperature of the culture suspension and the variation of the process parameters (concentration of algae and bacteria, concentration of organic matter in terms of biochemical oxygen demand, pH, concentration of dissolved oxygen, dissolved carbon dioxide concentration, dissolved ammonia nitrogen concentration, and dissolved ortho-phosphates). The correlation between the experimental process parameters and those obtained with the program is demonstrated, with an error of less than 10% in all cases. The productivity per unit of cultivation area obtained with the program is compared with the real data obtained and the maximum error is  $\pm 4\%$ .

**Keywords:** *Chlorella vulgaris*; porcine liquid waste; thin layer photo-bioreactor; dynamic model.

Recibido: 18/09/2020

Aceptado: 10/01/2021

## Introducción

Las microalgas constituyen un eficiente sistema fotosintético capaz de convertir la radiación solar en energía química acumulada en la biomasa con una eficiencia comparable a las plantas de mayor rendimiento, tales como sorgo, caña de azúcar, hierba de elefante y maíz a lo cual se suma que la biomasa es utilizable y contiene entre un 40 y un 50% de proteínas, sin contar contenido en vitaminas, grasas y otros biofactores que actúan de forma favorable sobre la salud del hombre. <sup>(1,2)</sup>

En la última década ha tomado auge el cultivo de microalgas ya que la biomasa puede ser utilizada en la producción de medicamentos, antisépticos, suplementos proteico-vitamínicos, fertilizantes y biocombustibles como hidrógeno, etanol y biodiesel, así como para remediación del medio ambiente contribuyendo a la mitigación del CO<sub>2</sub> en la atmósfera y al tratamiento de aguas residuales. <sup>(3)</sup>

La presencia natural del alga en lagunas de residuales orgánicos municipales, industriales y pecuarios condujo primero a los sistemas de lagunas de oxidación y posteriormente al concepto de Estanques de Algas de Alta Tasa de Crecimiento (HRAP), desarrollado por W. J. Oswald y su grupo en la universidad de Berkeley. <sup>(2)</sup> Este es un sistema que resulta muy económico, pues adiciona al beneficio de la producción de microalgas la depuración del residual, con lo que compensa la inversión inicial y ha sido modelado con resultados satisfactorios. <sup>(6,7)</sup>

El sistema que se presenta en este trabajo (Sistema de cultivo de algas y bacterias en Fotobiorreactores de Capa Fina) trabaja con concentraciones de algas y bacterias 10 veces superiores, por lo que se reduce el tiempo de residencia a un día y el consumo de energía en la cosecha. <sup>(1)</sup>

En el Centro de Investigaciones de Energía Solar en Santiago de Cuba, en las décadas de 1980 y 1990, se realizan los primeros trabajos que permiten desarrollar el sistema de cultivo de algas y bacterias en Fotobiorreactores de Capa Fina, , con la cooperación de la Academia de Ciencia Checa, las experiencias a escala piloto se llevaron a cabo en Fotobiorreactores de Capa Fina con áreas de 2 m<sup>2</sup>, 100 m<sup>2</sup> y 500 m<sup>2</sup> respectivamente (figura 1), por último se realizó una experiencia a gran escala en un Fotobiorreactor de 3500 m<sup>2</sup>, construido en el cebadero porcino El Brujo en Santiago de Cuba. <sup>(4)</sup>



**Fig.1-** Fotobiorreactor de capa fina de 500 m<sup>2</sup>. Centro de Investigaciones de Energía Solar. Santiago de Cuba

Los datos experimentales obtenidos en este fotobiorreactor de 3500 m<sup>2</sup> son utilizados en este trabajo como base comparativa. El equipo está compuesto por dos áreas de 1750 m<sup>2</sup>, con 2 % de pendiente longitudinal, separadas entre sí por un pasillo; la diferencia entre ambas áreas radica en que sus pendientes son inversas y forman dos vertientes consecutivas. La superficie del fotobiorreactor es lo más lisa posible y su pendiente transversal es nula; dicha superficie se encuentra dividida a lo largo por muretes que forman canales de un metro de ancho.

El líquido es bombeado desde un tanque situado por debajo del nivel inferior de la segunda pendiente hasta la parte más alta del fotobiorreactor, que es el inicio de la primera pendiente, donde existe una canal distribuidora formada por tantas compuertas como canales de un metro de ancho tenga el fotobiorreactor, semejante canal existe al inicio de la segunda pendiente.

Durante el día se evita la entrada de la suspensión al tanque, cerrando la válvula que comunica el tanque con las bombas, de esta forma se establece la recirculación de la suspensión de cultivo por las canales garantizando un flujo de 4 L·s<sup>-1</sup> por canal y una profundidad de 0,007 m, con el objetivo de aprovechar la luz solar como fuente energética para el proceso de fotosíntesis. El fotobiorreactor maneja 9,3 L de suspensión de cultivo por metro cuadrado de superficie. Durante la noche se deja entrar la suspensión al tanque donde es aireada para favorecer la respiración de los microorganismos.

El propósito de este trabajo es presentar y validar un modelo matemático que permite estimar los parámetros de operación en el fotobiorreactor de 3500 m<sup>2</sup>, que utiliza el residual líquido porcino como única fuente de materia orgánica y nutrientes,

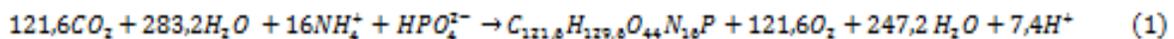
para ello se tienen en cuenta las interacciones entre las especies químicas y biológicas presentes en el sistema, las variaciones transitorias de los factores medioambientales, las fluctuaciones de la carga orgánica, la temperatura y la influencia de la irradiación solar incidente y la concentración de microorganismos. Una correcta apreciación de los parámetros dinámicas en el fotobiorreactor de capa fina llega a ser un requisito importante en la operación y diseño exitoso de este proceso y permite optimizar los parámetros operacionales: concentración inicial de microorganismos y adición de residual al sistema.

## **Materiales y métodos**

Un modelo dinámico del crecimiento de algas-bacterias en un fotobiorreactor de capa fina, no es más que una serie de ecuaciones que describen las interrelaciones entre las especies químicas y biológicas presentes. Con este propósito se utiliza un modelo de flujo pistón y se considera un elemento de fluido pequeño en el cual, las concentraciones de todas las especies presentes son uniformes y se examina la cinética de crecimiento de las microalgas y bacterias, la temperatura, el equilibrio químico y el balance de materias transportadas dentro y fuera del elemento de fluido escogido. Las ecuaciones resultantes se reflejan en la figura 2. En la tabla 1 están presentes los valores numéricos de los parámetros empleados para los cálculos en el modelo matemático.

### **Crecimiento de las algas**

La microalga *Chlorella vulgaris*, requiere de los macronutrientes C, H, O, N, P, K y Mg para su crecimiento, y otros micro elementos. La ecuación estequiometria propuesta por <sup>(7)</sup> describe este proceso:



La cinética de crecimiento biológico de las microalgas es descrita por la función de Monod, <sup>(8)</sup> que relaciona la velocidad del crecimiento específico y la concentración limitante de sustrato.

$$\mu = \frac{\mu_s S}{K_S + S} \quad (2)$$

En condiciones donde exista la luz adecuada, el crecimiento de las algas estará limitado por la cantidad de: carbono inorgánico y sus especies químicas en el

equilibrio, nitrógeno inorgánico y sus especies químicas en el equilibrio y el fósforo y sus especies químicas en el equilibrio. Existía cierta incertidumbre en cuanto a; cual especie del carbono inorgánico debe ser considerada como sustrato en la ecuación de Monod. Algunos investigadores sugieren que el carbono total, mientras que otros argumentan que el dióxido de carbono disuelto es el más apropiado. <sup>(9)</sup> El mismo autor justifica emplear las concentraciones del ion amonio ( $NH_4^+$ ) y el ion fosfato  $HPO_4^{2-}$ .

Dependiendo del pH del medio de cultivo la concentración de iones amonio ( $NH_4^+$ ) y el iones fosfato  $HPO_4^{2-}$ , pueden o no ser limitantes del crecimiento. Para considerar el nitrógeno y el fósforo como factores limitantes, la velocidad de crecimiento será expresada como el producto de tres tipos de funciones de Monod, una para cada uno de los nutrientes limitantes. La ecuación de la velocidad del crecimiento de las algas será:

$$\mu = \hat{\mu}_A \left( \frac{CO_{2D}}{K_{CO_{2D}} + CO_{2D}} \right) \left( \frac{NH_{4D}^+}{K_{NH_{4D}^+} + NH_{4D}^+} \right) \left( \frac{HPO_{4D}^{2-}}{K_{HPO_{4D}^{2-}} + HPO_{4D}^{2-}} \right) \quad (3)$$

### Limitación de luz

Una restricción más para el crecimiento de las algas que debe ser considerada, es la disponibilidad de la luz. A medida que la irradiación solar penetra la superficie líquida, su intensidad se reduce exponencialmente con la profundidad, de acuerdo a la ley de Lambert -Beer.

Basado en los argumentos anteriores se sugiere en este trabajo que el problema de la limitación de la luz, sea resuelto utilizando la ecuación (4).

$$\mu_A = \frac{\hat{\mu}_A}{U} \ln \left( \frac{q + \sqrt{q^2 + 1}}{w + \sqrt{w^2 + 1}} \right) \quad (4)$$

$$U = H * E * (B_1 * A + B_2 * X + B_3 * S) \quad (4.1)$$

$$q = I_0 K_I^{-1} \quad (4.2)$$

$$K_I = (U - 1)^{3.8} \quad (4.3)$$

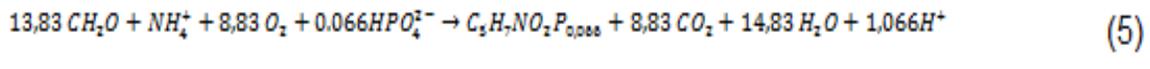
$$w = q \cdot \exp(-U) \quad (4.5)$$

Don

de  $K_I$  representa la restricción de la luz,  $E * H = 0.7 \text{ L} \cdot \text{g}^{-1}$  es el producto del coeficiente de extinción y la profundidad del cultivo,  $B_1$  es la contribución de las algas a el coeficiente de extinción,  $B_2$  es la contribución de las bacterias a el coeficiente de extinción y  $B_3$  es la contribución de la materia orgánica a el coeficiente de extinción,  $A$  es la concentración de autótrofos (algas) en (g/L),  $X$  concentración de bacterias en (g/L),  $S$  concentración de materia orgánica en (g/L) y  $I_0$ , es la irradiación incidente sobre el cultivo ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ).

### Crecimiento de las bacterias aeróbicas

La acción de las bacterias heterótrofas en un cultivo de algas bacterias es similar a la de un proceso de lodos activados en el cual los microorganismos descomponen la materia orgánica en presencia de oxígeno. Asumiendo una fórmula empírica de  $\text{C}_5\text{H}_7\text{NO}_2\text{P}_{0.066}$  para el protoplasma de las bacterias, y un rendimiento de bacteria de 0.4 g material celular por g  $\text{O}_2$  consumido, <sup>(7)</sup> la estequiometria de los procesos aeróbicos, está dada por:



velocidad de crecimiento de las bacterias, puede ser expresada como el producto de un número de expresiones de tipo Monod, representando limitaciones en sustrato orgánico (S), oxígeno ( $\text{O}_2$ ) y nitrógeno ( $\text{N}_T$ ).

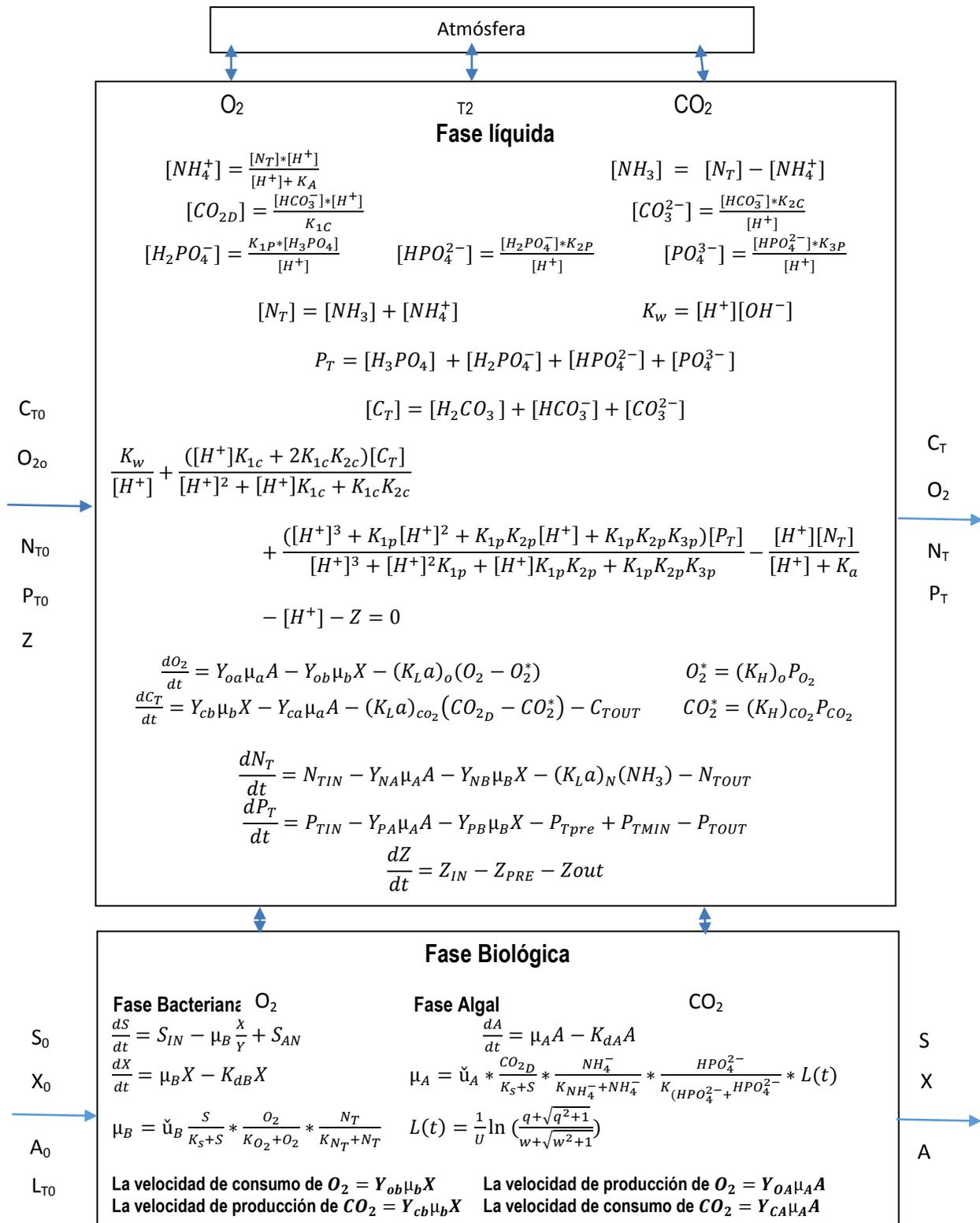
En este estudio, los fenómenos de nitrificación y desnitrificación, que se espera ocurran en el fotobiorreactor de capa fina, han sido descartados. La inclusión de estos fenómenos en el estudio sería más realista y daría lugar al surgimiento de pequeñas diferencias en las condiciones de operación con respecto a las reportadas aquí, tales como el ligero incremento de la demanda del oxígeno de la nitrificación

durante el día, y la reducción en sustrato durante la desnitrificación en la noche., al igual que las variaciones mínimas en pH.

### Solución del equilibrio

Las interrelaciones entre las especies del carbono inorgánico, amoníaco, ortofosfatos solubles y otros cationes no reaccionantes y los aniones son complejos, sin embargo, son bien analizadas y documentadas. <sup>(10,11)</sup> Aplicando constantes de equilibrio apropiadas, coeficientes de actividad, y el principio de neutralidad de carga, es posible determinar el pH de la solución y la distribución resultante de sub-especies individuales. Las relaciones requeridas para este propósito están recogidas en la figura 2 y la tabla 1. El valor de la concentración de ion H<sup>+</sup> y por tanto el pH se calcula a partir de la ecuación (6) utilizando el método de Newton Raphson.

$$\frac{K_w}{[H^+]} + \frac{([H^+]K_{1c} + 2K_{1c}K_{2c})[C_T]}{[H^+]^2 + [H^+]K_{1c} + K_{1c}K_{2c}} + \frac{([H^+]^3 + K_{1p}[H^+]^2 + K_{1p}K_{2p}[H^+] + K_{1p}K_{2p}K_{3p})[P_T]}{[H^+]^3 + [H^+]^2K_{1p} + [H^+]K_{1p}K_{2p} + K_{1p}K_{2p}K_{3p}} - \frac{[H^+][N_T]}{[H^+] + K_a} - [H^+] - Z = 0 \quad (6)$$



**Fig.2-** Modelo dinámico de crecimiento de algas y bacterias en un fotobiorreactor de capa fina

**Tabla 1-** Los valores numéricos de los parámetros empleados en el modelo matemático

Parámetros de modelo	Referencia
$\hat{\mu}_A = 39416,66 \exp(-4043/T) \text{ h}^{-1}$	(13, 7, 12) (14, 9, 15)
$\mu_B = 4,375 \times 10^5 \exp(-6290/T) \text{ h}^{-1}$	(13, 7, 16)
$Y = 0.4 \text{ mg de células de bacteria (mg BOD consumido)}^{-1}$	Este estudio
$Y_{CA} = Y_{OA} = 0.0489 \text{ mmol CO}_2 \text{ consumido o O}_2 \text{ producido (mg de las algas)}^{-1}$	Ecuación 1
$Y_{NA} = 0.00658 \text{ mmol NH}_4^+ \text{ consumido (mg de las algas)}^{-1}$	Ecuación 1
$Y_{PA} = 0.000412 \text{ mmol H}_2\text{PO}_4^{2-} \text{ consumido (mg de las algas)}^{-1}$	Ecuación 1
$Y_{CB} = Y_{OB}$ $= 0.0766 \text{ mmol CO}_2 \text{ producido o O}_2 \text{ consumido (mg de las bacterias)}^{-1}$	Ecuación 5
$Y_{NB} = 0.00868 \text{ mmol NH}_4^+ \text{ consumido (mg de las bacterias)}^{-1}$	Ecuación 5
$Y_{PB} = 0.000569 \text{ mmol H}_2\text{PO}_4^{2-} \text{ consumido (mg de las bacterias)}^{-1}$	Ecuación 5
$k_{dA} = 0.002 \text{ h}^{-1}; k_{dB} = 0.00416 \text{ h}^{-1}$	(15), Este estudio
<b>Constantes de la ecuación cinética de crecimiento para bacterias</b>	
$k_S = 150 \text{ mg BOD l}^{-1};$	(13) y Este estudio
$K_{O_2} = 0,814 \text{ mmol O}_2 \text{ l}^{-1}; K_N = 0.001 \text{ mmol N l}^{-1};$	Este estudio
<b>Constantes para la ecuación cinética de crecimiento para las algas</b>	
$K_C = 0.0059 \text{ mmol CO}_{2D} \text{ l}^{-1}; K_N = 0.055 \text{ mmol NH}_4^+ \text{ l}^{-1}$	(14, 9, 17) Este estudio
$K_P = 0.00148 \text{ mmol HPO}_4^{2-} \text{ l}^{-1}$	(14, 9, 17) Este estudio
$E=1.2 \text{ litros/g.cm}$	Este estudio
$h = 0.7\text{cm}$	Este estudio
$B_1 = 50\%, B_2=40\%, B_3=10\%$	Este estudio
<b>Transferencia de masa</b>	
$(k_L a)_{CO_2} = (k_L a)_N = (k_L a)_{O_2}$ <i>Calculados por semejanza con la transferencia de calor</i>	Este estudio
$(K_H)_{CO_2} = \exp[-8.1403 + 842.9/(\theta + 151.5)] \text{ mol l}^{-1} \text{ atm}^{-1}$	(13)
$(K_H)_{O_2} = 55.56/(25131 + 709.2\theta) \text{ mol l}^{-1} \text{ atm}^{-1}$	(13)
$P_{O_2} = 0.21 \text{ atm}; P_{CO_2} = 0.00032 \text{ atm}$	(13)
<b>Equilibrio químico</b>	
$K_A = 10^{(-pK_A + pY_H - pY_{NH_4})}$	(13, 11, 18)
$K_{1C} = 10^{(-pK_{1C} + pY_H + pY_{HCO_3})}$	(13, 11, 18)
$K_{2C} = 10^{(-pK_{2C} + pY_H + pY_{CO_3} - pY_{HCO_3})}$	(13, 11, 18)
$K_{1p} = 10^{(-pK_{1p} + pY_H - pY_{H_2PO_4})}$	(13, 11, 18)
$K_{2p} = 10^{(-pK_{2p} + pY_H + pY_{H_2PO_4} - pY_{H_2PO_4})}$	(13, 11, 18)
$K_{3p} = 10^{(-pK_{3p} + pY_H + pY_{PO_4} - pY_{H_2PO_4})}$	(13, 11, 18)
<i>Donde:</i> $pK_{1p} = -\log\left(e^{(-8,17339 + \frac{962,17336}{T})}\right)$	(13)

$pK_{2p} = -\log \left( e^{\left(-15,12475 + \frac{432,978}{T}\right)} \right)$	(13)
$pK_{3p} = -\log \left( e^{\left(-21,9826 + \frac{1924,34672}{T}\right)} \right)$	(13)
$pK_A = 2835.76/T - 0.6322 + 0.001225 T$	(13, 11, 18)
$pK_{1c} = 3404.71/T - 14.8435 + 0.032786 T$	(13, 11, 18)
$pK_{2c} = 2902.39/T - 6.498 + 0.02379 T$	(13, 11, 18)
$pY = Ge^2 \left\{ \sqrt{1 + aB\sqrt{I}} \right\}$	(13, 11, 18)
$a = 3$ para $NH_4^+$ ; $4(HCO_3^-)$ ; $5(CO_3^{2-})$ ; $9(H^+)$ ; $4,5[H_2PO_4^-]$ ; $4[HPO_4^{2-}]$ ; $4[PO_4^{3-}]$	(11, 18)
$G = 1.825 \times 10^6 (\epsilon T)^{-1.5}$ ; $B = 50.3 (\epsilon T)^{-0.5}$	(11, 18)
$\epsilon = 87.74 - 0.4008\theta + 9.398 \times 10^{-4}\theta^2 - 1.41 \times 10^{-6}\theta^3$	(11, 18)
$I = \frac{1}{2} \sum_i C_i z_i^2$	(18)
$P_{Tpre}$ para su cálculo se utiliza el método propuesto por (Mesplé, F. et all 1996)	(19)

### Balance de materiales

Un balance total dinámico de masa para un elemento de fluido puede ser desarrollado teniendo en cuenta que: la acumulación de material en el elemento está dada por la diferencia entre el flujo del material que entra y sale, el que se genera y consume por reacciones y el transferido hacia dentro o hacia fuera por difusión a través de los límites del sistema. La figura 2 muestra las ecuaciones de balance de masa resultantes para las especies presentes en el sistema.

### Calculo de los coeficientes de transferencia de masa para el oxígeno y dióxido de carbono

Para problemas especiales de transferencia de calor y masa, pueden utilizarse las ecuaciones siguientes. Ver tabla 2.

**Tabla 2-** Ecuaciones de semejanza térmica y de masa

Transferencia de calor	Transferencia de masa
$Nu = \frac{h \cdot l}{\kappa_T} = C \cdot Re^m \cdot Pr^n$ (7)	$Sh = \frac{\beta \cdot l}{D} = C \cdot Re^m \cdot Sc^n$ (8)
$Re = \frac{V \cdot l}{\nu}$ $Pr = \frac{\gamma \cdot Cp \cdot \rho}{\kappa_T}$	$Sc = \frac{\gamma}{D}$

El valor del exponente n, según el estado de la corriente, puede tomar valores comprendidos entre cero y uno. <sup>(20)</sup>

Por la relación que existe entre la transferencia de calor por convección y la transferencia de masa se puede dividir la ecuación (7) por la ecuación (8) se obtiene la relación entre el coeficiente de transferencia de calor y masa. Como la naturaleza

de la corriente de aire es laminar pura, el valor del exponente  $n$  es cero.<sup>(20)</sup> Por tanto:

$$\frac{h}{\beta} = C_p \cdot \rho \quad (9)$$

$$C_p \cdot \rho = C_{p_a} \cdot \rho_a + C_{p_i} \cdot \rho_{ai} \quad (10) \quad \text{Si}$$

### **Simulación del Comportamiento del fotobiorreactor de capa fina**

Las ecuaciones en la figura 2 representan las interacciones que ocurrirían en un pequeño elemento de fluido. Se demuestra que en la sección transversal ocurre un mezclado total en el régimen de flujo turbulento ( $Reynolds > 2100$ ) y que el fotobiorreactor de capa fina, es un sistema de flujo pistón.

## **Resultados y discusión**

### **Validación de Modelo**

Las variaciones en las concentraciones de algas y bacterias, materia orgánica en términos de demanda bioquímica de oxígeno (DBO), oxígeno disuelto, nitrógeno amoniacal disuelto, orto fosfatos disueltos, dióxido de carbono disuelto, pH y temperatura en un fotobiorreactor de capa fina de 3500 m<sup>2</sup> utilizado para el cultivo en residuales líquidos porcinos de la microalga *Chlorella vulgaris* fueron reportadas por (1,2,4). La calidad del modelo matemático puede ser evaluada, comparando sus predicciones teóricas con estos datos.

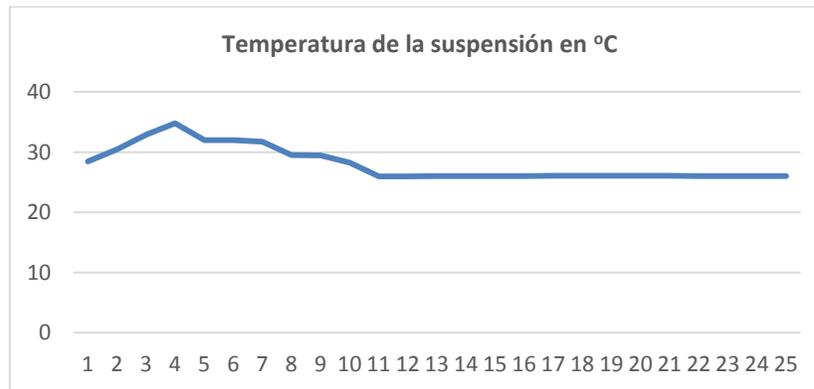
La simulación dinámica del fotobiorreactor de capa fina fue realizada durante las 24 horas del día, se utilizó tiempo de residencia de 1 día y un tiempo de recirculación sobre la superficie de cultivo de 10 h. El residual líquido porcino, utilizado como única fuente de materia orgánica y nutrientes, fue añadido de forma continua durante las 9 primeras horas del día.

La luz fue considerada, encendida para las 10 h de recirculación diurna y apagada para las 14 h en las que la suspensión de cultivo está en el tanque durante la noche.

### **Variación de la temperatura en la suspensión de cultivo**

La temperatura en la suspensión de cultivo se mantuvo entre 27 y 36 °C. Durante el día la temperatura asciende desde 27 °C a las 7 a.m. a 36 °C a la 12 a.m. luego

desciende hasta 27 °C al finalizar la tarde, durante la noche la temperatura se mantiene estable (figura 3).



**Fig.3-** Temperatura de la suspensión de cultivo

En todos los gráficos, el eje de las ordenadas representa las horas del día, el número 0 corresponde a las 7.00 a.m. y el 25 las 7.00 a.m. del día siguiente.

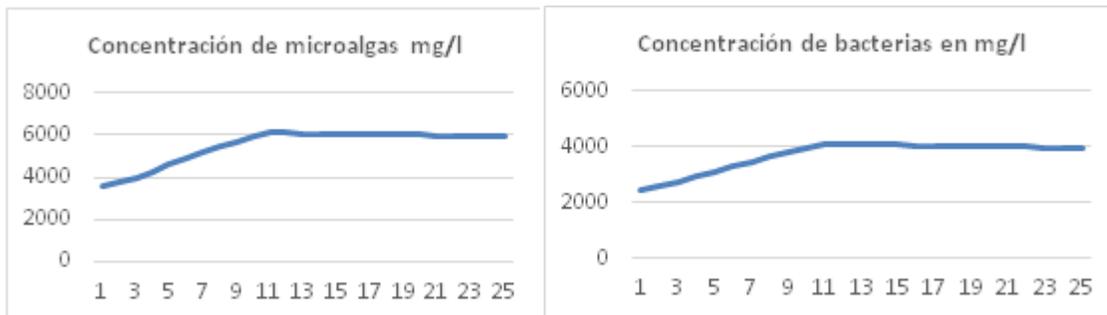
### **Variación de la concentración algas y bacterias**

Las variaciones en las concentraciones de algas y bacterias obtenidas con el modelo fueron comparadas con las reportadas en los experimentos, el error nunca supera el 3% (figura 4). Según el modelo, la velocidad de crecimiento de los microorganismos se ve afectada por: la temperatura de la suspensión de cultivo, la concentración inicial de microorganismos, la velocidad de alimentación del residual líquido porcino y el pH de la suspensión de cultivo.

La temperatura de la suspensión de cultivo depende de la irradiación solar incidente, la velocidad del viento, la humedad relativa y la inclinación del canal de cultivo. Valores superiores a 33 °C pueden reducir la productividad por unidad de área de cultivo hasta un 5%, valor que coincide con las estimaciones de los modelos propuestos por <sup>(6, 7, 12)</sup>.

La concentración inicial de microorganismos (algas + bacterias) es un factor muy importante y puede reducir la productividad por unidad de área de cultivo en un 40%, por ejemplo, a concentraciones de microorganismos superiores a 5000 mg/L se puede alcanzar una productividad cercana a 40000 mg/m<sup>2</sup>d, sin embargo, a una concentración inicial de 3000 mg/L solo es posible una productividad de 24000 mg/m<sup>2</sup>.d.

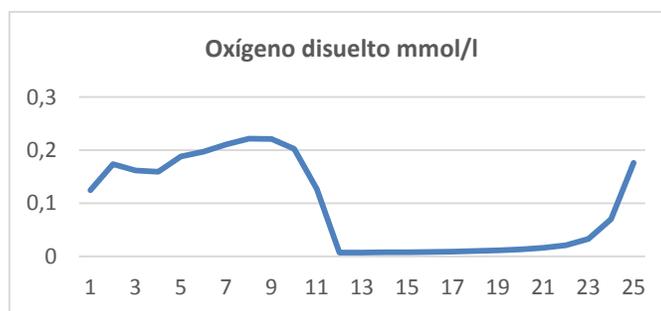
A concentraciones de microorganismos (algas + bacterias) superiores a 5000 mg/l e inferiores a 7500 mg/L la cantidad de materia orgánica requerida en términos de DBO es de 40000 mg/m<sup>2</sup>.d, a razón de 4444 mg/h, velocidades inferiores de alimentación reducen la velocidad de crecimiento microbiana por limitación de dióxido de carbono y oxígeno disuelto, velocidades superiores de alimentación provocan incremento del pH, por ejemplo, a velocidad de 5555 mg/h de materia orgánica el pH puede subir hasta 8,6 y a 6666 mg/h el pH sube hasta 8,75, esto reduce la velocidad de crecimiento de las algas ya que se limita el dióxido de carbono disuelto y aumenta la concentración del ion bicarbonato [ $HCO_3^-$ ]. Velocidades de alimentación de materia orgánica superiores a 6666 mg/h provocan colapso del sistema.



**Fig.4-** Concentración de microalgas y bacterias

### Variación de la concentración de oxígeno disuelto

Las concentraciones de oxígeno disuelto reportadas en los experimentos fueron estimadas por el modelo con un error inferior al 6 % en todos los casos. En las primeras horas de la mañana la concentración de oxígeno disuelto en la suspensión de cultivo sube hasta alcanzar 0,21 mmol/L, por la elevada actividad de las algas, se mantiene entre 0,15 mmol/L y 0,19 mmol/L durante todo el día. Durante la noche la concentración de oxígeno disuelto en la suspensión de cultivo es muy baja, alrededor de 0,008 mmol/L, las algas están inactivas y las bacterias continúan degradando la materia orgánica residual del día (figura 5). Valores similares han sido reportados para estanques de algas alta tasa de crecimiento. <sup>(6, 7, 12)</sup>



**Fig.5-** Concentración de oxígeno disuelto

### **Variación del pH en la suspensión de cultivo**

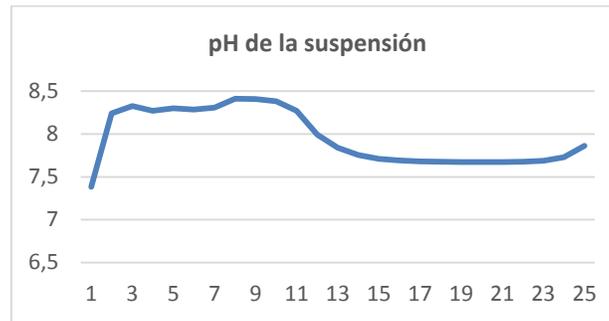
Los valores de pH predichos por el modelo coinciden con los conseguidos en los experimentos, el error nunca supera el 3,6 %. Estos valores son similares a los obtenidos cuando se utiliza el modelo propuesto en referencias anteriores.<sup>(6, 7, 12)</sup> No sucede lo mismo si se emplea el modelo propuesto por<sup>(13)</sup> ya que el error puede superar el 12,5 % y por tanto no se ajusta a los resultados experimentales obtenidos. Si se utiliza el modelo propuesto se puede ver el comportamiento del pH en función de la alimentación de nutrientes al sistema, si la alimentación es continua el pH sigue un comportamiento similar al simulado en la figura 6, sin embargo, cuando la alimentación es discontinua el pH sube cuando se alimentan los nutrientes y baja con el consumo de nutrientes, por ende, tiene picos durante el día.

A medida que el CO<sub>2</sub> es consumido por las algas, el pH aumenta debido a consideraciones de equilibrio al igual que el oxígeno disuelto que incrementa en las primeras horas y posteriormente se equilibra en un valor constante y más bajo. En contraste, cuando el substrato orgánico es consumido, el nivel de oxígeno disuelto baja y el pH disminuye debido a la producción de CO<sub>2</sub>. Por lo tanto, se anticipa que las dos variables se muevan en la misma dirección, si la tendencia es ascendente, las reacciones de las algas son dominantes, si es descendente, las reacciones bacterias son predominantes.

La simulación demuestra que después arrancar las bombas, las reacciones de las algas son claramente más rápidas y el pH aumenta, mientras la concentración de CO<sub>2</sub> disuelto en la suspensión se reduce. Cuando el pH alcanza cerca de 8.5, la velocidad de crecimiento de las algas es severamente limitada debido a la no

disponibilidad progresiva de  $\text{CO}_2$ . La velocidad con la cual el pH aumenta se reduce y la producción de oxígeno se retarda. El pH, no obstante, se mantiene alto, porque el  $\text{CO}_2$  disponible es utilizado por las algas.

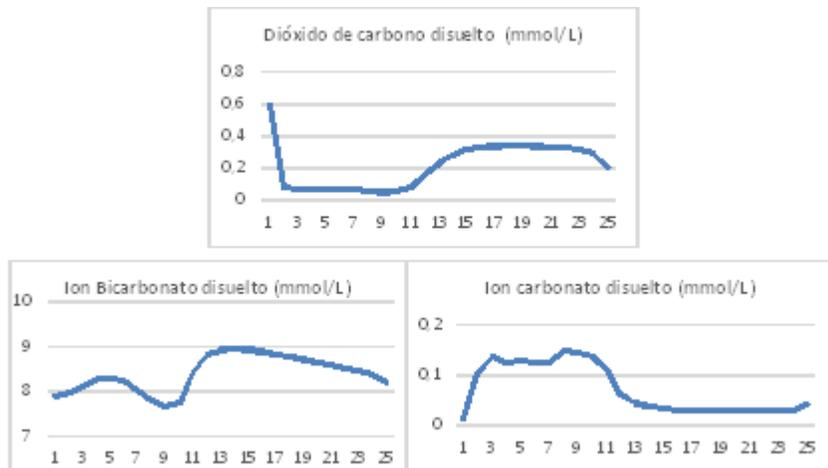
Al medio día, el pH y oxígeno disuelto se mantienen altos, con algunas fluctuaciones. El pH alto causa pérdidas de  $\text{NH}_3$  a la atmósfera. Durante la noche las reacciones bacterianas son predominantes, la concentración de oxígeno en la suspensión de cultivo y el pH bajan, este último se estabiliza en valores próximos a 7,6. En la figura 6 se presenta el pH de la suspensión de cultivo.



**Fig.6-** pH de la suspensión de cultivo

### **Variación de la concentración de dióxido de carbono disuelto**

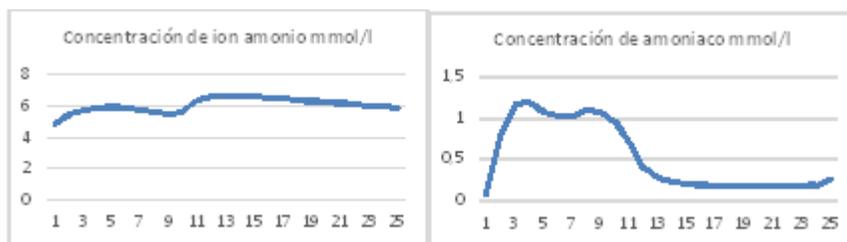
Las concentraciones de dióxido de carbono disuelto en los experimentos fueron estimadas por el modelo con un error inferior al 5 % en todos los casos. La concentración de dióxido de carbono disuelto disminuye durante el día ya que las reacciones de las algas son predominantes y aumentan en la noche cuando las reacciones de las bacterias son predominantes. Sin embargo, las concentraciones de ion bicarbonato permanecen estable durante el día y las de ion carbonato aumentan durante el día y disminuyen en la noche tal y como lo hace el pH de la suspensión de cultivo (figura 7). Valores similares han sido reportados por <sup>(6, 7, 12)</sup> en un estanque de algas de alta tasa de crecimiento.



**Fig.7-** Concentración de carbono total disuelto

### Variación de la concentración de nitrógeno amoniacal disuelto

Las concentraciones de nitrógeno amoniacal experimental fueron estimadas por el modelo con un error inferior al 7 %. Durante el día la concentración de amoniaco en la suspensión de cultivo permanece alta, esto facilita el desprendimiento de este gas a la atmosfera, y durante la noche baja. Las concentraciones de ion amonio permanecen altas durante todo el día y se mueven entre 4,4 y 6 m mol/L esto garantiza el nitrógeno necesario para el crecimiento de algas y bacterias (figura 8). Valores similares han sido reportados por <sup>(6, 7, 12)</sup> en un estanque de algas de alta tasa de crecimiento.



**Fig.8-** Variación de la concentración de nitrógeno amoniacal

### Características generales de operación

En la tabla 3 se comparan los resultados del modelo con los reportados.

**Tabla 3-** Resultados experimentales y del modelo

No	Parámetros que coinciden en los experimentos y en el modelo			Resultados Experimentales			Resultados del modelo			Error en función de Pnt (%)
	Co (g/l)	DBO (g/m <sup>2</sup> .d)	I (MJ.m <sup>-2</sup> )	Cf (g/l)	Pnt (g/m <sup>2</sup> .d)	R (%)	Cf (g/l)	Pnt (g/m <sup>2</sup> .d)	R (%)	
1	3,50	32,66	20,10	6,44	27,30	83,60	6,38	26,78	82,02	-1,89
2	3,00	26,25	19,40	5,43	22,60	86,10	5,47	22,97	87,51	1,64
3	3,15	27,86	18,10	5,72	23,90	85,80	5,75	24,18	86,81	1,17
4	4,80	44,96	16,40	8,54	34,80	77,40	8,62	35,53	79,01	2,09
5	6,00	59,7	17,30	10,24	39,40	66,00	10,21	39,15	65,59	-0,63
6	4,00	42,1	19,30	7,32	30,90	73,40	7,25	30,23	71,8	-2,18
7	3,80	49,74	19,90	6,88	28,60	57,50	6,81	27,99	56,28	-2,12
8	3,50	35,32	20,10	6,44	27,30	77,30	6,37	26,69	75,58	-2,23
9	3,00	26,51	22,60	5,37	22,00	83,00	5,47	22,97	86,65	1,63
10	4,80	54,11	18,20	8,48	34,20	63,20	8,52	34,6	63,93	1,16

Co - es la concentración inicial de microorganismos (algas + bacterias) y Cf la concentración final en (g/L).

Pnt - es la productividad neta total en (g/m<sup>2</sup>.d) y DBO es la DBO<sub>5</sub> añadida por metro cuadrado de superficie de cultivo en (g/m<sup>2</sup>.d).

% R- Porcentaje de remoción de la materia orgánica en (%).

I – Irradiación incidente en (MJ.m<sup>-2</sup>).

Los resultados del modelo coinciden con los reportados. Por tanto, con el modelo es posible simular un fotobiorreactor de capa fina para el cultivo de algas + bacterias y definir sus parámetros típicos de operación.

## Conclusiones

1. El modelo matemático dinámico desarrollado describe el crecimiento de algas y bacterias en un fotobiorreactor de capa fina de 3500 m<sup>2</sup>, que utiliza el residual líquido porcino como única fuente de materia orgánica y nutrientes, al comparar la productividad neta total diaria estimada, con los resultados experimentales, el error nunca excede <sup>±</sup>.2,5%.
2. Las variaciones en las concentraciones de dióxido de carbono, nitrógeno amoniacal y ortofosfatos disueltos en la suspensión de cultivo se ajustan a las obtenidas experimentalmente y el error de estimación es menor de un 8%.
3. Para la estimación del pH resulta indispensable tener en cuenta la concentración total de carbono inorgánico, nitrógeno amoniacal, ortofosfatos disueltos e iones inertes.

4. El valor del pH obtenido en el modelo se ajusta a los datos experimentales y permite la distribución resultante de las sub-especies químicas individuales, lo que facilita utilizar la concentración de CO<sub>2</sub> en la suspensión de cultivo como factor limitante del crecimiento de las algas y por tanto regular la velocidad de crecimiento en función del pH.
5. La cantidad de materia orgánica en el residual añadido, en términos de DBO, está en función de la concentración de microorganismos y nunca debe ser superior a 45 g/m<sup>2</sup>.d, lo que garantiza buena productividad por unidad de área de cultivo y remoción de la materia orgánica superior al 90%.

A continuación en la figura 9 se presenta la nomenclatura utilizada en el trabajo

A = concentración de alga, mg.l <sup>-1</sup>	p = logaritmo negativo
a = tamaño efectivo de ion hidratado, Å	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup> = Concentración del ion fosfatos, mol l <sup>-1</sup>
B = constante	P <sub>T</sub> = Concentración de orto fosfatos totales, mol l <sup>-1</sup>
C <sub>T</sub> = concentración total de carbono inorgánico, mol.l <sup>-1</sup>	S = concentración de sustrato, mg BOD l <sup>-1</sup>
CO <sub>2D</sub> = concentración de CO <sub>2</sub> disuelto, mol.l <sup>-1</sup>	T = temperatura absoluta, K
CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup> = concentración de iones de carbonato, mol.l <sup>-1</sup>	t = tiempo
C <sub>p</sub> = Capacidad calorífica, kJ kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup>	V = volumen del sistema, m <sup>3</sup>
DBO = Demando biológica de oxígeno, mg.l <sup>-1</sup>	W = ancho del HRAP canal, m
G = constante	X = concentración de bacterias, mg l <sup>-1</sup>
H <sup>+</sup> = concentración de ion de hidrógeno, mol l <sup>-1</sup>	Y = rendimiento, mg de células de bacterias por (mg BOD consumido) <sup>-1</sup>
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup> = concentración de ión de bicarbonato, mol.l <sup>-1</sup>	Y <sub>CA</sub> = rendimiento, mol CO <sub>2</sub> producido por (mg algas) <sup>-1</sup>
NH <sub>3</sub> = concentración de amoniaco, mol l <sup>-1</sup>	Y <sub>CB</sub> = rendimiento, mol CO <sub>2</sub> consumido por (mg bacteria) <sup>-1</sup>
NH <sub>4</sub> <sup>+</sup> = concentración de ion amonio, mol l <sup>-1</sup>	Y <sub>N</sub> = mol N <sub>T</sub> consumido por (mg algas o bacterias) <sup>-1</sup>
N <sub>T</sub> = concentración de nitrógeno inorgánico total, mol l <sup>-1</sup>	Y <sub>OA</sub> = rendimiento, mol oxígeno producido por (mg algas) <sup>-1</sup>
H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub> = Concentración de ácido fosfórico, mol l <sup>-1</sup>	Y <sub>OB</sub> = rendimiento, mol oxígeno consumido por (mg bacteria) <sup>-1</sup>
H <sub>2</sub> PO <sub>4</sub> <sup>-</sup> = Concentración del ion di hidrógeno fosfato, mol l <sup>-1</sup>	Y <sub>PA</sub> = mol P <sub>T</sub> consumido por (mg algas) <sup>-1</sup>
HPO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> = concentración del ion hidrógeno fosfato, mol l <sup>-1</sup>	Y <sub>PB</sub> = mol P <sub>T</sub> consumido por (mg bacterias) <sup>-1</sup>
H = profundidad del fluido en el canal, m	Z = concentración neta de (catión-anión), mol l <sup>-1</sup>
h = Coeficiente de transferencia de calor, kJ.m <sup>-2</sup> .°C <sup>-1</sup>	<u>Subscriptos en las próximas 5 líneas</u>
l = fuerza iónica de la solución, equiv · l <sup>-1</sup>	0 = condiciones iniciales
I <sub>S</sub> = irradiación de saturación para el crecimiento de las algas, Wm <sup>-2</sup>	A = en relación a las algas
K <sub>A</sub> = constante de disociación del amoniaco, mol l <sup>-1</sup>	B = en relación a las bacterias
K <sub>C</sub> , K <sub>N</sub> , K <sub>O<sub>2</sub></sub> , K <sub>S</sub> = constantes de velocidad media para el dióxido de carbono, amoniaco total, oxígeno y sustrato respectivamente, mol (o mg) l <sup>-1</sup>	CO <sub>2</sub> = en relación a CO <sub>2</sub>
K <sub>1C</sub> , K <sub>2C</sub> = primera y segunda constantes de disociación del ácido carbónico en el sistema, mol l <sup>-1</sup>	N = en relación a nitrógeno o amoniaco
K <sub>1p</sub> , K <sub>2p</sub> , K <sub>3p</sub> = primera, segunda y tercera constate de disociación del ácido fosfórico, mol l <sup>-1</sup>	O, O <sub>2</sub> = en relación a oxígeno
K <sub>d</sub> = coeficiente de muerte biológica, d <sup>-1</sup>	<u>Sobrescriptos (*)</u> = condiciones de equilibrio
K <sub>La</sub> = coeficiente de transferencia de masa, h <sup>-1</sup>	a = en relación con el aire

L(t)= función que representa la disponibilidad de luz	i = en relación con el CO <sub>2</sub> , O <sub>2</sub> o NH <sub>3</sub> según corresponda
O <sub>2</sub> = concentración de oxígeno disuelto, mol l <sup>-1</sup>	IN = alimentado
P = presión parcial del gas en la fase de vapor, atm	pre = precipitado
P = presión parcial del gas en la fase de vapor, atm	MIN = mineralizado
	OUT= salida

Simbolos griegos

$\alpha$ = constante adimensional	$\hat{\mu}$ =velocidad de crecimiento especifica máxima, h <sup>-1</sup>
$\gamma$ = coeficiente de actividad	$\varepsilon$ = valencia iónica
$\epsilon$ = constante dieléctrica	$\beta$ = coeficiente de transferencia de masa, h <sup>-1</sup>
$\theta$ = temperatura, °C	
$\mu$ =velocidad de crecimiento biológica especifica, h <sup>-1</sup>	

Fig. 9- Nomenclatura utilizada en el trabajo.

## Referencias bibliográficas

1. ALFARO, O. G., PROENZA, R. A., JACOBS A. R. Modelo dinámico de un fotobiorreactor de capa fina, utilizado para el cultivo de la microalga *Chlorella sp.* y bacterias en aguas residuales de alta carga orgánica. *Revista Tecnología Química*. Santiago de Cuba: Ediciones UO, 2017, **37** (1), pp.79-93. ISSN: 2224-6185.
2. ALFARO, O. G., JUANTORENA, A., LEAL A, Y RAMÍREZ A. Tratamiento de residuales líquidos. *Revista Tecnología Química*. Santiago de Cuba: Ediciones UO, 1997, **17** (1), pp. 16-22. ISSN: 0041-8420.
3. ARENAS E. G., RODRÍGUEZ PALACIO M. C., JUANTORENA, A. U., FERNANDO S. E. L. AND SEBASTIAN. P. J. Microalgae as a potential source for biodiesel production: techniques, methods, and other challenges. *International Journal of Energy Research*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2016, **41**(6), pp. 761–789. ISSN: 1099-114X.
4. ARMAS, E., JUANTORENA, A.U, ALFARO, O.G., RUBIO D., GORRA, L. Cultivo de *Chlorella sp.* con residual porcino en un cultivador de película descendente de 3500 m<sup>2</sup>. *Revista Tecnología Química*. Santiago de Cuba: Ediciones UO, 1993, **14** (2), pp.66-71. ISSN: 0253-9276.
5. SOLIMENO, A., PARKER, L., LUNDQUIST, T., & GARCÍA, J. Integral microalgae-bacteria model (BIO\_ALGAE): Application to wastewater high rate

- algal ponds. *Science of The Total Environment*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2017, **601**, pp. 646–657. ISSN: 0048-9697.
6. SOLIMENO, A., & GARCÍA, J. Microalgae and bacteria dynamics in high rate algal ponds based on modelling results: Long-term application of BIO\_ALGAE model. *Science of The Total Environment*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2019, **650**, pp. 1818–1831. ISSN: 0048-9697.
  7. HILL, D.T. AND LINCOLN E. P. Development and validation of a comprehensive model of large – scale production of microalgae. *Agricultural wastes*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 1981, **3**, pp. 43-46. ISSN: 0141-4607.
  8. MONOD J. The growth of bacterial cultures. *Annual Review of Microbiology*. California, USA: Stanford University, 1949, **3**, pp. 371-394. ISSN: 1545-3251
  9. DECOSTERE, B., VAN HULLE, S.W.H., DUYCK, M., MAERE, T., VERVAEREN, H. AND NOPENS, I. The use of a combined respirometric – titrimetric setup to assess the effect of environmental conditions on micro-algal growth rate. *Journal of Chemical Technology and Biotechnology*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2016, **91**, pp. 248-256. ISSN: 1097-4660.
  10. LOEWENTHAL R. E. AND MARAIS G. V. R. Carbonate Chemistry of Aquatic Systems: Theory and application. USA: Ann Arbor Science Publishers, 1976. ISBN: 978-0250401413.
  11. STUMN, W. AND MORGAN J. J. Aquatic Chemistry. Chemical Equilibria and Rates in Natural Waters. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1996. ISBN 0-471-51184-6.
  12. BERAN, B. AND KARGI, F. A dynamic mathematical model for wastewater stabilization ponds. *Ecological Modelling*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2005, **181**. pp. 39-57. ISSN: 0304-3800.
  13. BUHR, H.O. AND MILLER, S.B. A Dynamic Model of the High-Rate Algal-Bacterial Wastewater Treatment Pond. *Water Research*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 1983, **17**, pp.29–37. ISSN:0043-1354
  14. DECOSTERE, B., JANSSENS, N., ALVARADO, A., MAERE, T., GOETHALS, P., VAN HULLE, S.W.H. AND NOPENS, I. The use of a combined respirometer–titrimer for the determination of microalgae kinetics: Experimental data collection

- and modelling. *Chemical Engineering Journal*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2013, **222**, pp.85–93. ISSN: 1385-8947.
15. LEE, E., JALALIZADEH, M., ZHANG, Q. Growth kinetic models for microalgae cultivation. *Algal Research*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2015, **12**, pp. 497-512. ISSN: 2211-9264.
  16. BANKS, C.J., KOLOSKOV, G.B., LOCK, A.C. AND HEAVEN, S. A computer simulation of the oxygen balance in cold climate winter storage WSP during the critical spring warm-up period. *Water science and technology*. London, UK: IWA Publishing, 2003, **48** (2), pp.189–196. ISSN: 0273-1223.
  17. COPPENS J., DECOSTERE B. AND VAN HULLE, S. Kinetic exploration of nitrate accumulating microalgae for nutrient recovery. *Applied Microbiology and Biotechnology*. Berlin, Germany: Springer, 2014, **98**, pp. 8377–8387. ISSN: 8377-8387.
  18. HARRIS, D.C. *Quantitative Chemical analysis*. Third Edition. New York, USA: W. H. Freeman and Company, 1991. ISBN:9781319164300.
  19. MESPLÉ, F., CASELLAS, C. TROUSSELLIER, M. AND BONTOUX J. Modelling orthophosphate evolution in high rate algal pond. *Ecological Modelling*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 1996, **89**, pp. 13-21. ISSN: 0304-3800
  20. KNEULE, F. *El Secado. Enciclopedia de la tecnología química*. Bilbao, España: URMO, S.A. Ediciones, 1976. ISBN: 84-314-0016-1.

### **Conflictos de interés**

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses

### **Contribución de los autores**

- Orlando Gines Alfaro Vives: Toma de muestras, realización de cálculos y preparación del modelo, procesamiento de datos, elaboración de programas y escritura del artículo.
- Alina Juantorena Ugás: Toma de muestras y revisión del artículo.
- Roger Proenza Yero: Procesamiento de datos, elaboración de programas.