

# 26

Fecha de presentación: septiembre, 2016

Fecha de aceptación: noviembre, 2016

Fecha de publicación: enero, 2017

## OPTIMIZACIÓN

DEL PLAN DE PRODUCCIÓN. ESTUDIO DE CASO CARPINTERÍA DE ALUMINIO

**OPTIMIZATION OF THE PRODUCTION PLAN. CASE STUDY ALUMINUM CARPENTRY**

MSc. Guillermo A. López Calvajar<sup>1</sup>

E-mail: [glpezcalvajar@gmail.com](mailto:glpezcalvajar@gmail.com)

Dr. C. Nelson Arsenio Castro Perdomo<sup>1</sup>

MSc. Otto Guerra<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidad Metropolitana. República del Ecuador.

### ¿Cómo referenciar este artículo?

López Calvajar, G. A., Castro Perdomo, N. A., & Guerra, O. (2017). Optimización del plan de producción. Estudio de caso Carpintería de Aluminio. *Universidad y Sociedad* [seriada en línea], 9 (1), pp. 178-186. Recuperado de <http://rus.ucf.edu.cu/>

### RESUMEN

El presente trabajo es resultado de un proyecto de investigación asociado al empleo de modelos económico matemáticos en la fundamentación de la planificación empresarial, y tiene como objetivo la aplicación de los métodos de optimización (programación lineal) para la selección científicamente argumentada de la variante de plan de producción (presupuesto de producción en unidades físicas) de la empresa. En el desarrollo se aplican una serie de métodos generales y específicos de investigación, entre los que se destacan los métodos económicos matemáticos y el análisis de documentos. Como resultado principal el trabajo aporta, a partir de la formulación teórico general del modelo de programación lineal, la formulación teórico específica para este tipo de aplicación en la planificación empresarial y su validación práctica en el caso de estudio Unidad Estratégica de Negocios Carpintería de Aluminio.

**Palabras clave:** Modelación económico-matemática, optimización, producción empresarial.

### ABSTRACT

The present work is the result of a research project associated with the use of mathematical economic models for the basis of business planning. It is aimed at the application of optimization methods (linear programming) for scientifically reasoned selection of variant production plan (production budget in units) of the company. A series of general and specific research methods, among them mathematical economic methods and document analysis are applied in the development of research. As a main result the paper contributes, from the general theoretical formulation of the linear programming model, the specific theoretical formulation for this type of application in business planning and practice validation in the case study Strategic Business Unit Aluminum.

**Keywords:** Economic-mathematical modeling, optimization, business production.

## INTRODUCCIÓN

Uno de los rasgos distintivos de estos tiempos es la matematización de todas las esferas del conocimiento y la aplicación de modelos para la profundización de los conocimientos y solución de problemas, en una época donde el alto nivel de complejidad caracteriza los fenómenos y procesos de la sociedad. Y las ciencias económicas no son una excepción: en este campo también se aplica la modelación económico matemática, impulsado por el impetuoso avance en los equipos de cómputo automatizado, el desarrollo de software (paquetes de programas que facilitan su formulación y procesamiento automatizado), que según Vergara (1999), contribuyen a la efectividad de las decisiones gerenciales, con cambio de estilos basados en la creatividad, el juicio, la intuición y la experiencia por métodos cuantitativos con aproximaciones científicas.

El modelo es el objeto mentalmente representado que sustituye al objeto original para su análisis y obtención de conocimientos, por lo que se puede considerar la modelación como el proceso de estudio, formulación y aplicación de modelos en busca de nuevos y superiores conocimientos, que constituye un proceso complejo que abarca varias etapas, que pueden agruparse de la siguiente manera: a) el estudio del problema, b) la construcción del modelo, c) su aplicación práctica y d) la comprobación de los resultados, resulta ser su característica principal el carácter cíclico de este proceso, pues el logro de nuevos conocimientos sobre el objeto en cuestión, puede llevar al perfeccionamiento de la formulación inicial.

Los modelos se clasifican en dos grandes grupos: materiales e ideales. Dentro de estos últimos existe una gran variedad, los simbólicos son los fundamentales y dentro de estos los lógico-matemáticos, que se expresan en el lenguaje de la lógica y la matemática, y representan un sistema de relaciones (funciones, ecuaciones, inecuaciones, algoritmos), los que reflejan las propiedades esenciales del objeto de investigación. El modelo matemático de cualquier objeto, proceso o fenómeno de la realidad objetiva consta de tres elementos fundamentales:

Las características del objeto por determinar (variables).

- Las características de las condiciones variables respecto al objeto modelado.
- Y el conjunto de parámetros internos del objeto.

Tanto las características de las condiciones variables como el conjunto de parámetros internos del objeto pueden analizarse como variables exógenas y se calculan fuera del modelo, mientras que las características del

objeto por determinar representan las variables endógenas que se determinan con ayuda del modelo en el proceso de solución del problema. Precisamente esta formulación matemática a una tarea económica es a lo que, más convencionalmente se le denomina modelo económico-matemático.

Son muchas las tareas de la economía que pueden resolverse con ayuda de la modelación. De forma muy general pueden agruparse en: tareas de optimización y tareas de no optimización. La característica fundamental a partir de la cual las tareas económicas se clasifican en uno u otro grupo es la existencia de una función que debe ser optimizada, siendo el objetivo de las primeras la determinación de la solución óptima dentro de todas las posibles, entre las cuales se incluye la selección de la estructura de producción: determinación del plan o presupuesto de producción en unidades físicas.

La programación lineal es uno de los métodos de cálculo de la programación matemática; por su utilidad y posibilidades constituye una de las técnicas de cómputo matemático automatizado más desarrolladas en la actualidad, su teoría y método se refiere a la solución de problemas de optimización, en lo que se busca el valor máximo o mínimo de una función sujeta a determinadas restricciones con un número definido de variables. Los problemas de optimización se componen generalmente de tres elementos: función objetivo, variables y restricciones (Ramos, Sánchez, Ferrer, Barquín & Linares, 2010). Su forma teórico general o estándar puede plantearse de la siguiente manera:

Dada una función lineal de  $r$  variables, se requiere determinar valores no negativos para las mismas que maximicen o minimicen el valor de la función lineal, sujeta a ciertas condiciones que asumen la forma de un sistema de ecuaciones o inecuaciones.

Considerando que  $r$  es el número de variables y que el sistema de ecuaciones o inecuaciones consta de  $n$  elementos, con  $n < r$ ; el enunciado anterior se expresa en la formulación siguiente:

$$Z = c_{11}X_1 + c_{12}X_2 + \dots + c_{1r}X_r$$

y que satisfaga

$$X_j \geq 0, \text{ donde } j = 1 \dots r$$

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1r}X_r (\geq, =, \leq) b_1$$

La expresión  $Z$  representa el criterio de optimalidad del modelo (máximo o mínimo), los  $c_r$  se denominan coeficientes de la función objetivo. La condición de no negatividad es representada por  $X_j \geq 0$ . En el sistema de restricciones, donde a cada una corresponde un sólo signo ( $\geq$ ,

$=, \leq$ ) los  $a$  identifican los coeficientes de las variables en las restricciones y los  $b$  los términos independientes. Las  $X_j$  se denominan variables de decisión o variables esenciales del modelo, representando cada una determinada actividad.

En general la aplicación del modelo de programación lineal está sujeto a ciertas exigencias o premisas, entre las que destacan: la existencia de un objetivo bien definido a alcanzar con la solución del problema y que responda a fórmulas, lo cual representa el criterio de optimalidad, existencia de una gran cantidad de factores que limiten la solución del problema, los cuales constituyen el sistema de restricciones del modelo y que resulten válidos los supuestos de proporcionalidad y aditividad que caracterizan el modelo.

Su aplicación práctica constituye un proceso complejo, con carácter cíclico, que abarca una serie de etapas que pueden agruparse de la forma siguiente: planteamiento del problema, captación de la información primaria y su preparación, formulación práctica del modelo, procesamiento computacional, obtención de las soluciones y análisis e interpretación de los resultados. El procedimiento a seguir para la construcción del modelo abarca tres pasos fundamentales:

- Definición de las variables de decisión en las que cada una se identifica con una de las actividades del problema que se estudia y se requiere cumplir dos requisitos: su definición conceptual que se refiere al significado de la variable en el contexto del problema y su definición dimensional o en términos cuantitativos, es decir, las dimensiones en que debe tratarse la actividad que se modela.
- La construcción del sistema de restricciones a criterio de Salazar (2012), se refiere a todo aquello que limita la libertad de los valores que pueden tomar las variables de decisión. Así el sistema de restricciones está sujeto a la condición de no negatividad ( $X_j \geq 0$ ), constituyen el conjunto de limitaciones a las posibles decisiones, debido a que en la programación lineal no se optimiza solo la función objetivo, sino se encuentra sujeta a ciertas restricciones que hay que respetar. En la formulación de las restricciones del modelo es necesario considerar: el carácter limitado de la supuesta restricción y definir la dimensión física y temporal de la constante que se coloca en el término independiente, así como el signo de la restricción: para una disponibilidad máxima  $\leq$ , para una cuota mínima a cumplir con el signo de  $\geq$  y una condición de exactitud con el signo de igualdad ( $=$ ). Además, analizar las variables que deben formar parte de la restricción y una vez confor-

mada la restricción y ubicadas las variables, con vista a cumplir la condición de aditividad es necesario definir el coeficiente de conversión que permita adaptar la dimensión de las variables al término independiente.

- La selección y formulación del criterio de optimalidad: el criterio de optimalidad o función objetivo incluye a todas las variables del problema y expresa el propósito central que se persigue con la solución del modelo, de aquí que uno de los aspectos más importantes es su elección y formulación, la función objetivo del modelo es el instrumento matemático que permite escoger dentro de las posibles soluciones, la óptima.

## DESARROLLO

La planificación empresarial y la elaboración del presupuesto constituyen una tarea muy importante, que requiere de fundamentación en la selección de la alternativa de plan, que a decir de Viveros (2010), exige de decisiones anticipadas para optimizar el uso de los recursos. Experiencias prácticas de aplicación de la optimización lineal en Europa como las desarrolladas por Horst (2003), entre cuyas aplicaciones se incluye la presupuestaria. Y es que la selección científicamente argumentada de la mejor alternativa de plan de producción de la empresa (variante óptima), que garantice el mayor efecto económico para la organización, con la utilización racional de los recursos disponibles, constituye una de las importantes soluciones y decisiones de la economía empresarial, asociado al concepto de economía, a decir de Samuelson (2007), la manera en que las sociedades eligen como emplear los recursos escasos, que pueden tener usos alternativos, para satisfacer las necesidades sociales.

Estas aplicaciones de la optimización, consideradas por Arsham (2002), sirven para encontrar la respuesta que proporciona el mejor resultado, entre los que destaca las ganancias, valor de producción entre otros; por lo que su empleo puede trabajarse en diferentes versiones, asociadas a la optimización de diferentes indicadores de la gestión de la empresa como lo son también los costos de producción y la utilización de la capacidad productiva. Otras aplicaciones a criterio de Gazmuri & Arrate (1995), maximizan el beneficio en consideración a la dotación de mano de obra como factor determinante de la capacidad de producción, se asume además una demanda conocida para cada periodo y producto. Otros investigadores, entre ellos Gomes, Lisboa & Barman (2006), también refieren diferentes indicadores económicos a optimizar y proponen la aplicación del modelo con múltiples criterios.

Con la fundamentación en la selección de la mejor alternativa de plan de producción anual se contribuye al

cumplimiento de la planeación estratégica de la organización, pues como plantean Heizer & Render (2007, 2008) y más recientemente Chase, Aquilano & Jacobs (2009), la planificación de la producción desde un enfoque clásico, demanda la correspondencia entre los diferentes tipos de planes: estratégicos, tácticos y operativos.

Hoy en día la planificación estratégica se generaliza en la gestión empresarial y esta debe descansar en la adecuada elaboración de los planes corrientes (presupuestos), lo que determina la necesidad de la adecuada fundamentación de estos trabajos, y en este escenario la modelación y aplicación de los métodos de optimización, programación lineal, representan una excelente opción. Sin embargo, en la práctica de la planificación no existe una amplia utilización de estas técnicas.

Ante esta situación, se asume la interrogante de cómo formular y aplicar modelos en la optimización del plan de producción de la empresa para lo cual se desarrollaron trabajos investigativos en el sistema empresarial, con el objetivo de determinar el presupuesto de producción en unidades físicas, con el empleo de los métodos de optimización para garantizar la selección científicamente argumentada de la alternativa de plan y de esta forma contribuir a divulgar estas experiencias para potenciar sus aplicaciones.

Al desarrollo de este trabajo lo beneficiaron la aplicación de métodos generales, técnicas y medios de investigación, en especial los métodos económicos matemáticos para la solución del problema, el análisis de documentos, para la valoración del estado del arte y conformación de la base de datos para la formulación del modelo.

A partir de la forma teórico general o estándar del modelo de programación lineal, se realiza la formulación teórico específica para este tipo de aplicación optimización del presupuesto de producción en unidades físicas, y finaliza de la siguiente manera:

#### Definición de las variables de decisión del modelo

Las variables de decisión del modelo  $X_j$  representan los volúmenes, cantidades, a fabricar del producto en la empresa durante un periodo planificado año, trimestre, mes, etc., expresados en unidades físicas según sea la naturaleza del producto, por ejemplo: toneladas, metros, etc.

#### Definición de los coeficientes del modelo

Los coeficientes de las variables del modelo están determinados por las normas, índices o indicadores, que en unos casos se asocian a los aspectos que constituyen limitaciones, restricciones, a la determinación del plan de producción y en otros se relacionan con los objetivos

y eficiencia económica de la organización que determinan la optimalidad del plan producción de la empresa. Generalmente los coeficientes de las variables del modelo de optimización para la determinación de la variante de producción de la empresa son los siguientes:

Coefficiente de consumo material ( $a_{ij}$ ), que representan la, norma de consumo, del recurso material  $i$  para fabricar una unidad de producto  $j$ , expresado en unidades de recursos material  $i$  por unidad  $j$  de producto  $j$ . Estos representan los coeficientes de las variables en las restricciones relacionadas con la disponibilidad de dichos recursos

Coefficiente de tiempo de trabajo de los obreros ( $h_{ij}$ ): representan el tiempo de trabajo, norma de tiempo requerido por tipo de obreros  $i$  para fabricar una unidad de producto  $j$ , expresado en horas/hombres. norma de tiempo de los obreros. Estos representan los coeficientes de las variables en las restricciones relacionadas con la disponibilidad de recursos laborales de la empresa para el periodo planificado.

Es importante destacar que cuando existe limitación en la disponibilidad de salario para el pago a la mano de obra directa y es necesario incluir esta consideración como restricción, los coeficientes de las variables son los  $s_j$ , que representan el gasto de salario de obreros por unidad de producto  $j$ .

Coefficiente de tiempo de trabajo de los equipos ( $e_{ij}$ ): representan el tiempo de trabajo, norma de tiempo, requerido en el grupo homogéneo de equipos para elaborar una unidad de producto  $j$ , horas/máquinas, normas de tiempo de los equipos, Estos representan los coeficientes de las variables en las restricciones relacionadas con la disponibilidad de capacidad productiva.

- Con respecto a los coeficientes asociados a la optimización del plan, coeficientes de las variables en la función objetivo, estos dependen de la selección del criterio de optimalidad del plan. También para el caso de la aplicación de modelos en la optimización de la estructura de producción de la empresa aparecen generalmente los siguientes:

Coefficientes de ingreso ( $p_j$ ): representan el precio unitario de venta del producto  $j$ , expresado en unidades monetarias. En este caso el criterio seleccionado sería maximizar los ingresos de la empresa.

Coefficientes de beneficio o ganancia ( $g_j$ ): representan el beneficio o ganancia por unidad de producto  $j$ , expresado en unidades monetarias. En este caso el criterio de optimalidad es maximizar la ganancia de la empresa.

Coefficientes de costo ( $c_j$ ): representan el costo unitario de producción del producto  $j$ , expresado en unidades

monetarias. En este caso el criterio de optimalidad es minimizar el costo de producción en la empresa.

#### Definición de los términos independientes del modelo

Los términos independientes del modelo están determinados por una serie de aspectos, que constituyen limitaciones o restricciones y que son obligados considerar, al determinar la variante de plan de producción de la empresa. Unos constituyen exigencias o niveles de producción mínimos a garantizar demanda mínima y otros identificados con las posibilidades de producción: disponibilidad de recursos materiales (materias primas y materiales), de mano de obra, de fondo para el pago de salario y capacidad productiva de la empresa para el periodo planificado.

También constituyen términos independientes del modelo las cotas máximas y mínimas para aquellos indicadores económicos de la empresa, de importancia para su gestión y eficiencia, aunque no sean priorizados en el modelo, seleccionados como criterio de optimalidad, es preciso garantizar un determinado nivel. Estos términos están en dependencia de las versiones y criterios con que se trabaje el modelo. Entonces los términos independientes del modelo son los siguientes:

$D_j$  y  $D_j'$  - Representan la demanda mínima, si procede, y máxima del producto  $j$ .

$A_i'$  - Representa la disponibilidad máxima del recurso material  $i$ .

$H_i'$  - Representa el fondo de tiempo disponible del tipo de obreros  $i$ .

$S'$  - Representa la disponibilidad para el pago de salario a los empleados.

$E_i'$  - Representa el fondo de tiempo productivo disponible en el grupo homogéneo de equipos  $i$  para el periodo.

$P'$  - Representa un nivel racional a garantizar en el ingreso de la empresa.

$G'$  - Representa un nivel racional de ganancia a garantizar.

$CP_i'$  - Representa un nivel racional de utilización de las capacidades productivas.

$C'$  - Representa un nivel racional a garantizar en el costo de producción de la empresa.

#### Formulación de la condición de no negatividad de las variables

$$X_j \geq 0$$

#### Formulación del sistema de restricciones del modelo.

Restricciones Grupo 1 - Demanda de productos para el periodo planificado

$$D_j \leq X_j \leq D_j'$$

Para  $j = 1, \dots, J$  que considerando que  $J$  representa los diferentes tipos de productos que se fabrican en la empresa, habrá  $J - 2$  restricciones. Pero es importante destacar que generalmente en este grupo habrá  $J$  restricciones de cota máxima ( $\leq$ ), más las de cota mínima ( $\geq$ ) en dependencia de la cantidad de productos que sea necesario producir como mínimo determinada cantidad en el periodo planificado.

Restricciones Grupo 2 - Disponibilidad de recursos materiales para el periodo planificado

$$\sum_{j=1}^J a_j * X_j \leq A_i'$$

Para  $i = 1, \dots, I$ , considerando que  $I$  representa la cantidad de tipos diferentes de materias primas y materiales que se consumen en la producción de la empresa, habrá  $I$  restricciones. En este caso es importante destacar que puede que la limitación a la producción por este concepto sea solo en ciertas materias primas, determinando entonces que las restricciones a incluir en el modelo sean las referidas a estos recursos materiales.

Restricciones Grupo No. 3 - Disponibilidad de recursos laborales para el periodo planificado.

$$\sum_{j=1}^J h_j * X_j \leq H_i'$$

Para  $i = 1, \dots, I$ , considerando que  $I$  representa la cantidad de tipos diferentes de obreros que laboran en la empresa, habrá  $I$  restricciones, o sea, tantas restricciones como tipos de obreros diferentes se empleen en la producción.

Restricción 3.1 - Disponibilidad de fondo de salario para el pago a los obreros.

$$\sum_{j=1}^J s_j * X_j \leq S'$$

Nótese que  $S$  no tiene subíndice, por lo que en este caso no se trata de un grupo de restricciones, sino una sola restricción a nivel de empresa, en caso que se diera la particularidad de que se tenga un presupuesto o fondo de salario máximo permisible para el periodo planificado.



**Restricciones Grupo 4.** - Disponibilidad de capacidades de producción de la empresa.

$$\sum_{j=1}^J e_j * X_j \leq E_i'$$

Para  $i = 1, \dots, I$  que considerando que  $I$  representa la cantidad de tipos diferentes de equipos homogéneos instalados, habrán  $I$  restricciones, o sea, tantas restricciones como tipos de equipos diferentes que se empleen en la producción de la empresa.

#### Formulación del criterio de optimalidad del modelo.

La selección del criterio de optimalidad del plan constituye uno de los aspectos más importantes en la formulación del modelo, en este tipo de aplicación estará en función de los objetivos y metas principales de la organización, por tanto se asocia con indicadores importantes de la gestión de la empresa: **ingresos, ganancia, costo de producción**, etc, que en dependencia de su naturaleza determinarán el carácter (maximizar o minimizar) de la función objetivo.

$$\text{Min(ó)Máx } Z = \sum_{j=1}^J c_j * X_j$$

El modelo puede trabajarse en diferentes versiones con varios criterios. Las versiones se refieren a los indicadores a optimizar en la función objetivo entre los cuales destacan maximizar el valor de producción, la ganancia, la utilización de la capacidad productiva o minimizar los costos de producción; en cada versión los indicadores no priorizados pueden incluirse como restricciones para garantizar un determinado nivel, que puede trabajarse con varias cotas asociadas al nivel mínimo a garantizar, un nivel racional o un alto nivel para esos indicadores no priorizados en la optimalidad del modelo.

#### 2. Formulación práctica y procesamiento computacional del modelo

En general la información primaria para la formulación práctica del modelo se obtiene de la información contable y estadística de la empresa. La información para la formulación de las variables de decisión se tiene de la nomenclatura y surtido de producción, la información para la definición de los coeficientes del modelo se tiene de las normas de consumo material, normas de tiempo de los obreros, normas de tiempo de los equipos, precios, ganancia y costos unitarios y para los términos independientes se tiene de los estimados de demanda por tipo de producto, disponibilidad de materiales, de obreros,

salario para el pago a la mano de obra, capacidad productiva, fondo productivo disponible y niveles de valor de producción, ganancia, porcentaje de utilización de la capacidad productiva y costo de producción a garantizar para los indicadores no priorizados en el criterio de optimalidad del modelo. Los datos e información captada en la empresa aparecen reflejados en la formulación práctica del modelo para la optimización del costo de producción con niveles racionales de valor de producción, ganancia y porcentaje de utilización de la capacidad productiva.

Formulación práctica del modelo.

#### Variables de decisión del modelo

X1	Representa la cantidad de puerta de abrir 1 hoja, a producir en el 2015.
X2	Representa la cantidad de puerta simple lama fija,
X3	Representa la cantidad de puerta de abrir 2 hojas,
X4	Representa la cantidad de puerta doble a cuarterón
X5	Representa la cantidad de ventana paño fijo
X6	Representa la cantidad de ventana de corredera 2 hojas
X7	Representa la cantidad de ventana batiente 1 hoja
X8	8-Ventana batiente 2 hojas
X9	9-Ventana Miami con tablilla p/10
X10	10-Ventana Miami con tablilla p/6
X11	11-Ventana con lama fija

Sistema de restricciones

$$X_1 \leq 330$$

$$X_2 \geq 50$$

$$X_2 \leq 320$$

$$X_3 \leq 340$$

$$X_4 \leq 340$$

$$X_5 \leq 450$$

$$X_6 \leq 450$$

$$X_7 \leq 480$$

$$X_8 \leq 480$$

$$X_9 \leq 460$$

$$X_{10} \leq 460$$

$$X_{11} \leq 470$$

$$1.89X_1 + 1.68X_2 + 2.94X_3 + 3.78X_4 + 1X_5 + 1.68X_6 + 0.84X_7 + 1.68X_8 + 0.64X_9 + 0.46X_{10} + 1X_{11} \leq 6365.0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 1270.0$$

$$X_9 + X_{10} \leq 890.0$$

$$40X_1 + 60X_2 + 72X_3 + 144X_4 + 14X_5 + 40X_6 + 24X_7 + 40X_8 + 12X_9 + 10X_{10} + 30X_{11} \leq 175000.0$$

$$.20X_1 + .20X_2 + .20X_3 + .20X_4 + .45X_5 + .45X_6 + .45X_7 + .45X_8 + .50X_9 + .50X_{10} + .45X_{11} \leq 1820$$

$$.20X_1 + .20X_2 + 20X_3 + 20X_4 + .30X_5 + .30X_6 + .30X_7 + .30X_8 \leq 1500$$

$$.33X_1 + .33X_2 + .33X_3 + .33X_4 \leq 1500$$

$$239X_1 + 323X_2 + 364X_3 + 745X_4 + 80X_5 + 204X_6 + 132X_7 + 222X_8 + 75X_9 + 55X_{10} + 160X_{11} \geq 881049.8$$

$$39X_1 + 23X_2 + 4X_3 + 25X_4 + 10X_5 + 4X_6 + 12X_7 + 22X_8 + 15X_9 + 5X_{10} + 10X_{11} \geq 59134.80$$

$$.20X_1 + .20X_2 + .20X_3 + .20X_4 + .45X_5 + .45X_6 + .45X_7 + .45X_8 + .50X_9 + .50X_{10} + .45X_{11} \geq 1638.0$$

**Función objetivo**

$$\text{Min } Z = 200X_1 + 300X_2 + 360X_3 + 720X_4 + 70X_5 + 200X_6 + 120X_7 + 200X_8 + 60X_9 + 50X_{10} + 150X_{11}$$

Para el procesamiento computacional del modelo y obtención de la variante óptima, en este caso se emplea el paquete de programa WinQSB. El reporte de salida del paquete de programas WinQSB con la solución óptima variante óptima de presupuesto de producción en unidades físicas, para la empresa, se presenta a continuación:

Combined Report for Variante de producción 2016 para la UEN CA Empresa ABC

15:06:02 Thursday, June 08 2016

Decision Variable	Solution Value	Unit Costor Profit (j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1 X1	330,0000	200,0000	66,000,0000	200,0000	atbound
2 X2	320,0000	300,0000	96,000,0000	300,0000	atbound
3 X3	40,0000	360,0000	14,400,0000	360,0000	atbound
4 X4	340,0000	720,0000	244,800,0000	720,0000	atbound
5 X5	450,0000	70,0000	31,500,0000	70,0000	atbound
6 X6	450,0000	200,0000	90,000,0000	200,0000	atbound
7 X7	480,0000	120,0000	57,600,0000	120,0000	atbound
8 X8	480,0000	200,0000	96,000,0000	200,0000	atbound
9 X9	460,0000	60,0000	27,600,0000	60,0000	atbound
10 X10	428,0000	50,0000	21,400,0000	50,0000	atbound
11 X11	470,0000	150,0000	70,500,0000	150,0000	atbound

Objective Function (Min.) = 815,800,0000

Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1 C1	330,0000	<=	330,0000	0	0
2 C2	320,0000	>=	50,0000	270,0000	0
3 C3	320,0000	<=	320,0000	0	0
4 C4	40,0000	<=	340,0000	300,0000	0
5 C5	340,0000	<=	340,0000	0	0
6 C6	450,0000	<=	450,0000	0	0
7 C7	450,0000	<=	450,0000	0	0
8 C8	480,0000	<=	480,0000	0	0
9 C9	480,0000	<=	480,0000	0	0
10 C10	480,0000	<=	480,0000	0	0
11 C11	428,0000	<=	480,0000	32,0000	0
12 C12	470,0000	<=	470,0000	0	0
13 C13	5,940,9800	<=	6,365,0000	424,0197	0
14 C14	1,030,0000	<=	1,270,0000	240,0000	0

15 C15	888,00000	<=	890,0000	2,0000	0
16 C16	163,160,0000	<=	175,000,0000	1,840,0000	0
17 C17	1,698,50000	<=	1,820,00000	1,21,50000	0
18 C18	764,00000	<=	1,500,00000	736,00000	0
19 C19	339,90000	<=	1,500,00000	1,160,10000	0
20 C20	881,050,0000	>=	881,049,80000	0,25000	0
21 C21	65,250,00000	>=	59,134,80000	6,115,19900	0
22 C22	1,698,50000	>=	1,638,00000	60,50000	0

**3. Análisis de los resultados y cuantificación del efecto económico.**

El análisis de los resultados puede realizarse en dos direcciones principales:

- a. análisis de los cambios y modificaciones en la estructura de producción comprando los valores de producción de cada producto según ambas variantes, como se muestra en la tabla No. 1.

Tabla 1. Modificaciones en la estructura de producción.

Variabes	Variante plan	Variante óptima	Cambios
1-Puerta de abrir 1 hoja X1	300	330	+ 30
2-Puerta simple lama fija X2	320	320	0
3-Puerta de abrir 2 hojas X3	330	40	- 290
4-Puerta doble a cuarterón X4	320	340	+ 20
5-Ventana paño fijo X5	410	450	+ 40
6-Ventana de corredera 2 hojas X6	420	450	+ 30
7-Ventana batiente 1 hoja X7	410	480	+ 70
8-Ventana batiente 2 hojas X8	400	480	+ 80
9-Ventana Miami con tablilla p/10 X9	440	460	+ 20
10-Ventana Miami con tablilla p/6 X10	450	428	- 22
11-Ventana con lama fija X11	460	470	+ 10

Como se aprecia, según los cambios y modificaciones en la variante de producción, para optimizar el costo de producción, es necesario modificar los volúmenes de producción en diez de los once tipos de productos.

- b. Análisis referidos a la cuantificación del efecto económico que reporta la variante óptima variante resultante de la aplicación del modelo con respecto a la variante planificada con los procedimientos tradicionales. Este análisis se hace a partir de la comparación de los niveles de los indicadores de economía de la empresa: valor de producción, ganancia, % de utilización de la

capacidad y costo de producción, de una y otra variante de producción. Por ejemplo para la cuantificación del efecto económico en el costo de producción se comparan los niveles de costo de la variante planificada con los niveles de costo de la variante óptima:

- Cálculo de nivel de costo de producción con la variante planificada ( $Ncvp$ ):

$$Ncvp = \sum_{j=1}^J c_j * X_{jv}$$

$c_{ij}$  - Representan los coeficientes de costos unitarios de producción.

$X_{jva}$  - Representa el valor de producción de cada producto con la variante planificada.

$$Ncva = 200*300 + 300*320 + 360*330 + 720*320 + 70*410 + 200*420 + 120*410 + 200*400 + 60*440 + 50*450 + 150*460 = \$ 865 000.00$$

- Cálculo del nivel de costo de producción de la variante óptima ( $Ncvo$ ).

$$Ncvo = \sum_{j=1}^J c_j * X_{jv}$$

Como en esta versión el criterio de optimalidad es minimizar los costos de producción, el valor se tiene directamente del reporte de salida del paquete de programas WinQSB y es el valor de la función objetivo (columna Objective Function).

$$Ncvo = 815 800.00$$

$$EEc = 865 000.0 - 815 800.0 = \$ 49 200.0$$

Con respecto al costo de producción, que constituye el indicador priorizado al seleccionar el criterio de optimalidad con que aplicó el modelo, por estar asociado a una de las estrategias principales de la organización previstas en su planeación estratégica: liderazgo en costes; la variante resultante reporta un efecto económico (EEc) significativo, que representa una disminución del orden de los \$ 49 200.0, con respecto al nivel de costo de la variante planificada.

De igual manera se procede en la cuantificación del efecto económico en el resto de los indicadores: valor de producción, ganancia y porcentaje de utilización de la capacidad productiva, solo que en estos casos los niveles del indicador para la variante óptima se tiene también del reporte de salida del paquete, pero en la columna Left Hand Side para la restricción correspondiente. Los resultados finales del análisis de cuantificación del efecto económico arroja los siguientes resultados:

Tabla 2. Resumen del efecto económico.

Indicador	Variante actual	Variante propuesta	Efecto económico
Valor de producción (\$)	926 330.00	881 049.75	(45 280.00)
Utilidad del taller (\$)	61 330.00	65 258.79	3 920.00
Utilización de la capacidad, grupo equipo de corte (%)	90.32 %	93.37 %	3.00 %
Costo producción (\$)	865 000.0	815 800.00	49 200.00

Como se aprecia, los cambios y modificaciones en la estructura de producción, resultantes de la aplicación del modelo optimizando los costos, en comparación con la variante planificada, reportan para la empresa una disminución del costo de producción de \$ 49 200.0, un incremento de las utilidades de \$ 3 920.0, una elevación de la utilización de las capacidad de producción (grupo de equipos de corte) del 3.0 %.

## CONCLUSIONES

En la solución de problemas y fundamentación de la toma de decisiones en la gestión empresarial actual, caracterizada por un alto nivel de complejidad, la modelación económica matemática y en particular los métodos de optimización constituyen una excelente opción, entre otras tareas económicas, para la selección científicamente argumentada de la variante de presupuesto de producción en unidades físicas. La base de datos para la formulación y aplicación práctica del modelo puede captarse de las estadísticas de la empresa relacionadas con la nomenclatura y surtido de producción, estudios de demanda, normas de consumo material, disponibilidad de recursos materiales, normas de tiempo de trabajo de obreros y equipos, capacidad productiva, precios, ganancia y costos por unidad de producto.

La forma teórica específica o estándar del modelo de programación lineal para su aplicación como método de optimización en la selección de alternativa de plan de producción de la empresa puede ser como la que se presenta en este trabajo y puede aplicarse en diferentes versiones y criterios en función de las particularidades, objetivos y estrategias de la empresa.

La aplicación de los métodos de optimización permite la selección científicamente argumentada de la variante de producción de la empresa, la cual en comparación con la planificada por métodos tradicionales comprende cambios en las cantidades a producir de diez productos, se



reporta un efecto económico en el costo de producción (disminución en \$ 49 200.0), las utilidades (aumento en \$ 3 920.0) y la utilización de las capacidades de producción (aumento del 3.0 %).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arsham, H. (2002). *Modelos Deterministas. Optimización Lineal*. Recuperado de <http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/business-stat/opre/SpanishD.htm>
- Chase, R., Aquilano, N., & Jacobs, R. (2009). *Administración de producción y operaciones- manufactura y servicios*. México: Irwin/McGraw-Hill.
- Gazmuri, P., & Arrate, I. (1995). Modeling and Visualization for a Production Planning Decision Support System. *International Transactions in Operational Research*, 2(3), pp. 249-258. Recuperado de <http://www.ingentaconnect.com/content/bpl/itor/1995/00000002/00000003/art00028?crawler=true>
- Gomes, C., Figueira, J., Lisboa, J., & Barman, S. (2006). An interactive decision support system for an aggregate production planning model based on multiple criteria mixed integer linear programming. *Omega*, 34(2), pp. 167-177. Recuperado de <https://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:uct9X7nKD7sJ:https://estudogeral.sib.uc.pt/bitstream/10316/5493/1/filec3796c505ae443e38212b3ca0c6c2ad7.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=cu>
- Heizer, J., & Render, B. (2007). *Dirección de la producción y operaciones: Decisiones estratégicas*. Madrid: Pearson Educación.
- Heizer, J., & Render, B. (2008). *Dirección de la producción y operaciones: Decisiones tácticas*. Madrid: Pearson educación.
- Horst, W, H. (2003). *Planificación de la Producción y Optimización Lineal*. Management Mathematics for European Schools (MaMaEuSch). Universities of Kaiserslautern, Klagenfurth and Sevilla. Recuperado de [http://optimierung.mathematik.unikl.de/mamaeusch/veroeffentlichungen/ver\\_texte/bm\\_LP\\_spanish.pdf](http://optimierung.mathematik.unikl.de/mamaeusch/veroeffentlichungen/ver_texte/bm_LP_spanish.pdf)
- Espinoza, S. F. (2007). *Modelo de optimización aplicado al programa de producción para una empresa de alimentos (tesis de grado)*. Santiago de Chile: Universidad de Chile. Recuperado de [http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2007/espinoza\\_sc/html/index-frames.html](http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2007/espinoza_sc/html/index-frames.html)
- Ramos, A., Sánchez, P., Ferrer, J. M., Barquín, J., & Linares, P. (2010). Modelos matemáticos de optimización: Recuperado de [https://www.gams.com/docs/contributed/modelado\\_en\\_gams.pdf](https://www.gams.com/docs/contributed/modelado_en_gams.pdf)
- Salazar, B. (2012). Programación lineal en WinQSB. *Ingeniería Industrial online.com*. Recuperado de <http://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/investigaci%C3%B3n-de-operaciones/programaci%C3%B3n-lineal-en-winqsb/>
- Samuelson, P., Nordhaus, W. (2005). *Economía*. México: MacGraw-Hill Interamericana Editores S. A.
- Vergara Moreno, E. R. (1999). *Nuevos criterios de parada en algoritmos de optimización* (tesis doctoral). Departamento de Ciencias de la Computación y la Inteligencia. Universidad de Granada. Recuperado de [http://decsai.ugr.es/Documentos/tesis\\_dpto/41.pdf](http://decsai.ugr.es/Documentos/tesis_dpto/41.pdf)
- Viveros, R., & Salazar, E. (2010). Modelo de Planificación de producción para un sistema multiproducto con múltiples Líneas de producción. *Revista Ingeniería de Sistemas*. 24. Recuperado de <http://docplayer.es/8798200-Modelo-de-planificacion-de-produccion-para-un-sistema-multiproducto-con-multiples-lineas-de-produccion.html>