Transformación, ISSN: 2077-2955, RNPS: 2098, sep-dic. 2017, 13 (3), 416-426

ARTÍCULO

El movimiento de la variable en el cálculo diferencial: orientaciones didácticas

The movement of the variable in the differential calculation: didactics orientations

M. Sc. Neel Lobatchewski Báez Ureña[I], M. Sc. Wendy Eufrocina Heredia Soriano[II], Dra. C. Olga Lidia Pérez González[III]

I. Universidad Autónoma de Santo Domingo, República Dominicana
neelbaez@gmail.com
II. Universidad Autónoma de Santo Domingo, República Dominicana
wehssoriano@gmail.com
III. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa olguitapg@gmail.com

---

RESUMEN

Se proponen orientaciones para abordar didácticamente la interpretación del movimiento de la variable, desde tres perspectivas: el movimiento de la variable en aproximación a una recta, el movimiento de la variable al infinito y el movimiento de la variable en aproximación a un punto. Para obtener las orientaciones didácticas se desarrolló un proceso de investigación desde un enfoque sistémico estructural funcional, aplicando el método de análisis-síntesis y de modelación, teniendo como referentes teóricos la concepción didáctica de las tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en el cálculo diferencial y la teoría de las representaciones semióticas en la actividad matemática. Para valorar la pertinencia científica y didáctica de la propuesta se desarrollaron dos talleres de socialización con 29 especialistas y se aplicó una encuesta a los participantes. Con los resultados obtenidos se pudo valorar la aceptación de las orientaciones didácticas en relación a su factibilidad, novedad científica, coherencia lógica y pertinencia con sus fundamentos teóricos, llegándose al consenso de la necesidad de un cambio en el discurso matemático escolar en el contexto didáctico de esta asignatura. Como conclusiones de los talleres se hicieron recomendaciones para el desarrollo de nuevas orientaciones didácticas dirigidas a la interpretación del proceso de adquisición de recursos, por parte del estudiante, para la transferencia de registros, y del proceso de valoración de las hipótesis en el cálculo diferencial.

Palabras clave: Matemática, conceptos matemáticos, cálculo diferencial, conceptos geométricos, pensamiento lógico, didáctica.

ABSTRACT

The paper describes didactic alternative procedures to the interpretation of the movement of the variable, from three perspectives: the movement of the variable approaching to a straight-line, the movement of the variable to infinity and the movement of the variable approaching a point. In order to obtain the didactic guidelines, a research process was developed from a systemic functional structural approach, applying the method of analysis-synthesis and modeling, having as theoretical references the didactic conception of the tasks for the development thinking in Differential Calculus and The theory of semiotic representations in mathematical activity. To assess the scientific and didactic relevance of the proposal, two workshops were held involving 29 specialists and a survey was applied to the participants. With the results obtained, it was possible to evaluate the acceptance of didactic guidelines in relation to their feasibility, scientific novelty, logical coherence and pertinence with their theoretical foundations, arriving at the consensus of the necessity of a change in the school mathematical discourse in the didactic context of this subject. As conclusions of the workshops, recommendations were made for using new procedures for interpretation of the process of acquisition of resources, the transfer of records and of the process of evaluating hypotheses in the Differential Calculus.

Keywords: Mathematics, mathematic concepts, differential calculus, geometric concepts, logical thinking, didactics.

INTRODUCCIÓN

Investigaciones actuales demuestran que existen insuficiencias en el proceso enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial (Guía, Rosales, González & Álvarez, 2015; Sabogal, Monroy, & Pinzón, 2015) y que ellas se manifiestan, fundamentalmente, en el poco énfasis que se hace para desarrollar en los estudiantes el pensamiento variacional (Cabezas & Mendoza, 2016), a través del tratamiento didáctico del movimiento de la variable como parte integral de los objetos y fenómenos de sus contenidos, articulándolo con el tratamiento didáctico de los cambios de registros semióticos para la apropiación conceptual y con el uso de los asistentes matemáticos para la comprensión de los conceptos estudiados.

Como demuestran Báez, Martínez, Pérez & Pérez (2017), el desarrollo del pensamiento variacional mejora el desempeño de los estudiantes en la solución de ejercicios matemáticos, y según García & Benítez (2013), existe una estrecha relación entre la forma en que se le presenta las tareas a los estudiantes y el razonamiento que ellos realizan para darle solución, por lo que se hace necesario proponer orientaciones sobre cómo abordar didácticamente el movimiento de la variable en el proceso enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial, para contribuir a la mejora del desempeño de los estudiantes y al desarrollo del pensamiento variacional.

En respuesta a la necesidad anterior, el objetivo de la investigación fue proponer orientaciones didácticas para abordar la interpretación del movimiento de la variable, desde tres perspectivas: la primera se relacionó con el movimiento de la variable en aproximación a una recta, orientada a la caracterización del desarrollo asintótico de diferentes curvas; la segunda se relacionó con el movimiento de la variable al infinito, enfocadas a la consolidación del lenguaje matemático en el estudiante, y la tercera al movimiento de la variable en aproximación a un punto, orientada a develar la necesidad de no abordar intuitivamente el movimiento de la variable.

MÉTODOS

Para el logro del objetivo se desarrolló un proceso de investigación desde un enfoque sistémico estructural funcional, dado que una de las insuficiencias que se manifiesta en el tratamiento didáctico del proceso enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial es la falta de integración sistémica en la estructuración didáctica de su contenido (Cabezas & Mendoza, 2016).

Desde este enfoque, y aplicando el método de análisis-síntesis y el de modelación, se caracterizaron las orientaciones didácticas asumiendo como referentes teóricos a la concepción didáctica de las tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en el cálculo diferencial (Báez, Martínez, Pérez, & Pérez, 2017) y a la teoría de las representaciones semióticas en la actividad.

En relación al desarrollo del pensamiento variacional en el cálculo diferencial se asumió que para su desarrollo se requiere de:

- Combinar el formalismo matemático con la comprensión de métodos matemáticos para poder comprender las razones de cambio de procesos continuos, con un adecuado conocimiento didáctico del contenido matemático.
- Promover el uso didáctico de la comunicación y reflexión matemática, y del lenguaje matemático para la solución de problemas sobre los conceptos del cálculo diferencial, reconociendo en ellas la existencia de relaciones variacionales, así como los objetos matemáticos que subyacen.
- Orientar tres tipos de tareas, la primera para que el estudiante tenga que gestionar información a través de la comprensión de patrones variacionales (orientadas al trabajo conceptual), las segundas para contribuir al desarrollo procedimental del estudiante, a través de las representaciones semióticas de los procesos de variación y cambio (orientadas al trabajo procedimental), y la tercera para contribuir al desarrollo conceptual de los procesos de variación y cambio en los contextos literales, geométricos y analíticos.

En relación a teoría de las representaciones semióticas se asume que los registros de representación semiótica son el medio para que el estudiante pueda materializar y comunicar sus conocimientos, y son esenciales para la apropiación de los conceptos por parte del estudiante.

La comprensión e interiorización de estos registros de representación semiótica, y la transferencia entre ellos, son herramientas útiles para el trabajo matemático, pues dada la generalidad de los objetos matemáticos, ya que los conceptos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción del estudiante y no es posible enseñarlos sin recurrir a la noción de representación.

Para las orientaciones didácticas se consideró que las concepciones que tienen los estudiantes sobre los conocimientos matemáticos son exteriorizados a través de representaciones semióticas, que pueden ser patrones literales, geométricos o analíticos, reconociendo en ellos sus características esenciales, y que con el tratamiento y conversión de patrones conocidos a cualesquiera de sus registros de representación semiótica, se favorece el proceso de argumentación matemática, utilizando y evaluando estrategias que permitan reconocer las características invariantes de fenómenos que representen situaciones de variación y cambio en diferentes registros de representación semiótica.

Para la socialización de las orientaciones didácticas se asumió que el taller de socialización es una alternativa válida para la valoración científica de investigaciones pedagógicas (Matos & Cruz, 2012) y que socializar experiencias es un modo de desarrollo profesional (Sanjurjo, 2012).

Según Matos y Cruz (2012), la sistematización de experiencias es considerada como un método de investigación cualitativo, y el taller de sistematización con especialistas, como un proceso dinámico, con un enfoque didáctico e interactivo, donde predomina el intercambio enriquecedor y el crecimiento transformador entre los participantes, para lograr el perfeccionamiento de la investigación propuesta por medio del intercambio de valoraciones científicas.

En este sentido se realizaron dos talleres de socialización con especialistas con el objetivo de socializar y poner a su consideración las orientaciones didácticas para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial desde la perspectiva del movimiento de la variable y la comprensión conceptual.

El criterio para la selección de los especialistas fue el ser docente de la asignatura cálculo diferencial, y los indicadores considerados fueron: tener como mínimo cinco años de experiencia en la docencia, tener título de maestría o de doctorado, y tener interés en participar en los talleres, es por eso que de 32 posibles especialistas, sólo aceptaron participar 29, los cuales provienen de los departamentos de Matemática de la Facultad de Ciencias y de la Facultad de Pedagogía, en la Universidad Autónoma de Santo Domingo, en República Dominicana, de ellos seis doctores en Matemática Aplicada, siete Máster en Matemática Aplicada y once Máster en Matemática Educativa, todos con más de cinco años de experiencia impartiendo el cálculo diferencial en el nivel universitario.

A todos los participantes se les entregó un informe con todas las orientaciones didácticas para su proceso valorativo previo al taller, donde se les argumenta que el objetivo de los talleres está orientado a la valoración de la pertinencia científica y didáctica de la propuesta, así como a su posible enriquecimiento, a través de los siguientes criterios de análisis (Matos & Cruz, 2012):

- Pertinencia de los fundamentos teóricos y prácticos que sustentan las orientaciones didácticas propuestas.
- Coherencia de la lógica expresada en las orientaciones didácticas.
- Novedad científica de las orientaciones didácticas.
- Factibilidad de aplicación y pertinencia de las orientaciones didácticas propuestas.
- Recomendaciones para el perfeccionamiento de las orientaciones didácticas propuestas.

Cada taller se inició con una exposición de 30 minutos por parte de los investigadores, exponiendo y ejemplificando las orientaciones didácticas, para propiciar el debate reflexivo argumentativo, mediante el análisis grupal con los participantes, lo que permitió un nivel de concreción y enriquecimiento colectivo de los criterios expuestos.

En el primero de dichos talleres se abordó la importancia de la preparación didáctica para desarrollar la formación conceptual en el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial, así como la lógica y marco teórico de las orientaciones didácticas.

En el segundo se les presentó a los docentes participantes las orientaciones didácticas para contribuir al perfeccionamiento de la formación conceptual de los estudiantes, a través de la interpretación del movimiento de la variable en aproximación a una recta, de la variable al infinito y de la variable en aproximación a un punto. Se realizó, además, un debate sobre los tipos de tareas que propician valoraciones sobre el movimiento de la variable en el cálculo diferencial.

Una vez terminado el segundo taller se aplicó una encuesta donde deberían evaluar los criterios de análisis a), b), c) y d) asumidos anteriormente, las opciones de respuesta para cada uno de los indicadores se dieron a través de cinco puntos (Likert, 1969), donde 1 fue totalmente en desacuerdo, 2 en desacuerdo, 3 indeciso, 4 de acuerdo y 5 totalmente de acuerdo.

RESULTADOS

Las orientaciones didácticas que se proponen resultan necesarias para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje dado el rol fundamental que tiene el movimiento de la variable para la comprensión conceptual del cálculo diferencial, y de esta forma poder contribuir al desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes universitarios.

Como hilo conductor se asumen los referentes teóricos relacionadas con la concepción didáctica de las tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en el cálculo diferencial y la teoría de las representaciones semióticas.

El movimiento de la variable se manifiesta, fundamentalmente, a través del límite funcional, que es el concepto en el que el estudiante tiene mayores dificultades para su comprensión (Sierpinska, 1987) que, aunque está implícito en todos los contenidos del cálculo diferencial, no siempre se manifiesta de la misma forma, de ahí la necesidad de la concepción didáctica de las tareas para que el estudiante pueda interiorizar sus significados, similitudes y diferencias.

Se propusieron tres orientaciones didácticas dirigidas a la interpretación del:

- Movimiento de la variable en aproximación a una recta.
- Movimiento de la variable al infinito.
- Movimiento de la variable en aproximación a un punto

Movimiento de la variable en aproximación a una recta

La primera orientación, en relación al movimiento de la variable en aproximación a una recta, estuvo orientada a la caracterización del desarrollo asintótico de diferentes curvas, lo cual significa que se aproximan cada vez más a la recta según la abscisa crece continuamente, o se aproxima indefinidamente a un valor determinado, por lo que se sugirió tener en cuenta la posible existencia de dos conflictos cognitivos, por una parte, que la abscisa y la ordenada pudieran moverse al infinito de diferentes maneras, y por la otra, que una asíntota es una recta, a la cual la curva se aproxima sin llegar a cortarla, condición que, aunque se cumple en muchos casos, no es un requisito para la existencia el movimiento asintótico.

Se orientó realizar tareas que propiciaran el tránsito del análisis intuitivo, a través del lenguaje coloquial, al uso preciso del lenguaje matemático, utilizando para ello el límite funcional, además del uso de asistentes matemáticos, para lograr las representaciones semióticas necesarias que ilustraran los diferentes casos discutidos, precisándose que las representaciones gráficas utilizadas siempre deberían estar asociadas a sus representaciones analíticas, para lo que se requirió de la transferencia del registro geométrico al analítico y viceversa, aprovechándose la relación geométrico analítica, desde el punto de vista didáctico, para orientar al estudiante sobre la relación entre los diferentes tipos de asíntotas con diferentes modos de movimiento de la variable. Se recomendó la necesidad de diseñar tareas orientadas a la comprensión de que cada nuevo concepto estudiado constituye una herramienta útil para la solución de otras tareas, por ejemplo, con el estudio del concepto de asíntotas de una curva, se debe develar que ellas brindan información sobre las curvas con las que se relacionan, que permiten analizar si una función está acotada, representar el esquema geométrico de una función, aunque no se conozca la ecuación de la misma, así como determinar la fórmula que define una función, si se cumplen determinados requisitos.

Movimiento de la variable al infinito

Las orientaciones didácticas sobre el movimiento de la variable al infinito, estuvieron enfocadas a la consolidación del lenguaje matemático en el estudiante, ya que la idea de infinito en el lenguaje coloquial no es del todo ajena al infinito matemático, debido a que, por lo general, el docente tiende a trabajar este concepto apoyándose más en lo intuitivo que en lo matemático, lo cual no quiere decir que se desconozca el valor didáctico de la intuición en el trabajo matemático.

Se orientó, además, el diseño de tareas que propiciaran la comprensión del concepto de infinito, de modo que no se vea el símbolo "∞" como un número, sino como lo que es, un concepto, así como tareas que utilicen correctamente el lenguaje matemático, pues generalmente se dice *"límite en el infinito",* por abuso del lenguaje coloquial, cuando la expresión precisa es *"límite que tiende a infinito"*.

Por ejemplo, en $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\to\infty$ es incorrecto utilizar el signo "=", y en él están implícitos dos movimientos, el de la variable que se aproxima, también de manera infinita a 0, y el de la función que tiende a infinito, o sea, que su límite es infinito, lo que es diferente al $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^3+x^2+4}=0$, donde la variable es la que tiende a infinito, por lo que se dice que es un límite en el infinito, aunque su resultado es finito. Se recomendó resolver tareas donde el estudiante pudiera apreciar el movimiento de la variable, relacionándolo con las operaciones aritméticas $\frac{n}{0}$, con $n \neq 0$ y $\frac{0}{0}$, debatiendo que la primera operación es una operación no definida y la segunda es una operación indeterminada, comparándola con los límites

$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{(x^3+x^2)}\to\infty$ y $\lim_{x\to 0}\frac{sen(x)}{x}=1$, de modo que el estudiante pudiera apreciar que es la consecuencia que provoca el movimiento de la variable independiente en el movimiento de la dependiente, lo que determina la diferencia de los resultados.

En relación a lo anterior, se debatió que, si el estudiante se apoyaba en el lenguaje coloquial, no lograría apreciar la necesidad de la precisión requerida en el lenguaje matemático, lo que conduce a dificultades en la compresión del enunciado de problemas donde se relacionen dichos términos, por lo que se requiere del uso de las transferencias de los registros analíticos a los registros literales y viceversa, propiciando la materialización de la expresión: *"la variable tiende a infinito, o la variable se mueve al infinito"* en el lenguaje matemático, relacionándolo con la definición de límite, con el objetivo de que el estudiante llegue a interpretar el significado de cada uno de los términos que intervienen en la misma.

Movimiento de la variable en aproximación a un punto

Para la interpretación del movimiento de la variable en aproximación a un punto, la orientación didáctica estuvo dirigida a la necesidad de no abordar intuitivamente el movimiento de la variable, dado que, en los objetos concretos, cuando algo se aproxima continuamente a un lugar termina por llegar a ese lugar, pero esto no sucede en este tipo de límite. Para ilustrar esta idea se sugirió analizar el $\lim_{x\to 0}\frac{sen(x)}{x}$, donde la variable se aproxima infinitamente a cero, pero no llega a ser cero, cuestión que el estudiante acepta, pero, por lo general, no lo comprende, resolviendo las tareas mecánicamente, y por consiguiente sucede lo mismo con la derivada y otros conceptos del cálculo diferencial.

Se analizó que, para contribuir a evitar el trabajo mecánico con el concepto de límite, era necesario, resolver tareas donde tuvieran que calcular límites utilizando la definición analítica de límite, lo que requeriría de la habilidad didáctica del docente para lograr que la atención del estudiante se dirija hacia la interpretación de cada uno de los elementos que intervienen en la definición, y no al trabajo algebraico que este tipo de tareas implica.

Se enfatizó en que el nivel de comprensión que logre el estudiante con el concepto de límite, debe influir en la comprensión del concepto de derivada, ya que esta se define a través de un límite, donde el movimiento de la variable es fundamental, y para que pueda apropiarse del concepto de derivada, es didácticamente necesaria la transferencia de su representación entre los registros literal, geométrico y analítico, pasando repetidamente de uno a otro, de modo que el estudiante pueda interiorizar diferentes aspectos del concepto que cada registro pone de relieve, así como la conexión entre los mismos, lo que requeriría del apoyo didáctico de los asistentes matemáticos, para que se pueda apreciar el movimiento de la variable, pues a través de los mismos, el estudiante pudiera valorar por qué una función como $y=x^{\frac{2}{3}}$ no tiene derivada en x = 0, y también le permitiría visualizar por qué el signo de la derivada determina la monotonía de la función, y por qué los puntos donde la derivada se anula pueden ser extremos de la función, entre otros aspectos.

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En los debates realizados en el segundo taller, se propició el dialogo, el debate y la crítica científica, a través del análisis de tareas propias del cálculo diferencial, lo que permitió realizar el análisis valorativo por parte de los investigadores.

Por ejemplo, en relación al concepto de derivada, se partió del análisis de que si m es la pendiente de la recta de tangente a geométrico de la función $y = \frac{x^2}{x+2}$ en el punto (-3,-9), entonces debatiríamos sobre la forma de expresar a m como un límite.

Los resultados obtenidos del debate estuvieron relacionados con la necesidad de:

Conducir al estudiante hacia la comprensión de que la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto, es un fenómeno de variación instantánea, y que ella se materializa como $m = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, lo que constituye el modelo en su forma general, y que utilizando el modelo en su forma particular sería $m = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{(-3+h)^2}{-3+h+2} - (-9)}{h}$

- Abordar el mismo problema en forma general, o sea, para un punto arbitrario (a, b), utilizando un asistente matemático, analizar la forma en que se mueve el punto para enfatizar el movimiento en el cálculo diferencial.Orientar la actividad de forma tal que el estudiante comprendiera la relación de la derivada, con la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto, para que pudiera apreciar la estructura sistémica de la Matemática.
- Demostrar que $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$, pero que para ello es imprescindible analizar el movimiento de la variable en su aproximación a cero, desde representaciones semióticas numéricas y gráficas, ya que en cada caso el estudiante pudiera apreciar el movimiento de la variable desde diferentes perspectivas, por ejemplo, desde la representación semiótica numérica (tabla 1), orientar al estudiante a gestionar información a través del patrón variacional que se presenta en la tabla, insistiendo en la comprensión de cómo la variable dependiente y la independiente se aproximan a cero casi simultáneamente:

Tabla 1: Representación semiótica numérica (elaborada por los autores).

X	0.4	0.3	0.2	0.1	0.04	0.03	0.02	0.01
SEN(X)	0.3894	0.29552	0.19866	0.09983	0.03998	0.02999	0.01999	0.00999

Desde la representación semiótica gráfica (figura 1) se representa un patrón variacional y se propicia la gestión de la información, analizándose que se debe insistir en que lo más importante es que el estudiante pueda inferir por qué dicho límite tiene el valor 1.

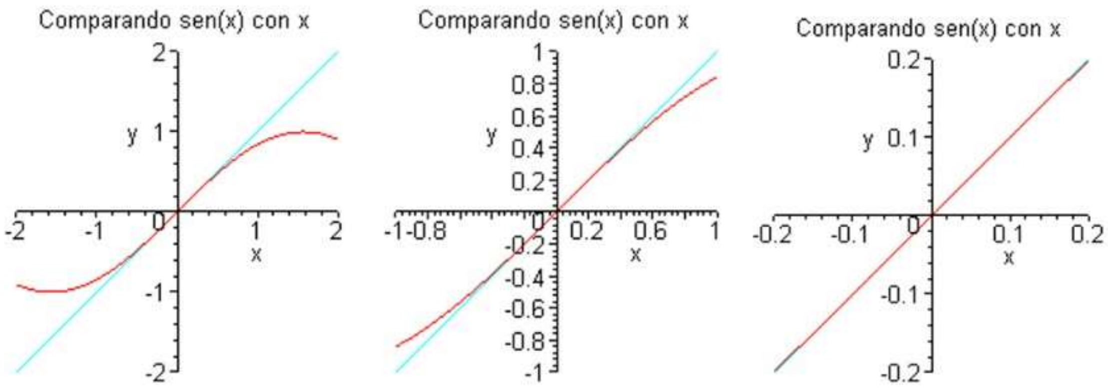

Figura 1: Representación semiótica gráfica (elaborada por los autores).

- Que si x y sen(x), se aproximan a cero con la misma rapidez, entonces es posible, en el cálculo de situaciones reales, donde se requiera el sen(x), y se trabaje con valores pequeños de la variable x, y no sen(x), lo cual conduce a una simplificación de los cálculos, teniendo en cuenta además que el error cometido es muy fácil de cuantificar, pues se cumple que $|error| \leq \frac{x^3}{6}$

En relación a la encuesta aplicada a los 29 especialistas se obtuvieron resultados que muestran la aceptación de las orientaciones didáctica en relación a su factibilidad, novedad científica, coherencia lógica y pertinencia con sus fundamentos teóricos (figura 2), lo que demuestra que el diálogo y debate fueron exitosos.

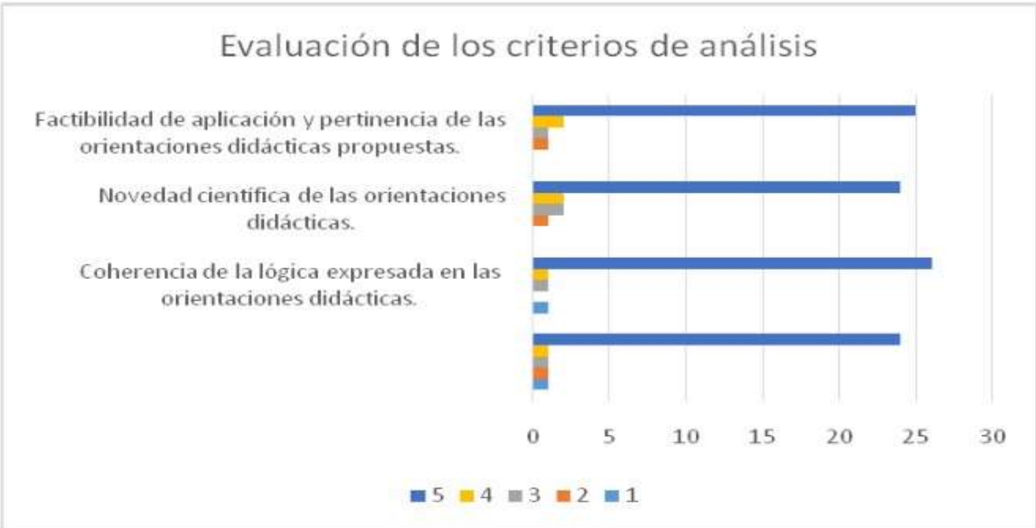

Figura 2: Evaluación de los criterios de análisis (elaborado por los autores)

CONCLUSIONES

Como aspecto conclusivo de los talleres, existió el consenso de la necesidad de un cambio en el discurso matemático escolar en el contexto del proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial, dirigido a la comprensión de la interpretación del movimiento de la variable, para lo que se requiere de la articulación didáctica del desarrollo y consolidación del lenguaje matemático, como medio esencial de expresión, de la comprensión del infinito matemático, del movimiento de la variable, así como de los cambios de registros semióticos con apoyo de los asistentes matemáticos, de modo que el estudiante pueda comprender y apropiarse del carácter relativo de la verdad matemática y desarrollar el pensamiento variacional.

Aunque hubo aceptación por parte de la comunidad académica, las recomendaciones realizadas por los especialistas estuvieron orientadas a la necesidad de incluir orientaciones didácticas en relación al proceso de adquisición de recursos, por parte del estudiante para la transferencia de registros semióticos en el cálculo diferencial.

Esta recomendación tiene la intención de que se oriente a los docentes sobre el diseño de tareas que contribuyan a que el estudiante comprenda la utilidad de los cambios de representaciones semióticas, tanto dentro de un mismo registro, como entre diferentes registros de representación, para que las incorporen como herramientas para su trabajo matemático, y de esta forma propiciar el desarrollo y consolidación del lenguaje, como vía fundamental para que el estudiante desarrolle del pensamiento matemático y la comunicación en la actividad de estudio.

La otra recomendación realizada, es la relacionada con el proceso de valoración de las hipótesis en el cálculo diferencial y sus orientaciones didácticas, para lo que se debatió que en relación a este aspecto se debería orientar a los docentes sobre tareas que tributen a la apropiación de la relación premisa-ley-consecuencia en la función Matemática, a la valoración del lenguaje matemático en la descripción de los conceptos y a las condiciones de existencia de los objetos del cálculo diferencial.

BIBLIOGRAFÍA

Báez, A., Martínez, Y., Pérez, O., & Pérez, R. (2017). Propuesta de Tareas para el Desarrollo del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Ingeniería. Formación Universitaria, 10(3), 93-106. Recuperado el 3 de diciembre de 2016, de http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062017000300010

Báez, N., Blanco, R., & Pérez, O. (2015). Dificultades de los alumnos en el trabajo con los conceptos del cálculo diferencial. En R. Flore (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.28, págs. 57-63. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado el 3 de diciembre de 2016, de http://www.clame.org.mx

Cabezas, C., & Mendoza, M. (2016). Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de cálculo inicial. Formación universitaria, 9(6), 13-26. Recuperado el 3 de diciembre de 2016, de http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062016000600003

García, M., & Benítez, A. (2013). Diseño e Implementación de Tareas para Apoyar el Aprendizaje de las Matemáticas, Formación Universitaria, 6(1), 13-20. Recuperado el 3 de diciembre de 2016, de http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062013000100003

Guía, A., Rosales, J., González, A., & Álvarez, J. (2015). El cálculo diferencial e integral fraccionario y sus aplicaciones. Acta universitaria, 25(2), 20-27. Recuperado el 3 de diciembre de 2016, de http://dx.doi.org/10.15174/au.2015.688

Likert, R. (1969). El factor humano en la empresa, su dirección y valoración. Bilbao: Deusto.

Matos, E., & Cruz, L. (2012). El taller de socialización y la valoración científica en las Ciencias Pedagógicas. Transformación, 8(1), 10-19. Recuperado el 3 de diciembre de 2016, de http://revistas.reduc.edu.cu/index.php/transformacion/article/view/1040/1025

Sabogal, G., Monroy, N., & Pinzón, J. (2015). Cálculo diferencial: aprendiendo con nuevas tecnologías. Revista de Tecnología, 12(2). 42-51. Recuperado el 3 de diciembre de 2016, de http://m.uelbosque.edu.co/sites/default/files/publicaciones/revistas/revista_tecnologia/volumen12_numero2/4Articulo_Rev-Tec-Num-2.pdf

Sanjurjo, L. (2012). Socializar experiencias de formación en prácticas profesionales: un modo de desarrollo profesional. Praxis Educativa, 16(1), 22-32. Recuperado el 3 de diciembre de 2016, de http://cerac.unlpam.edu.ar/index.php/praxis/article/view/152

Sierpinska, A. (1987). Humanities students and epistemological obstacles related to limits. Educational Studies in Mathematics, 18, 371-397. Recuperado el 3 de diciembre de 2016, de https://link.springer.com/article/10.1007/BF00240986

Recibido: febrero 2017
Aprobado: julio 2017

M. Sc. Neel Lobatchewski Báez Ureña, profesor de pregrado y postgrado del Departamento de Matemática, Universidad Autónoma de Santo Domingo, República Dominicana. Es Licenciado en Informática, se desempeña como docente de Matemática en la Universidad Autónoma de Santo Domingo y actualmente realiza estudios de doctorado.