

**Construcción de un octógono con sus vértices en los lados de un cuadrado:
ejemplos y consideraciones didácticas**

Construction of an octagon with its vertices on the sides of a square: examples
and didactic considerations

Carlos Manuel Hernández Hechavarría ^{1*}, <https://orcid.org/0000-0003-1016-6357>

Félix Yero Ricardo², <https://orcid.org/0000-0001-6067-876X>

¹ Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba

² Universidad de Granma, Bayamo, Cuba

*Autor para la correspondencia (email) carlosmhh@uo.edu.cu

RESUMEN

Objetivo: Revelar exigencias cardinales para la selección y elaboración de problemas geométricos y consideraciones didácticas para su tratamiento con asistencia del GeoGebra.

Métodos: Se emplearon métodos teóricos y empíricos que permitieron profundizar en fuentes orales, escritas y visuales, de manera particular en los textos escolares de matemática para la enseñanza media, orientaciones metodológicas y artículos científicos que abordan problemas geométricos.

Resultado: La precisión de nueve exigencias de particular importancia para problemas geométricos y consideraciones didácticas que se explican a partir de problemas que se distinguen de los que generalmente aparecen en textos escolares y abordan en la enseñanza media.

Conclusión: Las exigencias reveladas y las consideraciones didácticas expuestas mediante problemas constituyen importantes referentes teóricos y prácticos de carácter general para la selección, elaboración y tratamiento didáctico de problemas geométricos.

Palabras clave: didáctica, enseñanza de la matemática, geometría, métodos de enseñanza.

ABSTRACT

Objective: The paper discloses cardinal requirements for the selection and elaboration of geometric problems and didactic considerations for their treatment with the assistance of GeoGebra.

Methods: The authors rely on theoretical and empirical methods to review oral, written and visual sources, in particular in senior high school mathematics school texts, methodological guidelines and scientific articles addressing geometric problem solving.

Result: The main finding is the description of nine requirements of particular importance for geometric problem solving. Related didactic ideas are explained by devising problems of a different nature as compare to those generally included senior high school texts.

Conclusion: The demands described and the didactic ideas presented by means of problems constitute important theoretical and practical references of a general nature for the selection, elaboration and didactic treatment of geometric problems.

Keywords: Didactics, mathematics instruction, geometry, teaching methods.

Recibido: 23/11/2020

Aprobado: 17/05/2021

INTRODUCCIÓN

El perfeccionamiento de la enseñanza de la matemática en Cuba es una de las prioridades del Ministerio de Educación que demanda la precisión de dificultades, sus causas y aportaciones para resolverlas. En este sentido se centra la atención en aspectos esenciales de la enseñanza aprendizaje de la geometría en la educación preuniversitaria que necesitan perfeccionarse.

La comunidad científica reconoce el papel fundamental de los problemas en la enseñanza

aprendizaje de la matemática en todos los niveles educativos y áreas del conocimiento, de aquí se deriva la importancia que estos merecen desde la didáctica. Uno de los aspectos esenciales, e insuficientemente atendido son las exigencias en los problemas que se plantean a los escolares y las consideraciones didácticas para su tratamiento atendiendo a lo que lo particulariza y las potencialidades del contenido.

Las exigencias y consideraciones didácticas que se presentan constituyen una parte importante de un estudio más general, sobre exigencias en problemas matemáticos escolares que contempla las distintas áreas de las matemáticas, la utilización del GeoGebra en los diferentes niveles educativos y la estimulación y desarrollo de creatividad en docentes y escolares.

El reconocimiento internacional del software dinámico GeoGebra no es nuevo y crece exponencialmente, lo cual se refleja en publicaciones de alcance nacional e internacional, el incremento de institutos GeoGebra y su paulatina incorporación en el perfeccionamiento de la enseñanza aprendizaje de la Matemática en distintos países. En este sentido cabe reiterar la afirmación de Carrillo de Albornoz “por diversas razones GeoGebra se está convirtiendo en un recurso TIC casi imprescindible en el aula. A las posibilidades que ofrece, hay que añadir su sencillez para comenzar a utilizarlo y sobre todo su continuo desarrollo, que hacen que en cada una de las nuevas versiones que aparecen, ofrezca nuevas opciones que hacen aumentar aún más su potencia y eficacia” (2013, p. 1).

Entre otras publicaciones se reflejan la importancia y variados usos del GeoGebra, entre ellas se encuentran las de Hernández (2017 y 2018), Shehayeb, Anouti, y Akkawi (2017). También se refleja el uso de este software en diferentes servicios, por ejemplo de la nube (Salas, 2018), lo cual permite aseverar que el GeoGebra representa una herramienta innovadora, creativa y útil para el área de las matemáticas, por las facilidades que brinda internet para vincularlo con otras tecnologías (Kamau, 2014), para la enseñanza de la Física (López & Corrales, 2019).

El objetivo de este artículo es revelar exigencias cardinales para la selección y elaboración de problemas geométricos y consideraciones didácticas para su tratamiento con asistencia del GeoGebra.

MÉTODOS

Para la obtención de los resultados que se exponen en este artículo fueron utilizados diversos materiales docentes, el software GeoGebra Cassic 5.0.574.0-d, métodos teóricos y empíricos. Particular atención merecieron el examen de los libros de textos escolares de matemática para la enseñanza media, orientaciones metodológicas y diversos artículos e informes de investigación sobre didáctica de la matemática elaborados por los autores de este artículo y otros investigadores.

Para la obtención de informaciones acerca de los problemas geométricos con determinadas exigencias y su uso por docentes y escolares fueron elaborados instrumentos de recogida de información en fuentes orales, escritas y visuales, entre ellos, guías para la revisión documental, la observación de clases y entrevistas a directivos y docentes. Entre los indicadores fundamentales considerados en estos instrumentos están: 1) exigencias de problemas geométricos en textos escolares, 2) exigencias de problemas geométricos que plantean los docentes, 3) utilización de software dinámicos y 4) consideraciones didácticas de los docentes para el tratamiento de problemas.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El estudio de libros de textos de matemática para los escolares, orientaciones didácticas para el trabajo con ellos y otros materiales docentes reflejan escasa claridad teórica y didáctica acerca de las exigencias de los ejercicios y problemas, en particular sobre los geométricos. En intercambios sostenidos con directivos, metodólogos y docentes se han constatado insuficiencias en la preparación geométrica y didáctica para abordar ejercicios con determinadas exigencias, así como desconocimiento, no utilización de software dinámico en la enseñanza aprendizaje de la matemática o exigua utilización de estos. Acertadamente directivos educacionales solicitan

estudios de profundización sobre dificultades diagnosticadas y cursos de superación que contribuyan a erradicarlas.

Atendiendo a las dificultades y demandas antes señaladas, así como estudios realizados por los autores de este artículo, puede afirmarse que las exigencias de los ejercicios y problemas geométricos con la asistencia de software dinámico es un aspecto cardinal que requiere mayor atención y nuevas aportaciones desde la didáctica. En este sentido se precisaron importantes exigencias y consideraciones didácticas que se explican a partir de problemas de construcciones geométricas de un octógono con sus vértices en los lados de un cuadrado.

Entre las exigencias más importantes a considerar en problemas geométricos se precisan las siguientes:

1. Orden constructivo.
2. Construcción de dos o más figuras relacionadas (por la ubicación de puntos de una en la otra, por la relación entre lados u otros elementos).
3. Construcción de dos o más figuras relacionadas que tengan un dinamismo independiente, (al mover una la otra se mantiene fija, manteniendo las relaciones esenciales entre ellas) a partir de puntos u otros elementos que no necesariamente pertenecen a alguna de las figuras.
4. Ubicación de vértices, lados y otros elementos en el plano.
5. Determinación de longitudes de lados, amplitudes de ángulos y/o áreas.
6. Visualización estática o dinámica de elementos de una o varias figuras.
7. Elaboración de hipótesis a partir de visualizaciones dinámicas.
8. Encontrar y explicar diferentes vías o variantes de solución que considere interesantes.
9. Carácter abierto (parcial o total) del problema: no tienen soluciones únicas.

Algunas de estas exigencias generalmente inducen a determinadas vías de solución de los problemas con procedimientos y construcciones auxiliares novedosas para los escolares que promueven su pensamiento matemático y creativo, por tanto, resulta conveniente que se tengan

en cuenta para el perfeccionamiento de los programas de matemática, los textos escolares y la práctica escolar.

Atendiendo a lo antes expuesto se presenta una muestra de problemas que contienen dichas exigencias y exponen consideraciones didácticas a partir de las características de los mismos, incluyendo una de las vías de solución y aspectos importantes de su ejecución con asistencia del GeoGebra.

Problema 1. Construye un cuadrado ABCD que sea dinámico a partir de uno o dos puntos móviles en un plano; luego un octógono que tenga sus vértices en los lados del cuadrado, sus lados la misma longitud y sea dinámico a partir de un punto independiente de los que generan el dinamismo del cuadrado ABCD. Visualiza la amplitud de los ángulos interiores y la longitud de los lados del octógono y, elabora una hipótesis a partir del dinamismo de la figura.

El análisis de este problema permite identificar exigencias de orden constructivo, construcción de dos o más figuras relacionadas (por la ubicación de puntos de una en la otra), construcción de dos o más figuras relacionadas que tengan un dinamismo independiente (al mover una la otra se mantiene fija, manteniendo las relaciones esenciales entre ellas) a partir de puntos que no necesariamente pertenecen a alguna de las figuras. Ubicación de vértices, longitudes de lados, visualización de amplitud de ángulos y longitud de lados y, elaboración de hipótesis a partir de visualizaciones dinámicas de la figura.

El problema tiene diferentes vías de solución, una de ellas, explicada de forma escueta, es la siguiente: situar dos puntos móviles en el plano y construir el cuadrado a partir de ellos, trazar la circunferencia circunscrita al cuadrado y situar un punto móvil sobre ella, trazar la semirrecta desde este punto que pasa por el centro de la circunferencia, la recta que pasa por ese centro y es perpendicular a la semirrecta, luego el cuadrado que pasa por las intersecciones de dicha semirrecta y recta con la circunferencia. Intersecar los cuadrados y trazar el octógono que pasa por los puntos de intersección de estos. Finalmente se visualizan las longitudes y amplitudes solicitadas y elaboran hipótesis a partir del dinamismo de la figura.

La ejecución de esta vía, con asistencia del GeoGebra, se muestra con más detalles en el protocolo de construcción (Tabla 1) y cuatro visualizaciones del octógono (Figura 1), de las infinitas que

pueden obtenerse a partir del dinamismo de la construcción mediante el movimiento del punto F o de los dos puntos móviles en el plano (A y B); estas corresponden a la misma posición de los puntos F, A y B. Resulta importante observar en una de ellas las construcciones auxiliares y los puntos que generan el dinamismo a partir de su movimiento y que permiten realizar interesantes inferencias. En una de ellas se muestra solamente el cuadrado y el octógono, en una solo el octógono y en otra el octógono con las amplitudes de sus ángulos interiores y longitudes de los lados. Aunque la figura 1 muestra visualizaciones interesantes pueden obtenerse muchas otras para distintas posiciones de los puntos A, B y F y utilizar múltiples opciones y propiedades que brinda el GeoGebra.

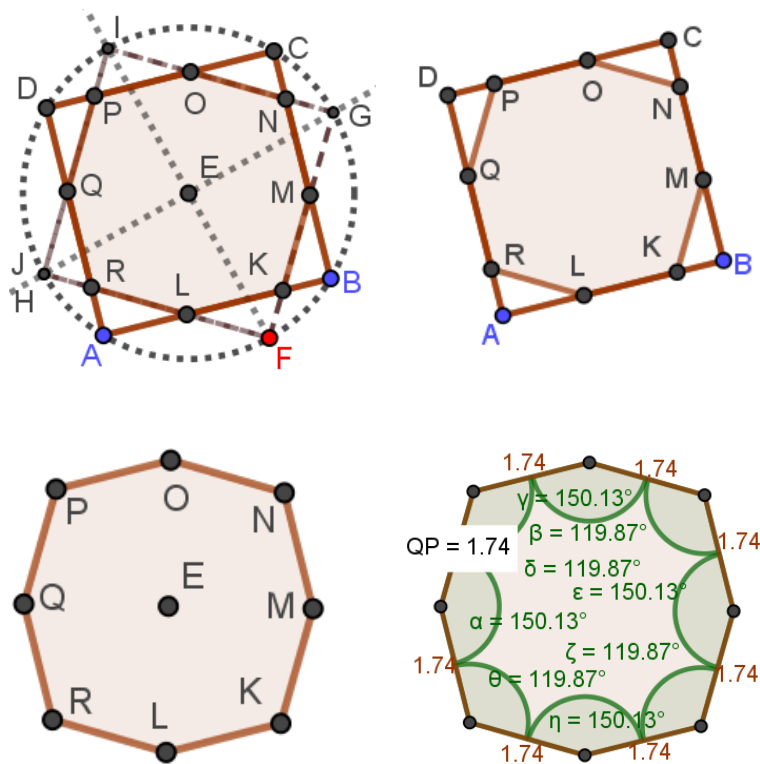


Fig. 1: Octógono

Tabla 1: Protocolo de construcción

	Nombre	Descripción	Valor
1	Punto A		$A = (-1, -2)$
2	Punto B		$B = (3, -1)$
3	Polígono Cuadrado1	Polígono(A, B, 4)	Cuadrado1 = 17
4	Segmento f	Segmento [A, B]	$f = 4.12$
5	Segmento g	Segmento [B, C]	$g = 4.12$
6	Punto C	Polígono(A, B, 4)	$C = (2, 3)$
7	Punto D	Polígono(A, B, 4)	$D = (-2, 2)$
8	Segmento h	Segmento [C, D]	$h = 4.12$
9	Segmento i	Segmento [D, A]	$i = 4.12$
10	Circunferencia c	Circunferencia que pasa por A, B, C	$c: (x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = 8.5$
11	Punto E	Centro de c	$E = (0.5, 0.5)$
12	Punto F	Punto sobre c	$F = (1.92, -2.05)$
13	Semirrecta j	Semirrecta que pasa por F, E	$j: -2.55x - 1.42y = -1.98$
14	Recta k	Recta que pasa por E perpendicular a j	$k: 1.42x - 2.55y = -0.56$
15	Punto G	Punto de intersección de c, k	$G = (3.05, 1.92)$
16	Punto H	Punto de intersección de c, k	$H = (-2.05, -0.92)$
17	Polígono Cuadrado2	Polígono(F, G, 4)	Cuadrado2 = 17
18	Segmento l	Segmento [F, G]	$l = 4.12$
19	Segmento m	Segmento [G, I]	$m = 4.12$
20	Punto I	Polígono(F, G, 4)	$I = (-0.92, 3.05)$
21	Punto J	Polígono(F, G, 4)	$J = (-2.05, -0.92)$
22	Segmento n	Segmento [I, J]	$n = 4.12$
23	Segmento p	Segmento [J, F]	$p = 4.12$
24	Punto K	Interseca(Cuadrado1, Cuadrado2)	$K = (2.16, -1.21)$
25	Punto L	Interseca(Cuadrado1, Cuadrado2)	$L = (0.47, -1.63)$
26	Punto M	Interseca(Cuadrado1, Cuadrado2)	$M = (2.63, 0.47)$

27	Punto N	Interseca(Cuadrado1, Cuadrado2)	$N = (2.21, 2.16)$
28	Punto O	Interseca(Cuadrado1, Cuadrado2)	$O = (0.53, 2.63)$
29	Punto P	Interseca(Cuadrado1, Cuadrado2)	$P = (-1.16, 2.21)$
30	Punto Q	Interseca(Cuadrado1, Cuadrado2)	$Q = (-1.63, 0.53)$
31	Punto R	Interseca(Cuadrado1, Cuadrado2)	$R = (-1.21, -1.16)$
32	Polígono Octógono	Polígono L, K, M, N, O, P, Q, R	Octógono = 14.38
33	Segmento l1	Segmento [L, K]	$l1 = 1.74$
34	Segmento k1	Segmento [K, M]	$k1 = 1.74$
35	Segmento m1	Segmento [M, N]	$m1 = 1.74$
36	Segmento n1	Segmento [N, O]	$n1 = 1.74$
37	Segmento o	Segmento [O, P]	$o = 1.74$
38	Segmento p1	Segmento [P, Q]	$p1 = 1.74$
39	Segmento q	Segmento [Q, R]	$q = 1.74$
40	Segmento r	Segmento [R, L]	$r = 1.74$

Entre las hipótesis más probables están las relacionadas con la suma de las amplitudes de dos ángulos consecutivos del octógono o igualdad de ellos, las relacionadas con el movimiento del punto dinámico auxiliar F que permite realizar inferencias sobre las condiciones para que el octógono, además de tener sus lados iguales, tenga sus ángulos iguales, es decir sea regular. También las relacionadas con el movimiento de los vértices A y B del cuadrado para realizar inferencias a partir de relaciones de posición y ángulos entre la semirrecta determinada por F y E y, los lados de los cuadrados. Con esta idea es bastante probable el aprovechamiento de las cuadrículas del área gráfica del GeoGebra para ubicar a A y B de manera que el cuadrado que los contiene tenga sus lados paralelos a los ejes de coordenada y luego mover a F.

El número de exigencias de los problemas no es, en general, un indicador de su complejidad y potencialidades estimuladoras de la creatividad en los escolares, esto depende de las particularidades de las mismas y su relación con los conocimientos y habilidades que posean los escolares, por tanto, es necesario considerarlas desde la didáctica, para la selección o elaboración de problemas y durante el proceso de resolución.

El siguiente problema permite ilustrar similitudes y diferencias con el anterior en cuanto a sus exigencias y, que aunque el número de exigencias es menor no implica una reducción de la estimulación de la creatividad en los escolares.

Problema 2. Construye un cuadrado ABCD, luego un octógono regular que tenga sus vértices en los lados del cuadrado. Encuentra y explica diferentes vías o variantes de construcción que consideres interesantes.

El análisis de este problema permite identificar dos exigencias comunes con el problema anterior: de orden constructivo y de figuras relacionadas por la ubicación de puntos de una en la otra; una exigencia distinta: de encontrar y explicar diferentes vías o variantes de solución que considere interesantes. Además, no contiene tres de las exigencias del problema anterior: dinamismo (ni independiente ni dependiente de las figuras relacionadas), de ubicación de vértices en el plano, de longitudes de lados y amplitudes de ángulos y, de visualización estática o dinámica de elementos de una o varias figuras.

Aunque las exigencias comunes de estos problemas son esenciales, se diferencian notablemente. El primero tiene más exigencias explícitas, el segundo es más abierto pero la exigencia de encontrar y explicar diferentes vías o variantes de solución que consideren interesantes, entre las que pudieran estar las contempladas en el primero, por tanto, el docente tiene la posibilidad de inducir las durante el proceso de enseñanza aprendizaje considerando necesidades y potencialidades de los escolares.

Los elementos antes expuestos evidencian la importancia de considerar apropiadamente las exigencias de los problemas durante el proceso de enseñanza aprendizaje, para lo cual se requiere una aguda observación y análisis del desempeño de los escolares, sobre todo en la resolución de problemas que exigen diferentes soluciones, para ofrecerles ayudas e impulsos convenientes de manera oportuna que estimulen el desarrollo de su creatividad.

El hecho de que las soluciones deban ser consideradas interesantes por el escolar es un aspecto cardinal desde un enfoque integrador de la creatividad que contemple aspectos personológicos, que no solo se fije en las condiciones, medios, proceso y resultados de la actividad matemática. Por ello, es importante que los docentes cuenten con una adecuada caracterización de cada

escolar para valorar y estimular de manera acertada y diferenciada el desempeño de cada uno.

La exigencia de construir primero el cuadrado es esencial, pues resultaría muy sencillo construir un octógono regular y luego un cuadrado que contenga sus vértices mediante la prolongación conveniente de dos pares de lados paralelos que sean perpendiculares.

El hecho de que no contenga exigencias dinámicas, no impide que los escolares realicen construcciones dinámicas, por tanto, les posibilita diferentes opciones constructivas atendiendo al dominio del software, conocimientos, habilidades matemáticas y en específico del desarrollo de su pensamiento geométrico. También puede promover comparaciones y reflexiones substanciales entre construcciones dinámicas y no dinámicas, entre otras: la conveniencia de construcciones auxiliares dinámicas por su facilidad, generalidad, o ventajas para encontrar la vía de solución de construcciones. Esta última es bastante interesante, pues ante un problema que exija como resultado una construcción no dinámica, para encontrar la vía de solución pudiera realizar, si es permitido, una construcción dinámica solamente con este propósito.

A continuación, se presentará una vía general de solución de este problema, luego una manera específica de ejecutarla con asistencia del GeoGebra y finalmente consideraciones sobre la búsqueda de la vía de solución. No se sigue el orden lógico general de iniciar por la búsqueda de la vía de solución y luego formalizar la solución del problema con el propósito de realizar y promover algunas reflexiones didácticas.

Para realizar la construcción del octógono indicado existen diferentes vías o variantes de construcción que pueden ser consideradas interesantes por los escolares, una de estas vías es la siguiente: determinar uno de los lados del octógono a partir de conocimientos esenciales sobre ángulos internos de los octógonos y, los que determinan los vértices del octógono y el cuadrado con el centro de éstos, y considerando que dicho octógono tiene que ser simétrico respecto a las mediatrices de los lados del cuadrado, luego construir el octógono utilizando este lado.

Esta vía se puede desarrollar de varias maneras, incluso con pequeñas variantes, por ejemplo, en vez de considerar que el octógono sea simétrico respecto a las mediatrices de los lados del cuadrado, que sea simétrico respecto a las diagonales del cuadrado, también utilizar ambas simetrías para determinar los lados del octógono. Luego de determinar uno de los lados del

octógono también se pudieran utilizar distintos procedimientos, por ejemplo, mediante el trazado de circunferencias con centro en uno de los extremos de dicho lado (vértice del octógono) que pasen por otro extremo, y así sucesivamente hasta determinar todos los vértices del octógono. Otra alternativa más sencilla para construir el octógono, cuando se tienen dos vértices consecutivos es aprovechar la opción de polígono regular que ofrece el GeoGebra a partir de dos vértices y el número de lados.

Una manera específica de ejecutar la vía expuesta con asistencia del GeoGebra se muestra en el protocolo de construcción que aparece en la Tabla 2, con el que se obtiene la figura 2. El protocolo deja ver el procedimiento seguido: situar de forma conveniente dos vértices del cuadrado A y B (sobre el eje X y con una distancia natural entre ellos), utilizar la opción de polígono regular para trazar el cuadrado, situar el centro E del cuadrado y el punto medio del lado CD, que se utilizan para trazar las bisectrices cuyas intersecciones determinan dos lados del octógono, seleccionar uno de ellos GH para trazar el octógono; también deja ver las coordenadas y longitudes de los lados del cuadrado y octógono.

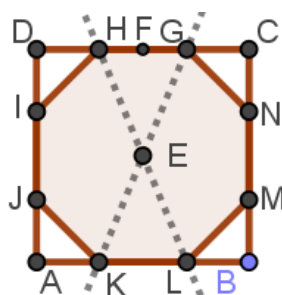


Fig. 2: Octógono regular.

Tabla 2: Protocolo de construcción

g	Nombre	Descripción	Valor
1	Punto A	Intersección de EjeX, EjeY	$A = (0, 0)$
2	Punto B	Punto sobre EjeX	$B = (1, 0)$

3	Polígono Cuadrado1	Polígono(A, B, 4)	Cuadrado1 = 1
4	Segmento AB	Segmento [A, B]	AB = 1
5	Segmento g	Segmento [B, C]	g = 1
6	Punto C	Polígono(A, B, 4)	C = (1, 1)
7	Punto D	Polígono(A, B, 4)	D = (0, 1)
8	Segmento h	Segmento [C, D]	h = 1
9	Segmento i	Segmento [D, A]	i = 1
10	Punto E	Punto medio de A, C	E = (0.5, 0.5)
11	Punto F	Punto medio de h	F = (0.5, 1)
12	Recta f	Bisectriz de C, E, F	f: $-0.92x + 0.38y = -0.27$
13	Recta j	Bisectriz de D, E, F	j: $-0.92x - 0.38y = -0.65$
14	Punto G	Intersección de f, h	G = (0.71, 1)
15	Punto H	Intersección de j, h	H = (0.29, 1)
16	Polígono Octógono	Polígono(G, H, 8)	Octógono = 0.83
17	Segmento k	Segmento [G, H]	k = 0.41
18	Segmento l	Segmento [H, I]	l = 0.41
19	Punto I	Polígono(G, H, 8)	I = (0, 0.71)
20	Punto J	Polígono(G, H, 8)	J = (0, 0.29)
21	Punto K	Polígono(G, H, 8)	K = (0.29, 0)
22	Punto L	Polígono(G, H, 8)	L = (0.71, 0)
23	Punto M	Polígono(G, H, 8)	M = (1, 0.29)
24	Punto N	Polígono(G, H, 8)	N = (1, 0.71)
25	Segmento m	Segmento [I, J]	m = 0.41
26	Segmento n	Segmento [J, K]	n = 0.41
27	Segmento p	Segmento [K, L]	p = 0.41
28	Segmento q	Segmento [L, M]	q = 0.41
29	Segmento r	Segmento [M, N]	r = 0.41
30	Segmento s	Segmento [N, G]	s = 0.41

Si bien el protocolo de construcción tiene las bondades mencionadas, muestra de manera

explícita múltiples elementos y procedimientos, tiene otros implícitos que son esenciales y no todos los escolares comprenden y plantean interrogantes tales como ¿Por qué estas bisectrices determinan vértices del octógono en lados del cuadrado?, ¿Por qué no se señalan ángulos en la figura? y, ¿Cuáles ideas o procedimientos pueden conducir a reconocer que estás bisectrices determinan vértices del octógono en lados del cuadrado?

Las interrogantes anteriores son de distinta naturaleza, las dos primeras tienen una respuesta sencilla a partir del reconocimiento de la amplitud de los ángulos centrales de un polígono regular, en el caso de los octógonos de 45 grados y se puede ilustrar en el ángulo GEH. La tercera es la más importante pues está dirigida a ideas no explícitas y procedimientos esenciales, que pueden ser muy diferentes con un mismo propósito.

Los elementos expuestos evidencian la necesidad de profundizar desde la didáctica en las exigencias de los problemas, vías y procedimientos de solución que emplean los escolares, pues ni siquiera los asistentes matemáticos que muestran los protocolos de construcción permiten, conocer de forma suficiente las ideas, sondeos y fundamentos utilizados por los escolares. Aspecto que constituye un reto para los docentes que desean conocer con profundidad las ideas o vías de solución utilizada por los escolares con vistas a una estimulación adecuada.

En este sentido resultan convenientes nuevas aportaciones didácticas sobre la diversificación de exigencias y vías de solución en problemas geométricos de construcción de octógonos. Por ejemplo, explicar posible búsqueda de la vía de solución de problemas presentados en este artículo, de exigencias de construcciones sobre movimientos de octógonos u otras figuras planas en el espacio con sus correspondientes visualizaciones dinámicas.

CONCLUSIONES

Las exigencias reveladas y consideraciones didácticas expuestas constituyen importantes referentes teóricos y prácticos de carácter general para la selección, elaboración y tratamiento didáctico de problemas geométricos; aunque para su explicación se toman problemas

interesantes de construcción de octógonos, dichas exigencias y consideraciones no se limitan a problemas sobre este polígono.

Aunque en los textos escolares oficiales para la educación media en Cuba y en algunos países no aparecen problemas que combinen las mencionadas exigencias y generalmente no se utilicen en la práctica escolar, estudios preliminares evidencian la posibilidad y conveniencia de su inserción en la práctica escolar con la asistencia del GeoGebra.

REFERENCIAS

Carrillo de Albornoz, A. (2013). Otras matemáticas son posibles con GeoGebra. *IV Congreso Internacional de Ensino da Matemática* (págs. 1-3). Rio Grande do Sul: ULBRA. Acceso: 19/12/2017. Disponible en:

<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/view/2155/970>

Hernández, C. M. (2017). Ejercicios geométricos con exigencias de orden, movilidad y construcción con asistencia del GeoGebra: ejemplos y observaciones didácticas. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 4(3), 1-32. Acceso: 19/12/2017. Disponible en:

<https://www.dilemascontemporaneoseduccionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/34/610>

Hernández, C. M. (2018). Problemas a partir de un problema de Olimpiada Internacional de Matemática. Propósitos y consideraciones didácticas. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 5(2), 1-28. Acceso: 15/11/2019. Disponible en:

<https://www.dilemascontemporaneoseduccionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/56/452>

Kamau, L. M. (2014). *Technology Adoption in Secondary Mathematics Teaching in Kenya: An Explanatory Mixed Methods. Study*. Acceso: 14/12/2018. Disponible en:

<https://surface.syr.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1122&context=etd>

López, M. & Corrales, M. (2019). Uso de GeoGebra para la construcción de diagramas de cuerpo

libre y editor de imágenes en la enseñanza de la Física. En Morales, Y. (Ed.), *Memorias del I Congreso Internacional de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional* (págs. 1-8).

Costa Rica: Heredia. Acceso: 3/03/2020. Disponible en: <https://www.es.slideshare.net/MarcoVinicioLpezGamboa/uso-de-geogebra-para-la-construccion-de-diagramas-de-cuerpo-libre-y-editor-de-imagenes-en-la-enseanza-de-la-fsica>

Salas, R. A. (2018). Uso del servicio en la nube GeoGebra durante el proceso enseñanza-aprendizaje sobre las matemáticas. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 8(16). Acceso: 3/03/2020. Disponible en: <https://www.ride.org.mx/index.php/RIDE/article/view/331>

Shehayeb, S., Anouti, M. & Akkawi, M. (2018). The effect of using GeoGebra in geometric construction of grade 7 students. *International Journal of Science and Research (USR)*, 7(12), 820-827. Access: 18/12/2019. Available at: <http://www.ijsr.net>

Conflicto de interés:

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses.

Carlos Manuel Hernández Hechavarría: Licenciado en Matemática, Máster en Ciencias de la Educación, Doctor en Ciencias Pedagógicas, Profesor Titular. Tiene experiencia investigativa sobre la enseñanza de la matemática en todos los niveles educativos y publicaciones sobre estas en revistas nacionales e internacionales. Ha desarrollado proyectos, cursos de posgrado, Talleres o impartido conferencias en Cuba, México, Venezuela y Perú. Tiene experiencia en la tutoría de investigaciones sobre didáctica de la matemática y participación como tribunal en defensas de maestría y doctorado.

Declaración de responsabilidad autoral:

Carlos Manuel Hernández Hechavarría: Aportó las exigencias, problemas y consideraciones didácticas.

Félix Yero Ricardo: Realizó estudio práctico para la valoración de las aportaciones fundamentales.